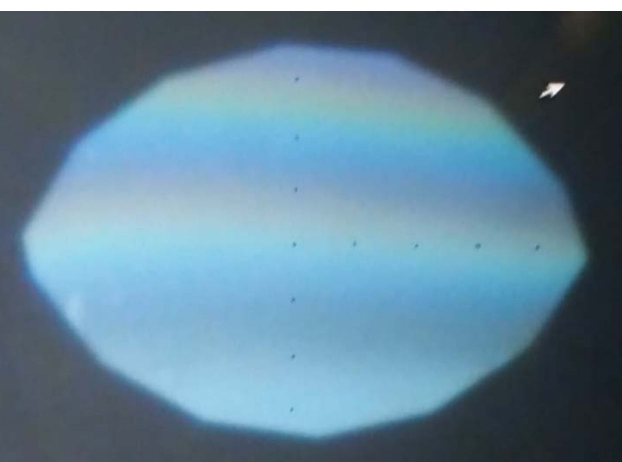
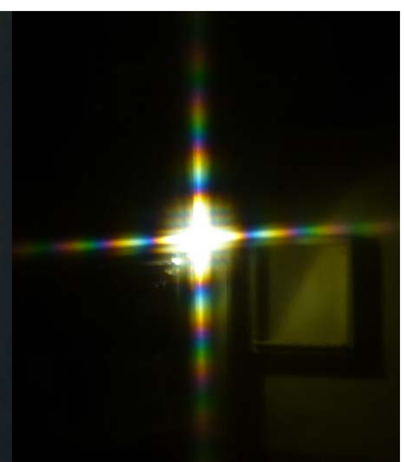
Τμήμα Φυσικής

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ IV:
ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ *(optics2019)*





Ι. ΑΡΒΑΝΙΤΙΔΗΣ

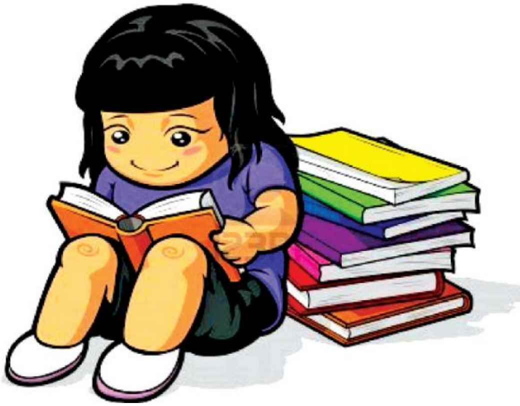
✉ *jarvan@physics.auth.gr*

☎ *2310 99 8213, 6948107850*

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ

- ⇨ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ
- ⇨ ΠΟΛΩΣΗ
- ⇨ ΣΥΜΒΟΛΗ
- ⇨ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ



- **“*ΟΠΤΙΚΗ*”, E. HECHT**

- **“*ΟΠΤΙΚΗ*”, E. HECHT (SCHAUM)**

- **http://users.auth.gr/vanidhis**
  (Συγγραφικό έργο → Σειρά φοιτητικών βοηθημάτων:
  “*ΚΥΜΑΤΙΚΗ - ΟΠΤΙΚΗ*”)

- **“*ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ*”, Σ. ΒΕΣ, κ.ά.**

- **“*UNIVERSITY PHYSICS*”, H.D. YOUNG, A.R. FREEDMAN**

- **“*PHYSICS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS*”, R.A. SERWAY, J.W. JEWETT**

- **“*FUNDAMENTALS OF PHYSICS*” J. WALKER, HALLIDAY & RESNICK**

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ

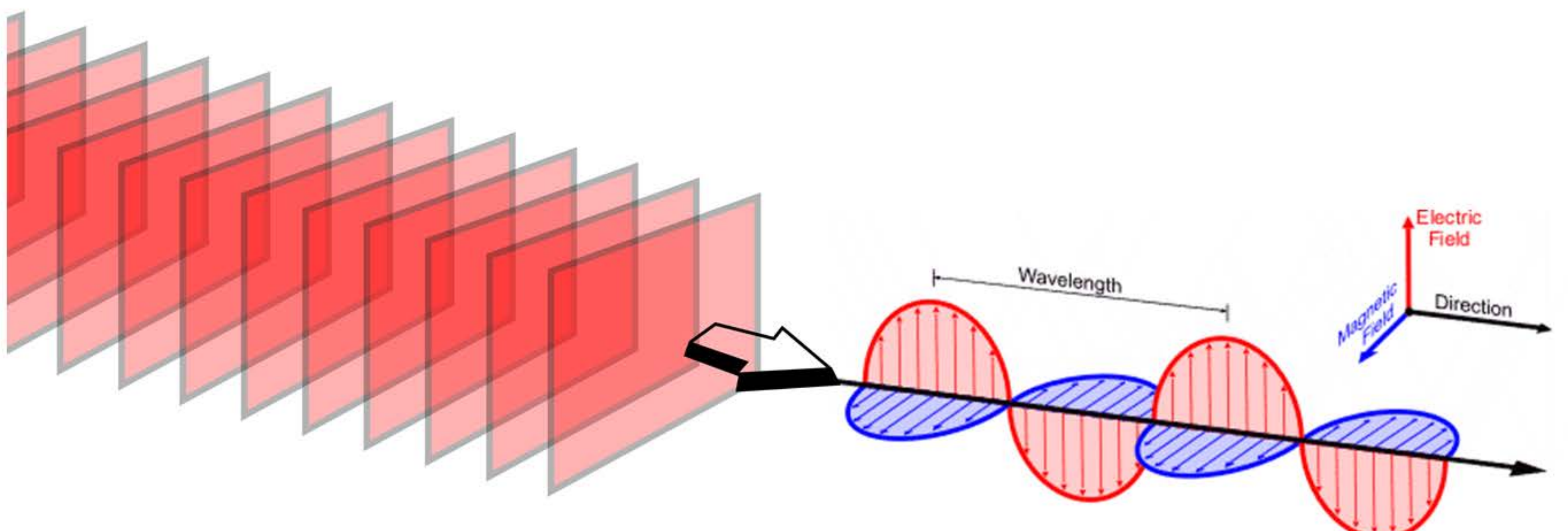
- ✓ **Φωτονικός χαρακτήρας φωτός: περιγραφή με κβαντική ηλεκτροδυναμική**
- ✓ **Φως ως Η/Μ διαταραχή: περιγραφή μέσω κυματικής οπτικής (θεωρία Fresnel)**
- ✓ **Γεωμετρική οπτική: μελέτη ανάκλασης-διάθλασης μέσω της αρχής του Fermat**

ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

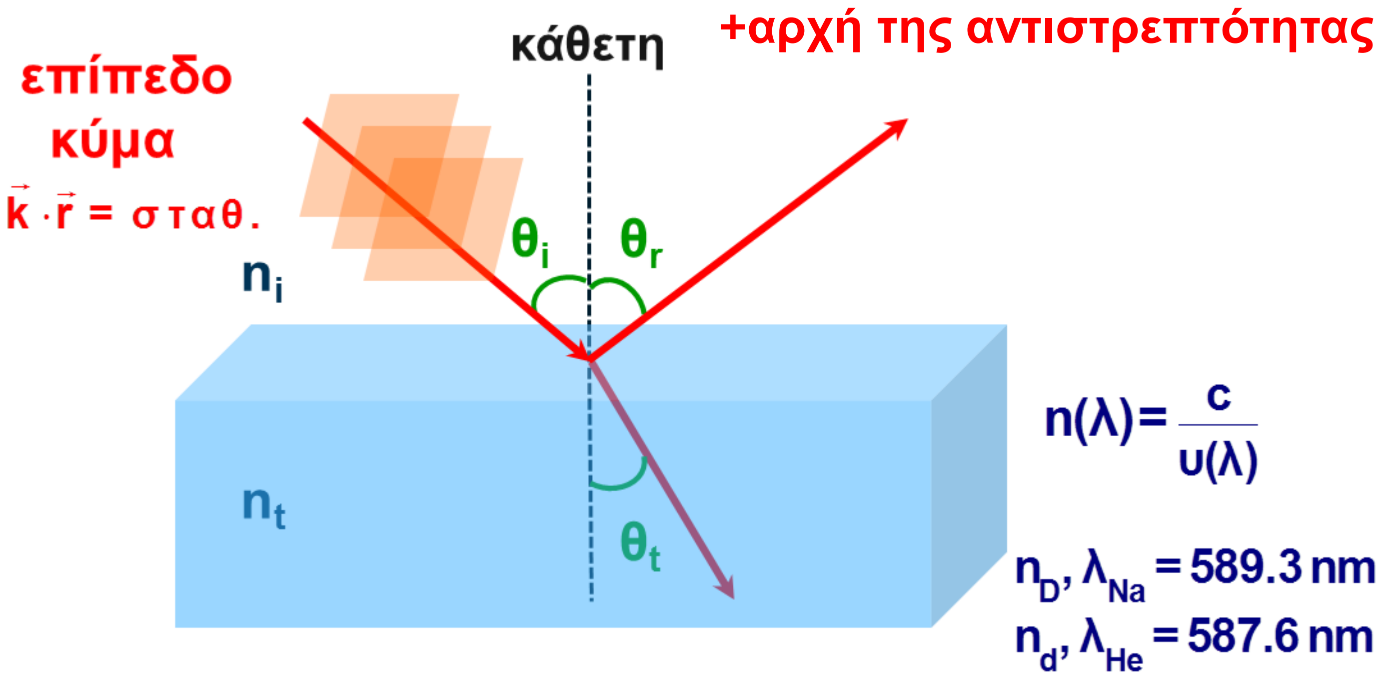
- **ΟΠΤΙΚΗ ΑΚΤΙΝΑ**: ίχνος της διαδιδόμενης ενέργειας στο εσωτερικό ενός υλικού, ευθείες (ομογενές) ή καμπύλες (ανομοιογενές μέσο)

- **ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Ο.Α.**: κάθετη στο μέτωπο κύματος

- **ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ Γ.Ο.**: μελέτη της ακριβούς πορείας των ακτίνων σε οπτικά συστήματα (φακοί, κάτοπτρα, πρίσματα, οπτικές ίνες)



ΝΟΜΟΙ ΑΝΑΚΛΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ



1. Η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαδιδόμενη ακτίνα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο (επίπεδο πρόσπτωσης)
2. Η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης, $\theta_i = \theta_r$
3. Οι διευθύνσεις της προσπίπτουσας (θ_i) και της διαδιδόμενης ακτίνας (θ_t) συνδέονται με τον νόμο του Snell: $n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$

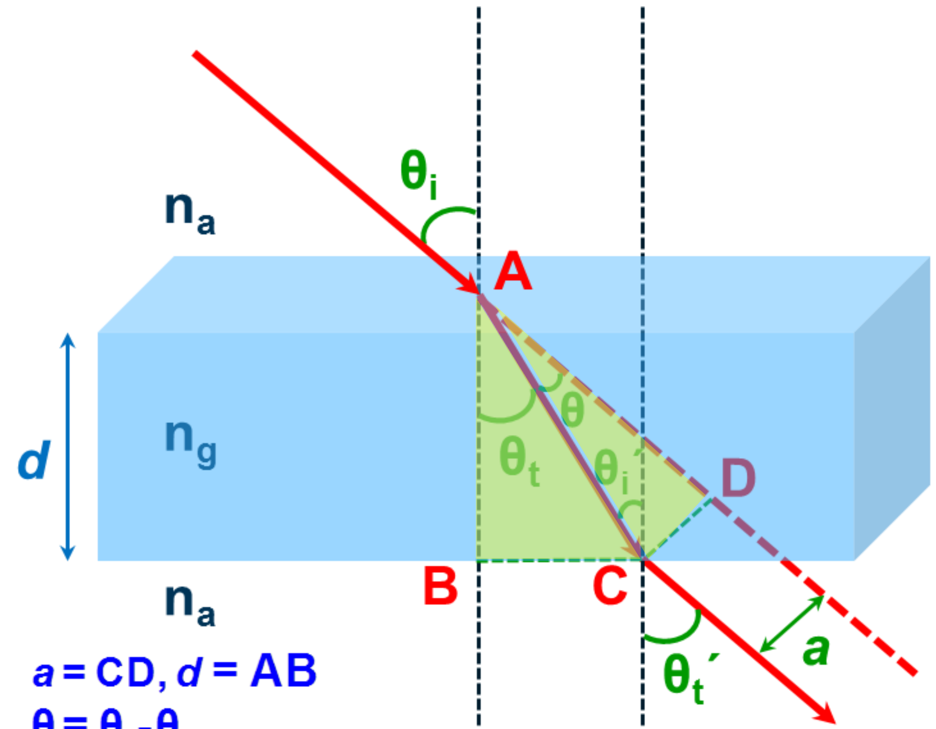
(σχετικός δείκτης διάθλασης, $n_t/n_i = \sin\theta_i/\sin\theta_t$)

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ</u>: ΑΚΤΙΝΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΗ ΑΠΟ ΓΥΑΛΙΝΟ ΠΛΑΚΙΔΙΟ

📖 **Επίπεδο γυάλινο πλακίδιο πάχους *d***

⇨ **Να αποδειχθεί ότι $\theta_t' = \theta_i$**

⇨ **Πόση είναι η παράλληλη μετατόπιση της ακτίνας, *a*;**



$a = CD$, $d = AB$

$\theta = \theta_i - \theta_t$

$$n_a \sin\theta_i = n_g \sin\theta_t \quad (1)$$

$$n_g \sin\theta_i' = n_a \sin\theta_t' \quad (2)$$

$$\theta_t = \theta_i' \Rightarrow \sin\theta_t = \sin\theta_i' \Rightarrow$$

$$n_g \sin\theta_t = n_g \sin\theta_i' \quad (3)$$

$$(1), (2) \overset{(3)}{\Rightarrow} n_a \sin\theta_i = n_a \sin\theta_t'$$

$$\Rightarrow \theta_t' = \theta_i$$

$$\overset{\Delta}{ACD}: \sin\theta = \sin(\theta_i - \theta_t) = \frac{CD}{AC}$$

$$\Rightarrow a = CD = AC\sin(\theta_i - \theta_t) \quad (4)$$

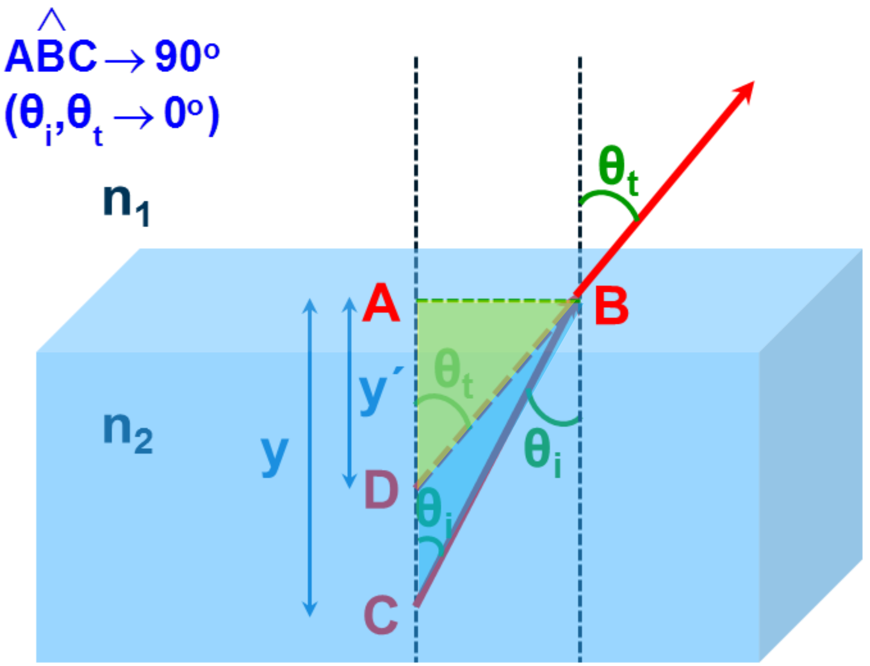
$$\overset{\Delta}{ABC}: \cos\theta_t = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{d}{\cos\theta_t} \quad (5)$$

$$(4) \overset{(5)}{\Rightarrow} a = d\sin(\theta_i - \theta_t)/\cos\theta_t$$

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ</u>: ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΑΝΥΨΩΣΗ ($n_2 > n_1$)

📖 **Αντικείμενο στο οπτικά πυκνότερο μέσο βρίσκεται σε απόσταση y από τη διαχωριστική επιφάνεια**

⇨ **Να βρεθεί η απόσταση y΄ που θα δει το αντικείμενο "κάθετος" παρατηρητής**



$$\tan\theta_t = \frac{AB}{y'} \Rightarrow y' = \frac{AB}{\tan\theta_t} \quad (1)$$

$$\tan\theta_i = \frac{AB}{y} \Rightarrow AB = y\tan\theta_i \quad (2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} y' = y\frac{\tan\theta_i}{\tan\theta_t} \approx y\frac{\theta_i}{\theta_t} \quad (\theta_i, \theta_t \ll) \quad (3)$$

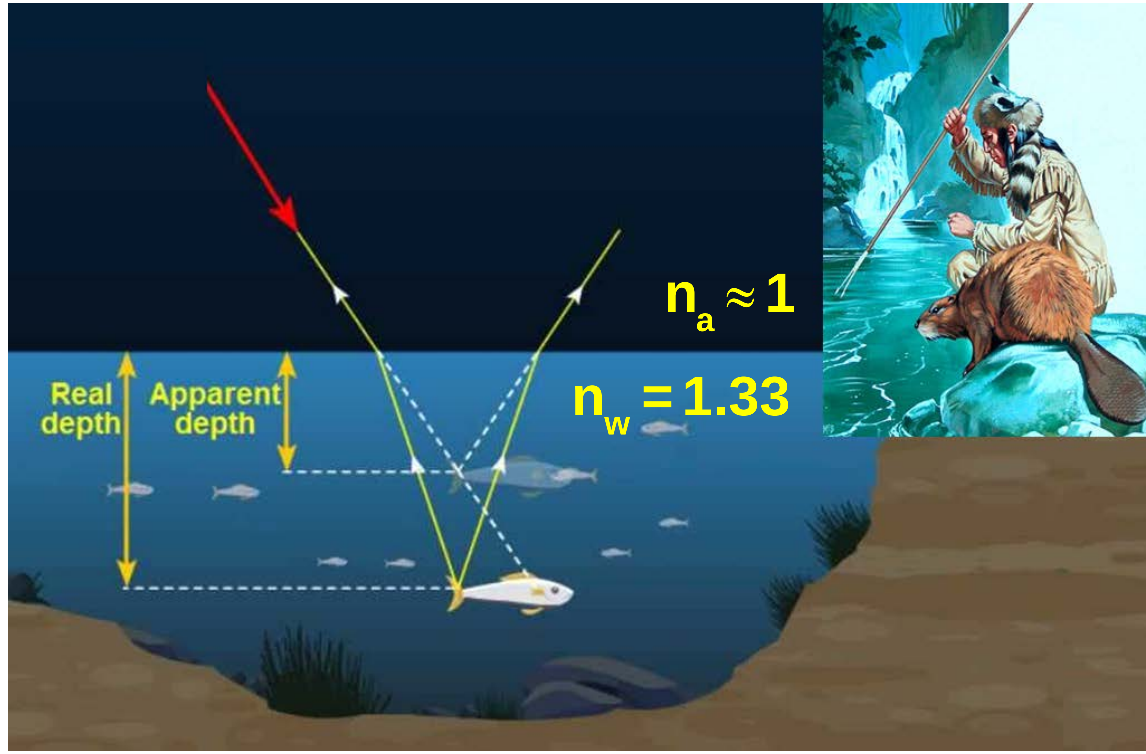
$$(3) \overset{(4)}{\Rightarrow} y' \approx y\frac{n_1}{n_2}$$

$$n_2\sin\theta_i = n_1\sin\theta_t \Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\theta_i}{\theta_t} \approx \frac{n_1}{n_2} \quad (4)$$

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΚΑΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΒΑΘΟΣ

- **Ψάρι φαίνεται σε βάθος $y' = 2$ m**

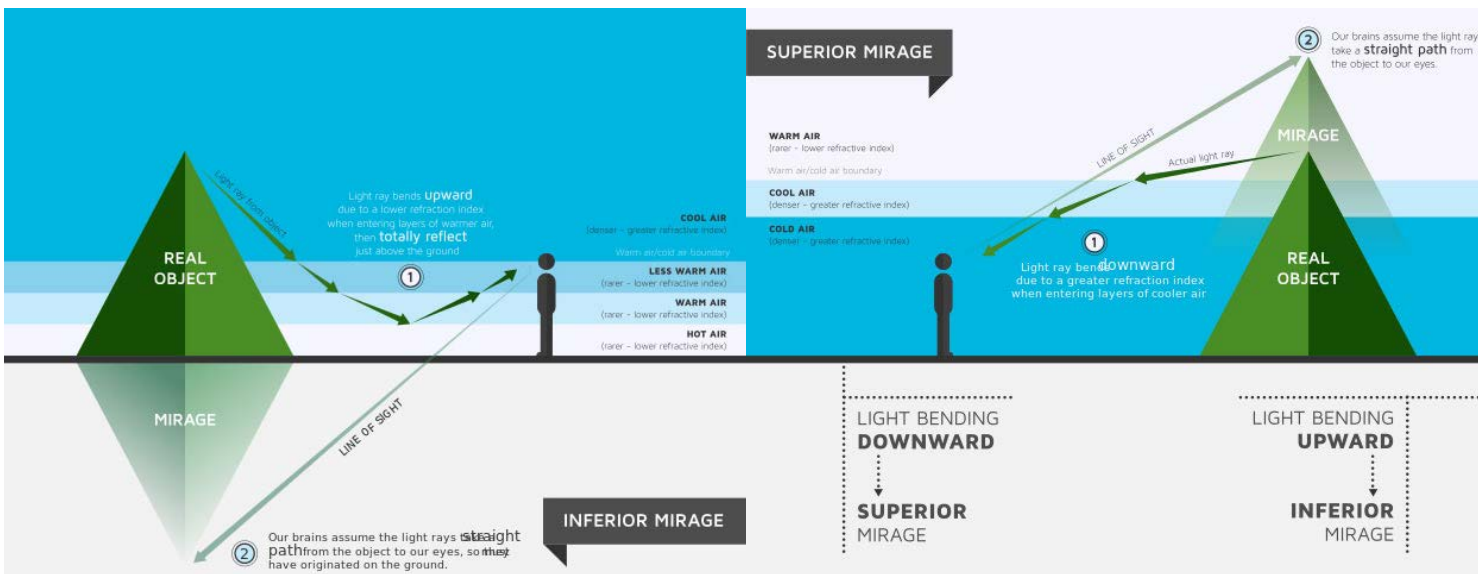
- **Ποιο το πραγματικό βάθος y;**



$$y' \approx y\frac{n_1}{n_2} \Rightarrow y = y'\frac{n_2}{n_1} = (2\,\mathrm{m})\,\frac{1.33}{1}$$

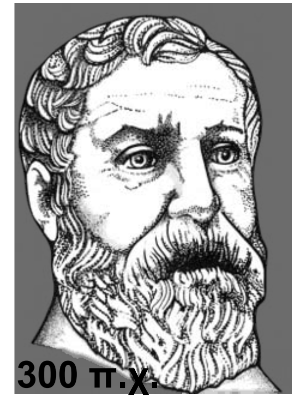
$$y = 2.66\,\mathrm{m}$$

WATER IN THE DESERT - FATA MORGANA



Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ FERMAT

- **<u>ΗΡΩΝΑΣ</u>: Το φως κατά τη μετάβασή του μεταξύ 2 σημείων ακολουθεί τη συντομότερη διαδρομή (ανάκλαση σε επίπεδο, ομογενές μέσο)**



- **<u>FERMAT</u>: Μια ακτίνα ακολουθεί το συντομότερο χρονικά δρόμο (ανάκλαση και διάθλαση)**

⇨ **Συνολικός χρόνος διαδρομής από m μέσα:**

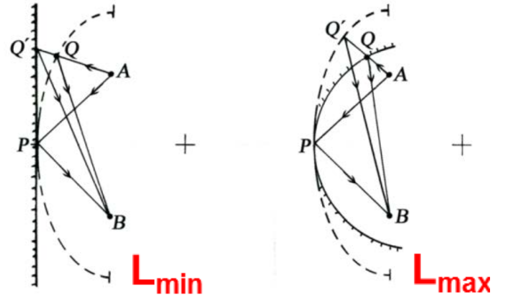
$$t=\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i}{u_i}=\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{m}n_i s_i \quad \left(n_i=\frac{c}{u_i}\Rightarrow\frac{1}{u_i}=\frac{1}{c}n_i\right)$$

⇨ **Οπτικός Δρόμος:**

$$L=\sum_{i=1}^{m}n_i s_i,\; L=\int_S^P n(s)\,ds$$

- **<u>ΑΚΡΙΒΗΣ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ</u>: Το φως ακολουθεί τη διαδρομή που αντιστοιχεί σε ακραία τιμή του Ο.Δ.**

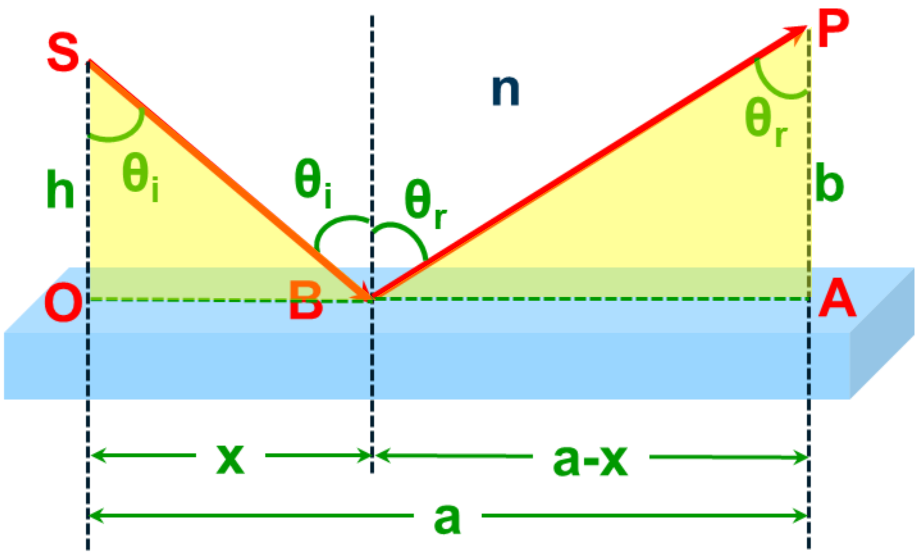
$$\frac{\partial L}{\partial q_i}=0 \quad (q_i: x, y, z \text{ ή } \alpha, \beta, \gamma)$$



ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΑΝΑΚΛΑΣΗΣ

📖 **Με τη βοήθεια της αρχής του Fermat**

⇨ **Να αποδειχθεί ότι $\theta_r = \theta_i$**



$$(O.\Delta.)_{SP} = (O.\Delta.)_{SB} + (O.\Delta.)_{BP}$$

$$(O.\Delta.)_{SP} = nSB + nBP \quad (1)$$

$$SB = \sqrt{OS^2 + OB^2},\ BP = \sqrt{AB^2 + AP^2} \quad (2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} (O.\Delta.)_{SP} = n\sqrt{(h^2 + x^2)} + n\sqrt{b^2 + (a-x)^2}$$

✓ **Το φως θα ακολουθήσει τη διαδρομή SP όπου**

$$\frac{d(O.\Delta.)_{SP}}{dx} = 0$$

$$\frac{1}{2} n 2x \frac{1}{\sqrt{(h^2 + x^2)}} - n\frac{1}{2} 2(a-x) \frac{1}{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}} = 0$$

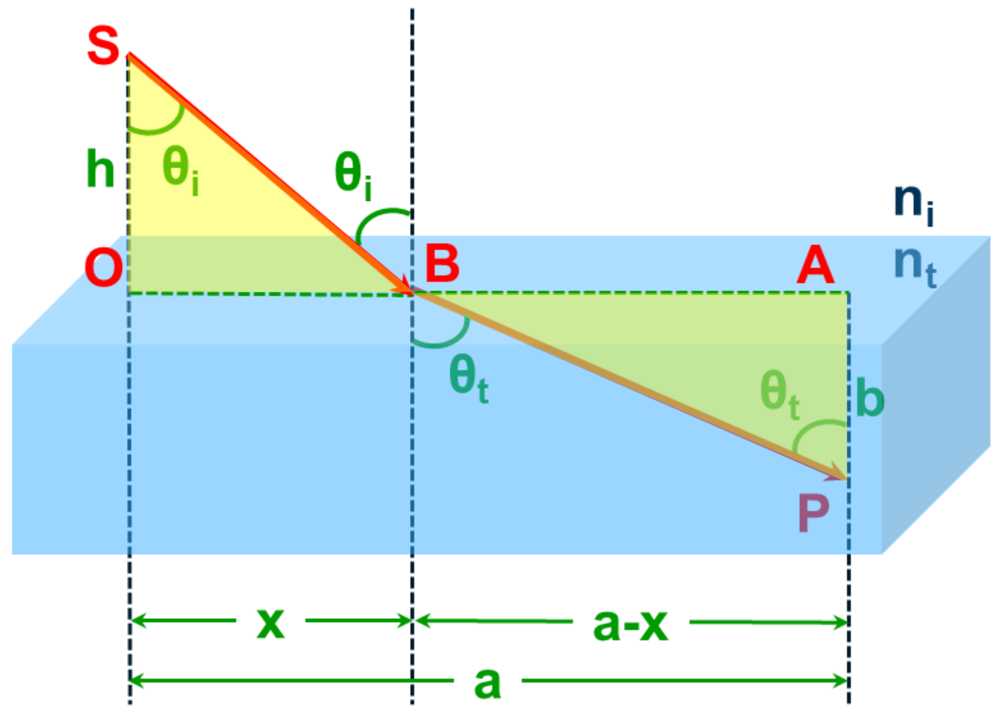
$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{(h^2 + x^2)}} = \frac{a-x}{\sqrt{b^2 + (a-x)^2}} \Rightarrow \frac{OB}{SB} = \frac{AB}{BP}$$

$$\Rightarrow \sin\theta_i = \sin\theta_r \Rightarrow \theta_r = \theta_i$$

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ</u>: ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ

📖 **Με τη βοήθεια της αρχής του Fermat**

⇨ **Να αποδειχθεί ο νόμος του Snell: $n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$**



$$(O.\Delta.)_{SP} = (O.\Delta.)_{SB} + (O.\Delta.)_{BP}$$

$$(O.\Delta.)_{SP} = n_i SB + n_t BP \;(1)$$

$$SB = \sqrt{OS^2 + OB^2},\; BP = \sqrt{AB^2 + AP^2} \;(2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} (O.\Delta.)_{SP} = n_i\sqrt{(h^2+x^2)} + n_t\sqrt{b^2+(a-x)^2}$$

✓ **Το φως θα ακολουθήσει τη διαδρομή SP όπου**

$$\frac{d(O.\Delta.)_{SP}}{dx} = 0$$

$$n_i \frac{x}{\sqrt{(h^2+x^2)}} = n_t \frac{a-x}{\sqrt{b^2+(a-x)^2}} \Rightarrow n_i \frac{OB}{SB} = n_t \frac{AB}{BP}$$

$$\Rightarrow n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ FRESNEL

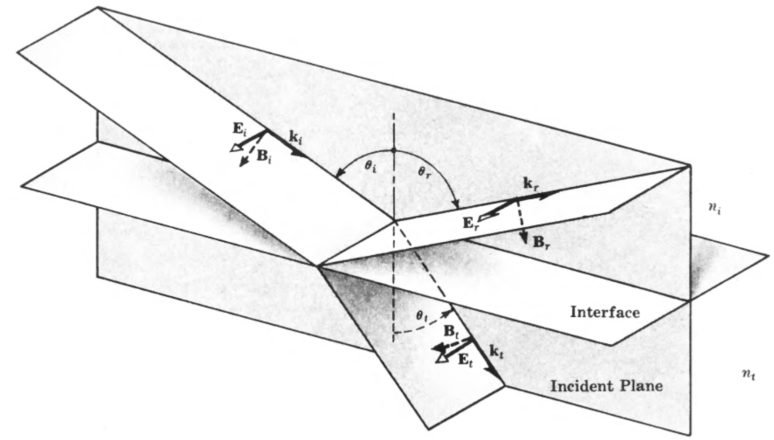
📖 **<u>ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ FRESNEL</u>: Ποσοστό ανακλώμενου και διερχόμενου φωτός (οριακές συνθήκες των πεδίων E και B στη διεπιφάνεια)**

r, t: συντελεστές ανακλαστικότητας και διαπερατότητας πλάτους

✓ **$\bar{E}$ κάθετο στο επίπεδο πρόσπτωσης**

$$r_\perp = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$$

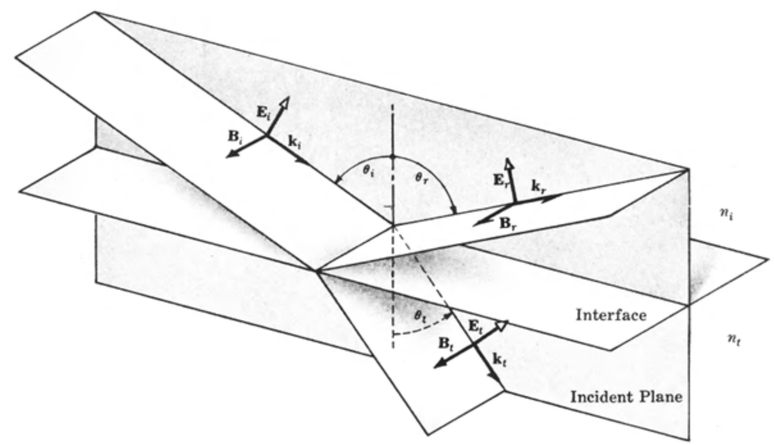
$$t_\perp = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\perp = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$$



✓ **$\bar{E}$ παράλληλο με το επίπεδο πρόσπτωσης**

$$r_\parallel = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\parallel = \frac{n_t\cos\theta_i - n_i\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}$$

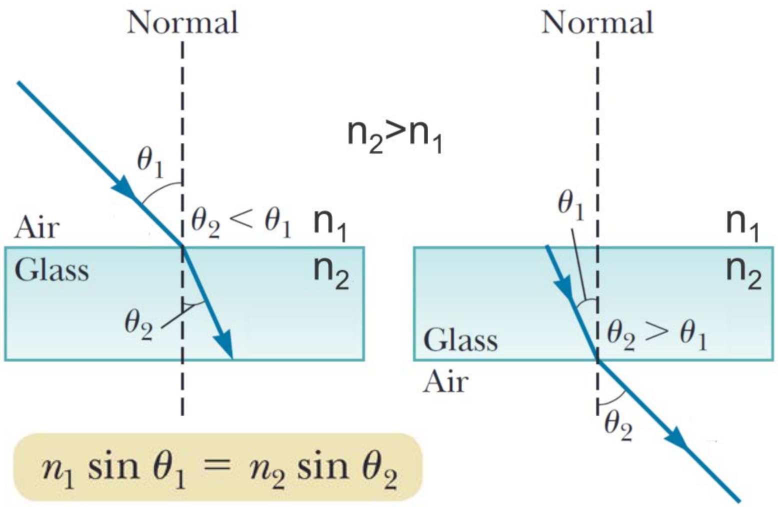
$$t_\parallel = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_\parallel = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}$$



R, T: ανακλαστικότητα και διαπερατότητα (λόγος εντάσεων), ~$(E_{0r,t}/E_{0i})^2$

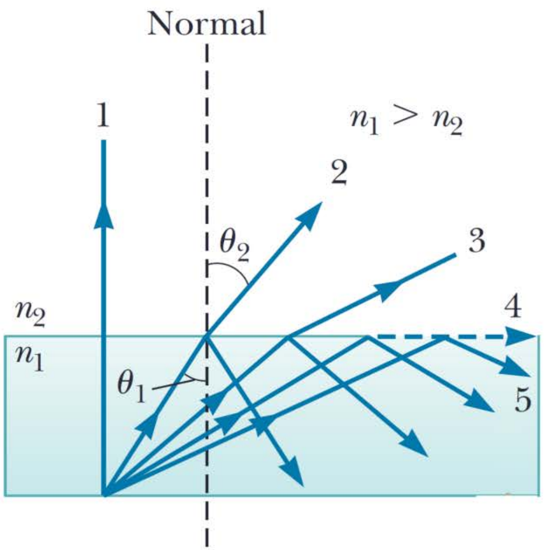
ΟΛΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΟΡΙΚΗ ΓΩΝΙΑ

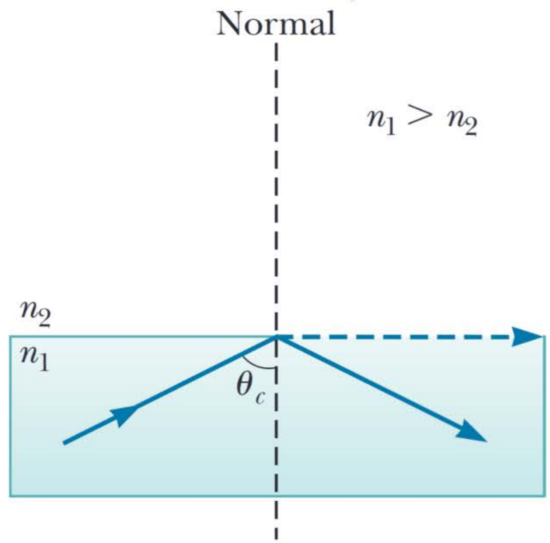
- **Δέσμη φωτός διαθλώμενη από οπτικά πυκνότερο σε αραιότερο μέσο απομακρύνεται από την κάθετο**
- **Όσο αυξάνει η γωνία πρόσπτωσης αυξάνει η γωνία διάθλασης μέχρι που φτάνει τις 90°**
  (ορική γωνία της προσπίπτουσας)
- **Ολική ανάκλαση για μεγαλύτερες γωνίες πρόσπτωσης**

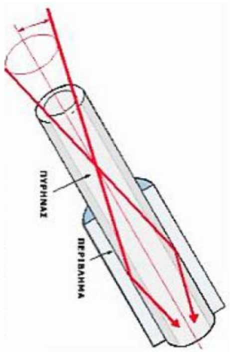


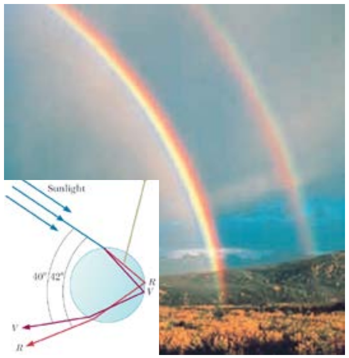
$$n = \frac{1}{\sin\theta_{crit}}$$

$$\left(\begin{array}{c} n_1 = n, n_2 = 1 \\ (\theta_2 = 90^\circ \rightarrow \sin\theta_2 = 1) \end{array} \right)$$

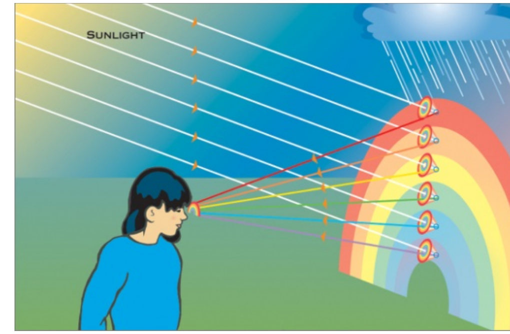


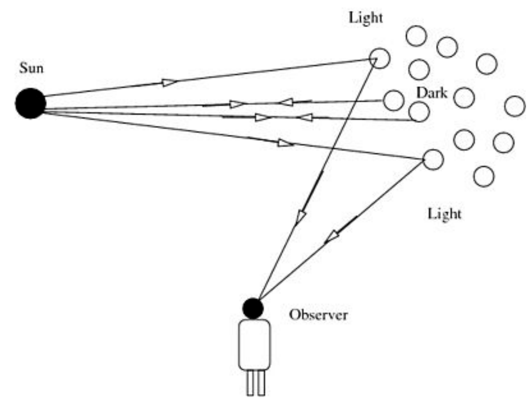


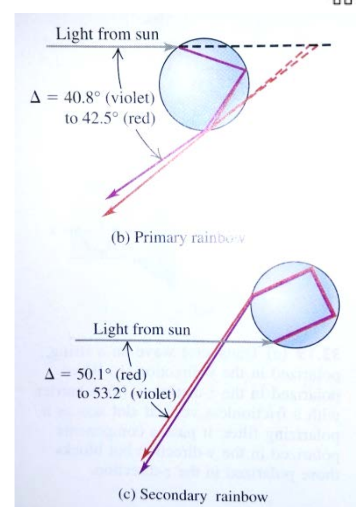




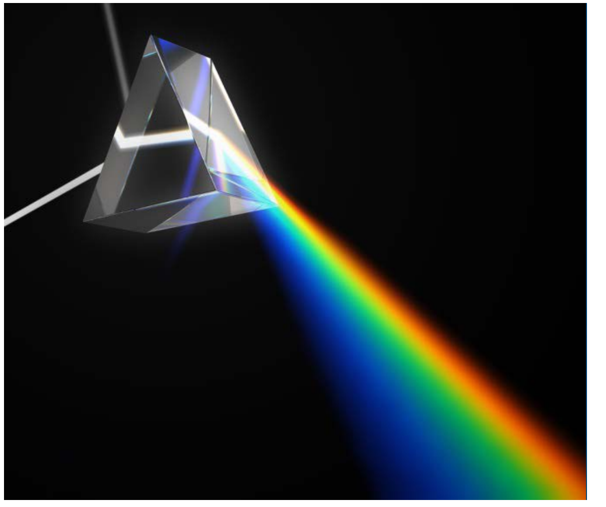
ΟΛΙΚΗ ΑΝΑΚΛΑΣΗ + ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ = RAINBOW





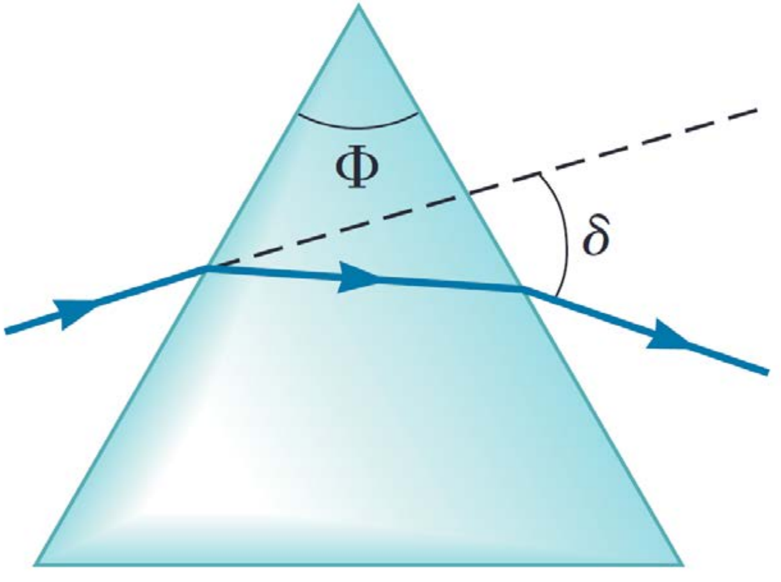


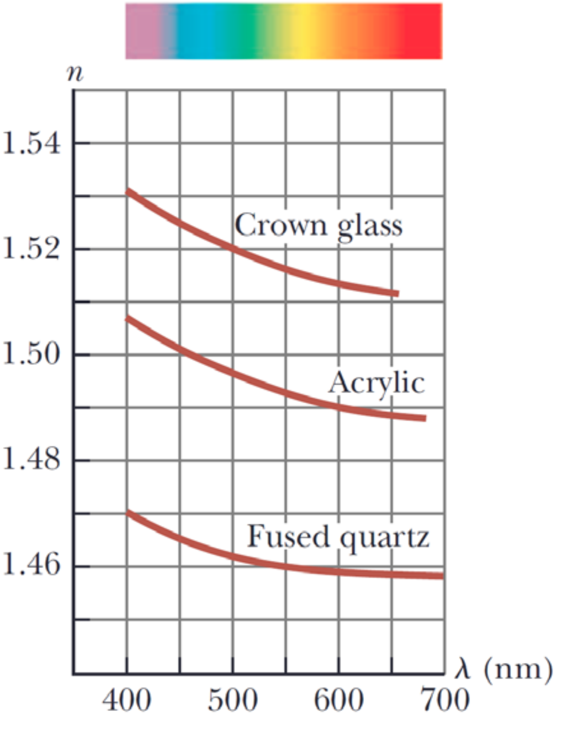
ΠΡΙΣΜΑΤΑ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΜΕΣΩ ΠΡΙΣΜΑΤΟΣ



- **ΠΡΙΣΜΑ: οπτικό σύστημα που συνίσταται από επίπεδες (συνήθως) επιφάνειες στερεού διαφανούς μέσου**
- **Τα πρίσματα εκτρέπουν τις οπτικές ακτίνες**
- **Λόγω του διασκεδασμού αναλύουν το φως**

➢ **Διαθλαστική γωνία (Φ), γωνία εκτροπής (δ) (προσπίπτουσα - αναδυόμενη)**





ΓΩΝΙΑ ΕΚΤΡΟΠΗΣ

❖ **Σχέση της γωνίας εκτροπής δ με τη προσπίπτουσα, την αναδυόμενη και τη διαθλαστική**

$$\left.\begin{aligned} \delta &= 180^o - \varepsilon \\ \varepsilon &= 180^o - (\beta+\gamma) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \delta = \beta + \gamma \ (1)$$

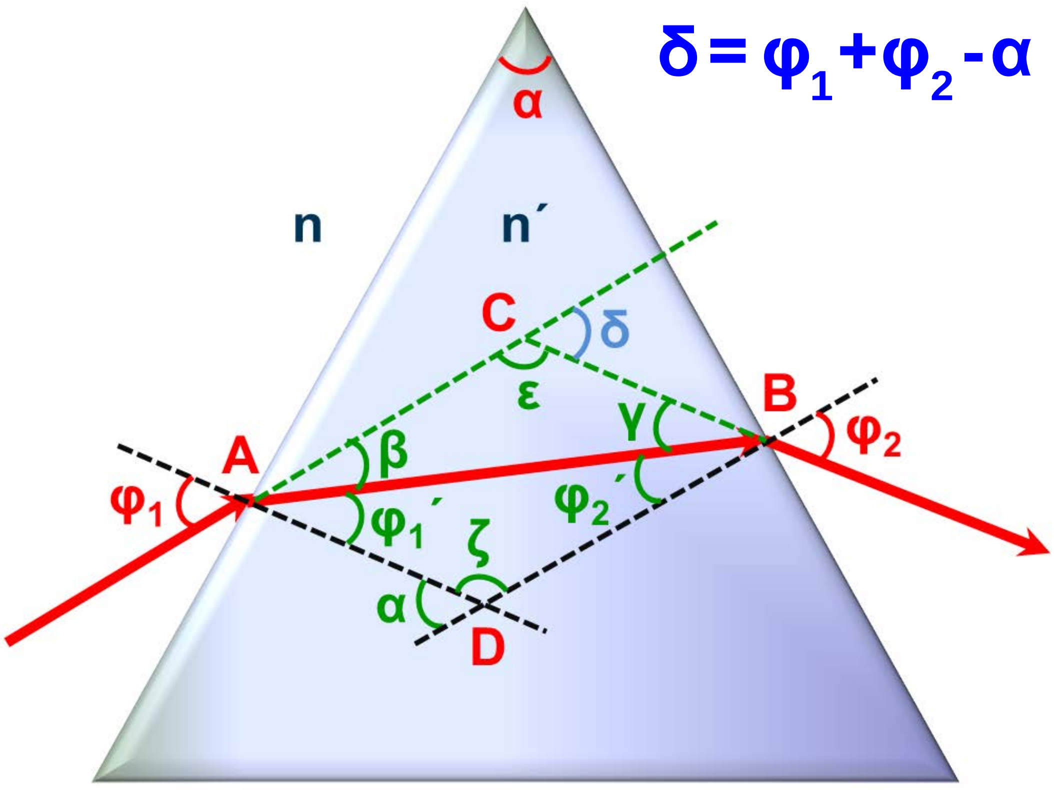
$$\beta = \varphi_1 - \varphi_1', \ \gamma = \varphi_2 - \varphi_2' \ (2)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} \ \delta = (\varphi_1 - \varphi_1') + (\varphi_2 - \varphi_2')$$

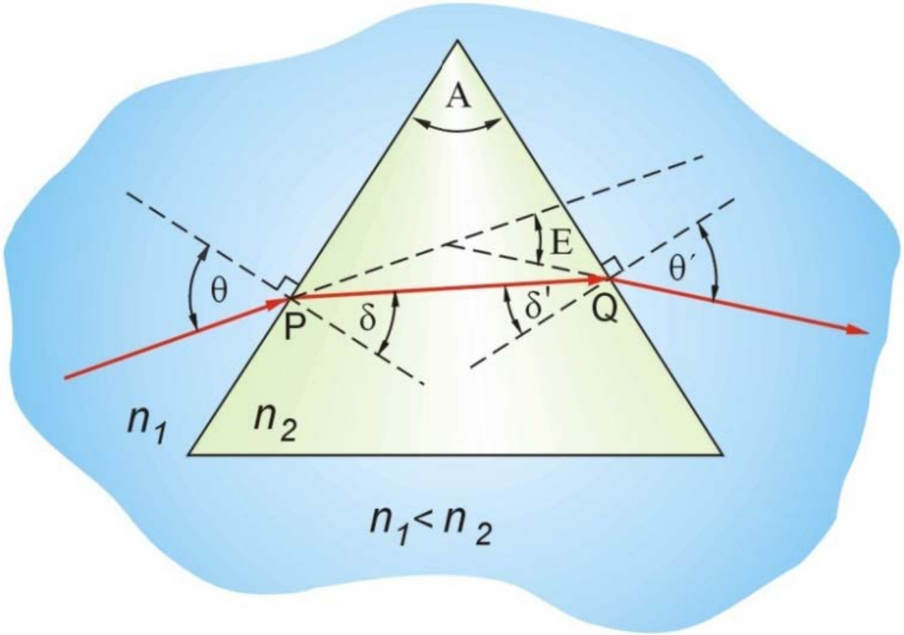
$$\Rightarrow \delta = (\varphi_1 + \varphi_2) - (\varphi_1' + \varphi_2') \ (3)$$

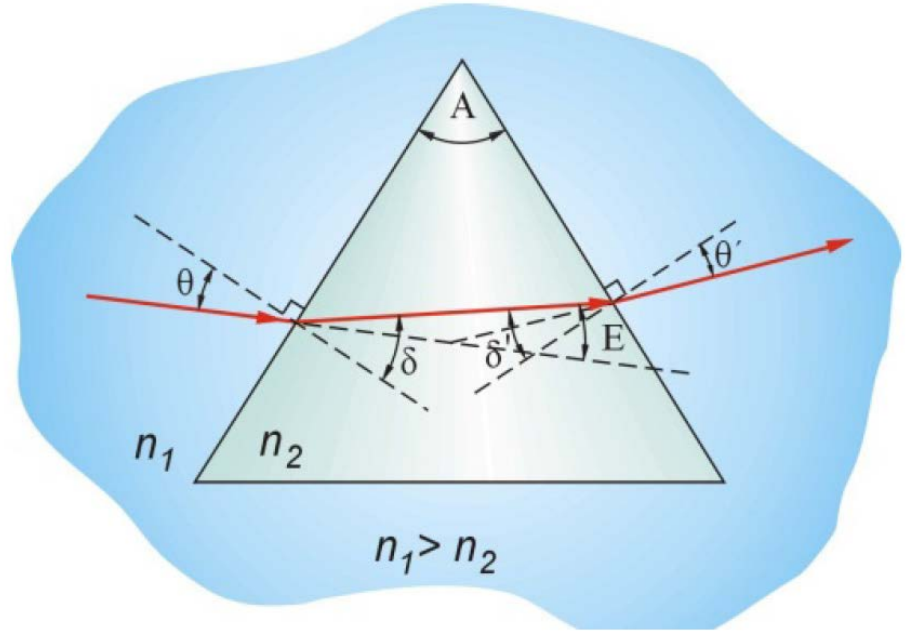
$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 180^o - \zeta \\ \zeta &= 180^o - \varphi_1' - \varphi_2' \end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha = \varphi_1' + \varphi_2' \ (4)$$

$$(3) \overset{(4)}{\Rightarrow} \ \delta = \varphi_1 + \varphi_2 - \alpha$$



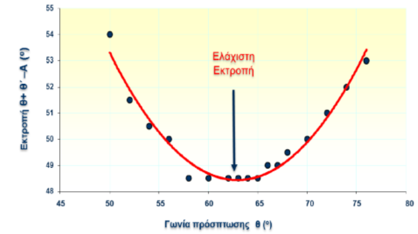
ΕΚΤΡΟΠΗ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ





ΓΩΝΙΑ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΕΚΤΡΟΠΗΣ - ΔΕΙΚΤΗΣ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ

- **Καθώς η φ_1 αυξάνεται από μικρές γωνίες η δ ελαττώνεται, γίνεται ελάχιστη και στη συνέχεια αυξάνεται**

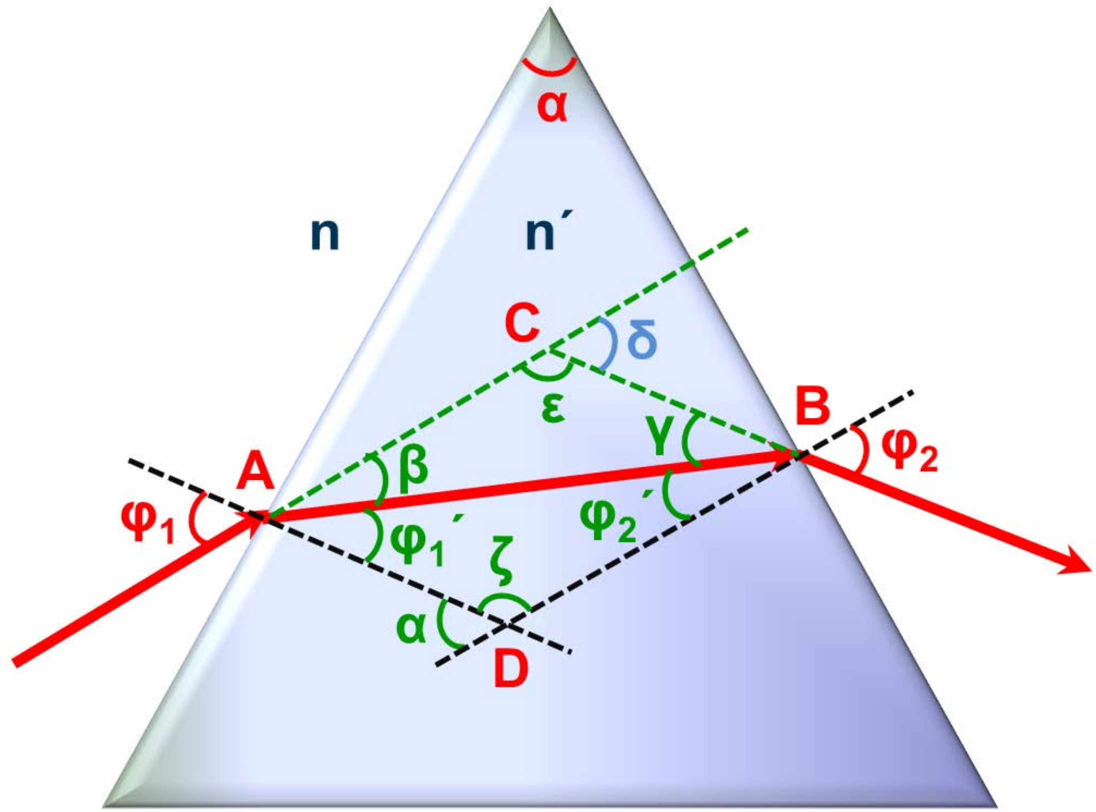


- **Όταν η γωνία εκτροπής δ γίνει ελάχιστη, τότε:**

$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$(\delta = \varphi_1 + \varphi_2 - \alpha)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad (\text{ή } \varphi_1 + \varphi_2 = \pi)$$



Εύρεση δείκτη διάθλασης, κατασκευή καμπύλης διασκεδασμού

ΓΩΝΙΑ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΕΚΤΡΟΠΗΣ ΓΙΑ ΛΕΠΤΑ ΠΡΙΣΜΑΤΑ

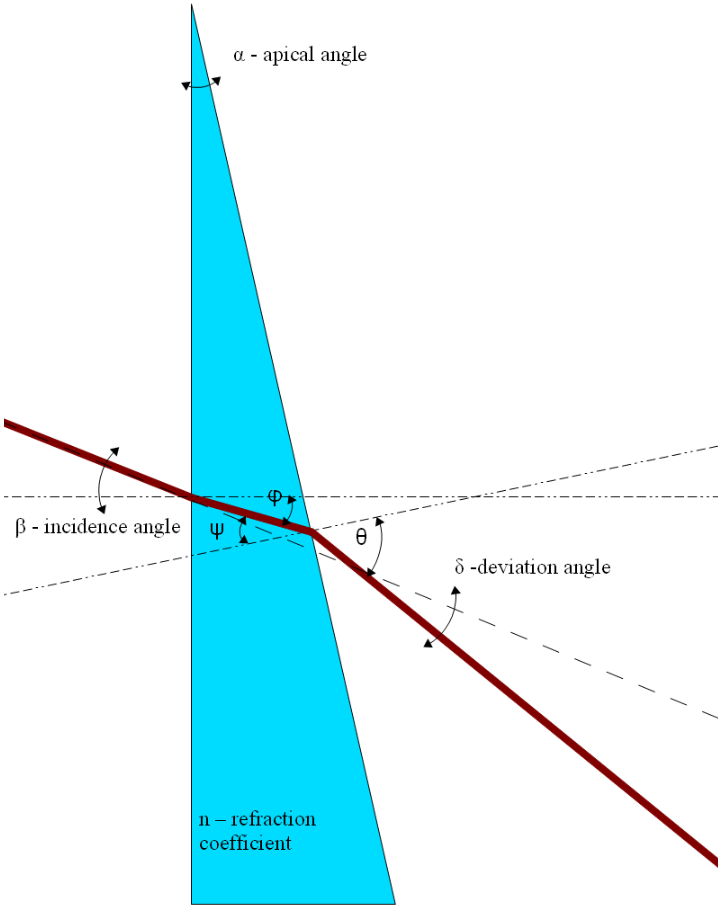
- **<u>ΛΕΠΤΑ ΠΡΙΣΜΑΤΑ</u>: Πολύ μικρή διαθλαστική γωνία α (δ)**

- **Όταν η γωνία εκτροπής δ γίνει ελάχιστη και το πρίσμα βρίσκεται μέσα στον αέρα (n≈ 1):**

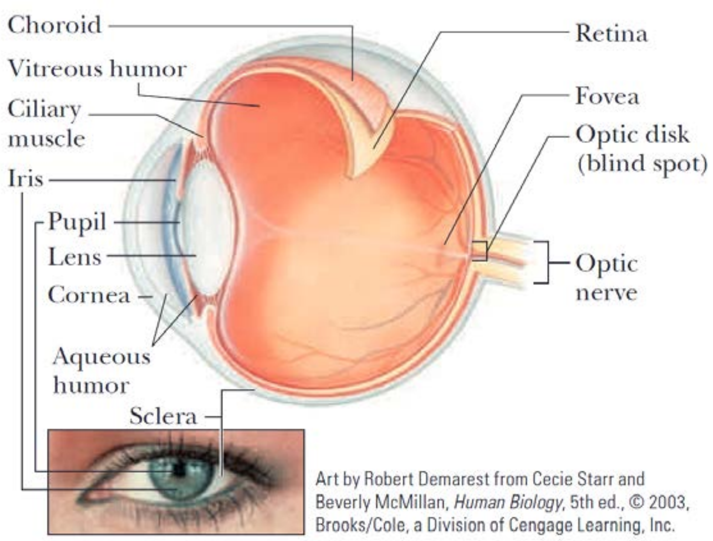
$$\frac{n'}{n} = \frac{\sin\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \rightarrow n' = \frac{\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{\alpha+\delta_{min}}{\alpha}$$

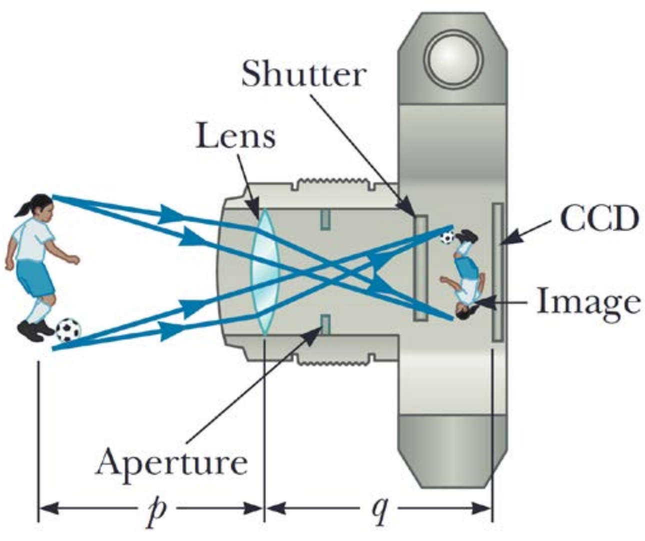
$$\Rightarrow \delta_{min} = n'\alpha - \alpha \Rightarrow \delta_{min} = (n'-1)\alpha$$

(τύπος των λεπτών πρισμάτων)

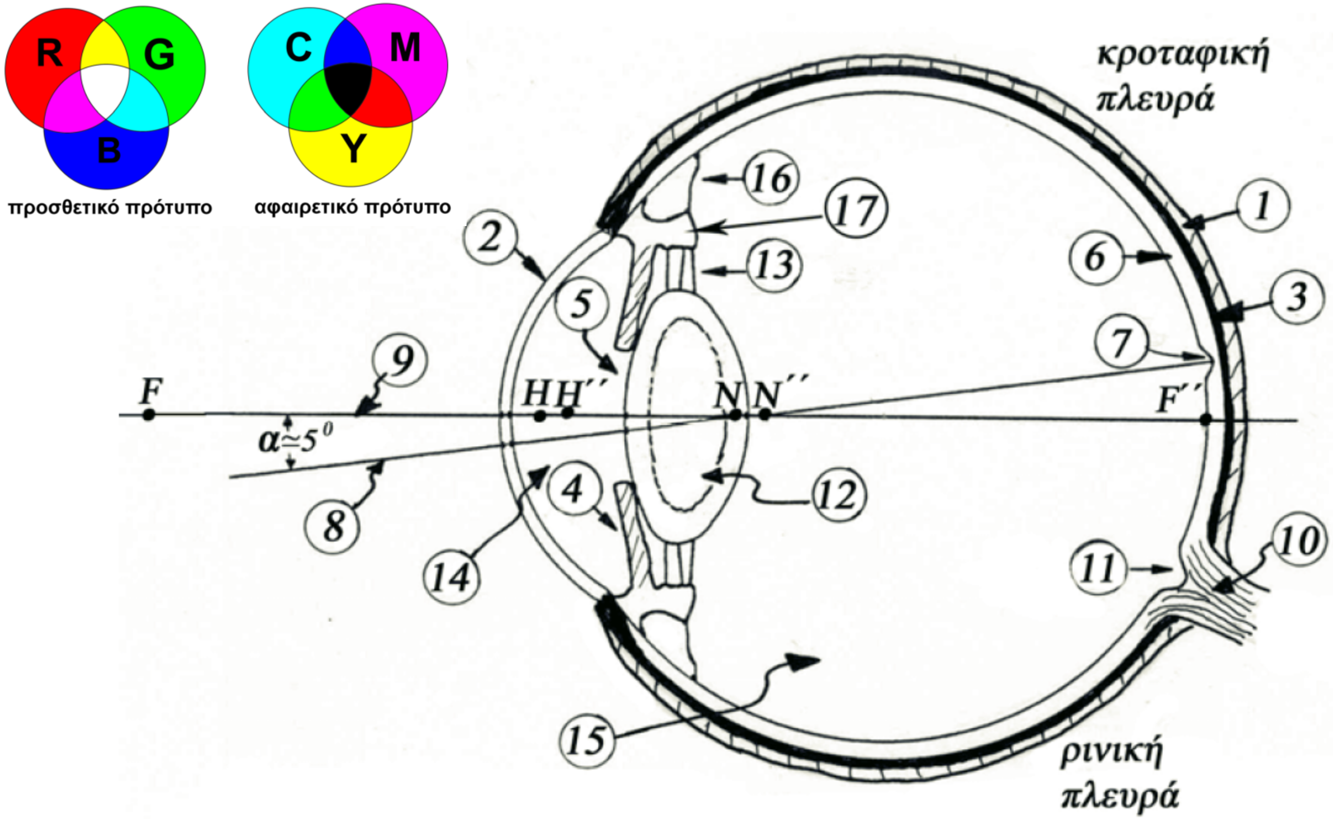


ΦΑΚΟΙ - ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ





ΤΟ ΜΑΤΙ

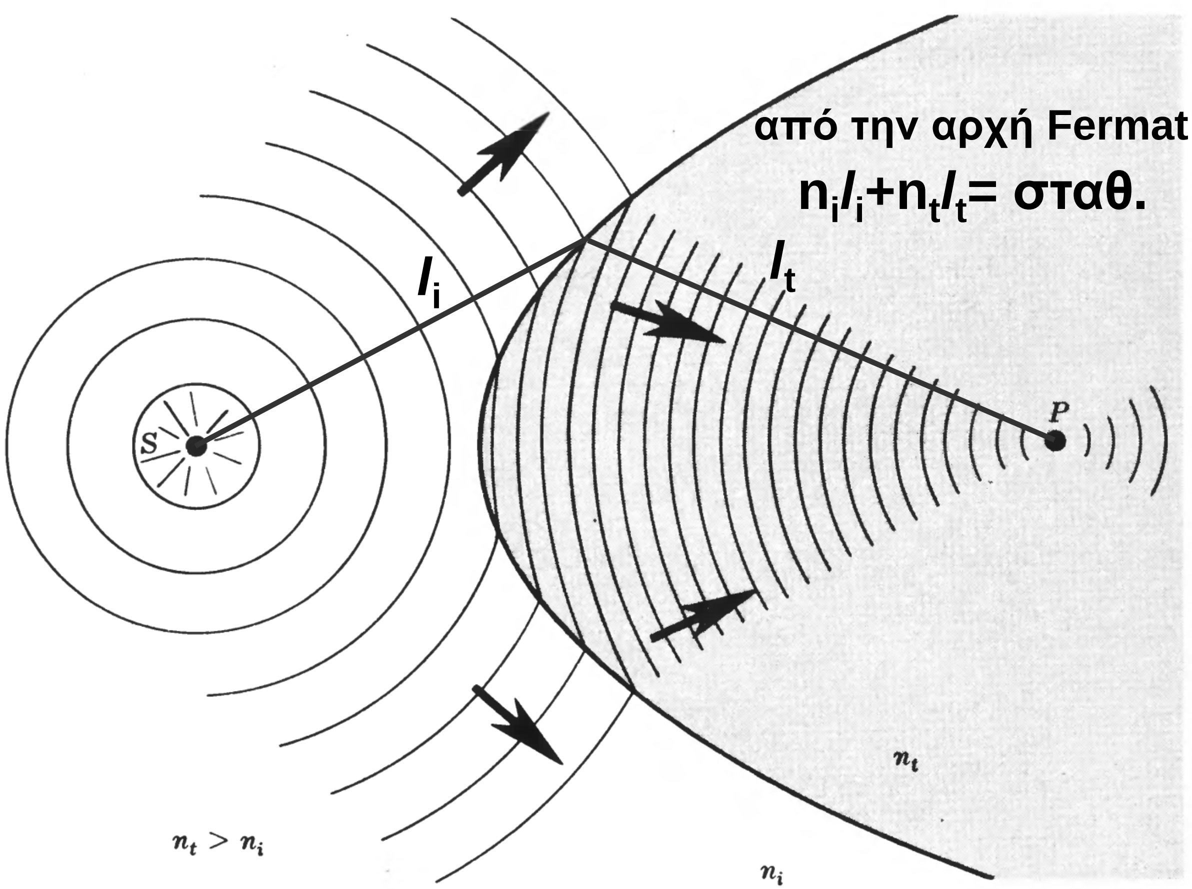


1) Σκληρός χιτώνας 2) Κερατοειδής χιτώνας 3)Χοριοειδής χιτώνας 4) Ίριδα 5) Κόρη 6) Αμφιβληστροειδής χιτώνας 7) Ωχρά κηλίδα 8) Άξονας όρασης 9) Οπτικός άξονας 10) Οπτικό νεύρο 11) Τυφλό σημείο 12) Φακός του ματιού 13) Νημάτια 14) Υδατώδες υγρό 15) Υαλώδες σώμα 16) Βλεφαρικός μυς 17) Βλεφαρικό σώμα.

ΔΙΟΠΤΡΑ - ΔΙΑΘΛΑΣΤΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ

- **ΔΙΟΠΤΡΟ: επιφάνεια που διαχωρίζει 2 μέσα με διαφορετικό δείκτη διάθλασης (επίπεδο, ελλειπτικό, παραβολικό, σφαιρικό)**

- **Σφαιρικό μέτωπο κύματος που αποκλίνει από την πηγή *S* και ζητούμε να συγκλίνει στο σημείο *P***



από την αρχή Fermat

$$n_i l_i + n_t l_t = \text{σταθ.}$$

$$n = \frac{c}{\upsilon}$$

$$n_t > n_i$$

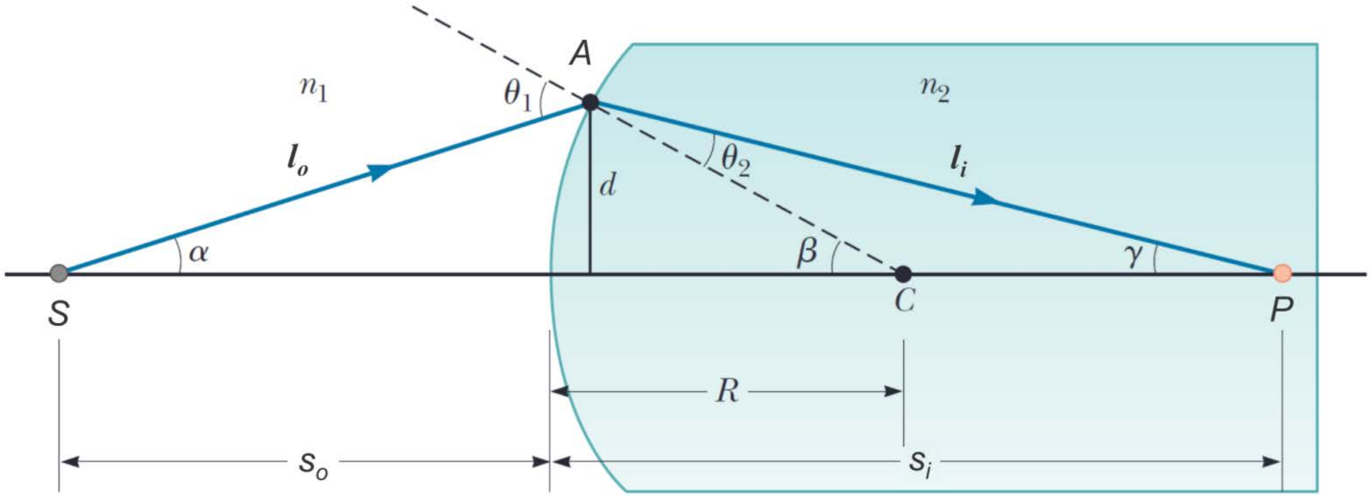
$$\upsilon_t < \upsilon_i$$

επιβράδυνση του κεντρικού τμήματος του μετώπου

Καρτεσιανό ωοειδές

ΣΦΑΙΡΙΚΑ ΔΙΟΠΤΡΑ

- **Για μικρή γωνία α ($l_o \approx s_o$ και $l_i \approx s_i$, παραξονική προσέγγιση) η δέσμη μπορεί να συγκλίνει σε ένα σημείο όπως στο Καρτεσιανό ωοειδές**
- **<u>ΟΠΤΙΚΟΣ (ΚΥΡΙΟΣ) ΑΞΟΝΑΣ</u>: άξονας συμμετρίας του διόπτρου**



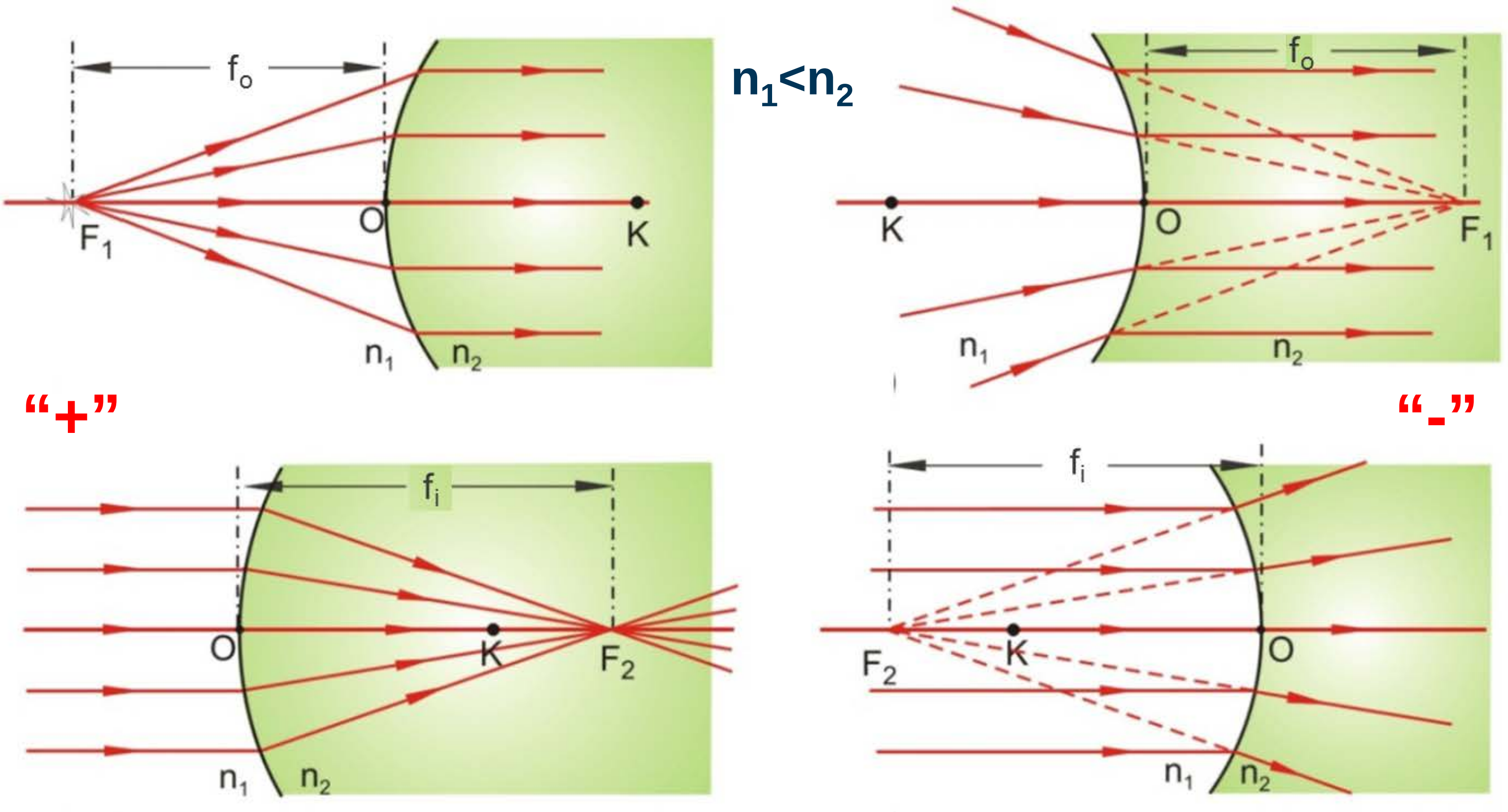
- **Ισχύει ότι**

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

- **<u>ΕΣΤΙΑΚΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ</u>: $f_o = s_o$ για την οποία ισχύει $s_i \to \infty$ (επίπεδα μέτωπα κύματος - παράλληλη δέσμη στο μέσο 2)**
- **<u>ΕΣΤΙΑΚΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΕΙΔΩΛΟΥ</u>: $f_i = s_i$ για την οποία ισχύει $s_o \to \infty$ (επίπεδα μέτωπα κύματος - παράλληλη δέσμη στο μέσο 1)**

$$f_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R, \quad f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

ΠΡΟΣΗΜΑ ΣΤΑ ΔΙΟΠΤΡΑ



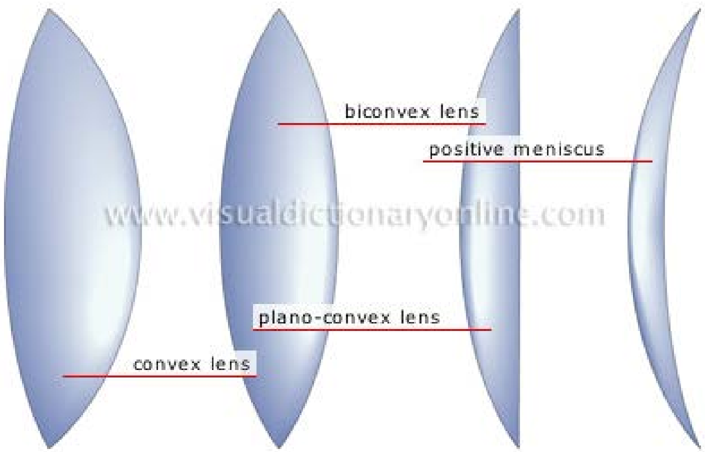
- ✓ <u>Πραγματικό αντικείμενο</u>: η δέσμη αποκλίνει από αυτό
- ✓ <u>Πραγματικό είδωλο</u>: η δέσμη συγκλίνει σ’ αυτό

Συμβατικά πρόσημα διόπτρων	
s_o, f_o	+ αριστερά του O
s_i, f_i	+ δεξιά του O
R	+ K δεξιά του O

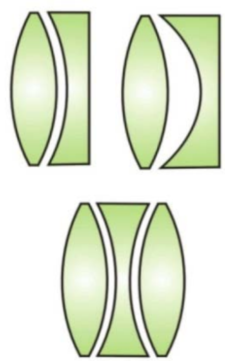
ΛΕΠΤΟΙ ΦΑΚΟΙ

- **ΦΑΚΟΣ**: οπτικό στοιχείο που αποτελείται από 2 δίοπτρα (σφαιρικά)
- **ΛΕΠΤΟΣ ΦΑΚΟΣ**: μικρό πάχος σε σχέση με τις εστιακές αποστάσεις
- **ΧΡΗΣΗ**: σχηματισμός ειδώλου ομοίου ενός αντικειμένου (απεικόνιση)

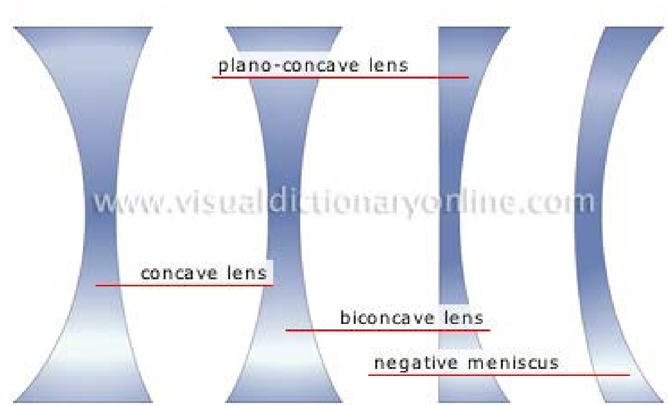
συγκλίνοντες φακοί (παχύτεροι στο μέσο)



σύνθετοι φακοί



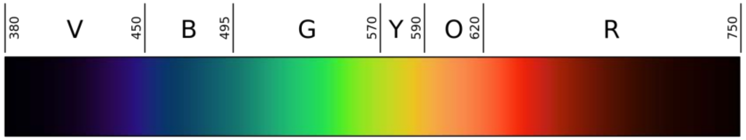
αποκλίνοντες φακοί (παχύτεροι στα άκρα)

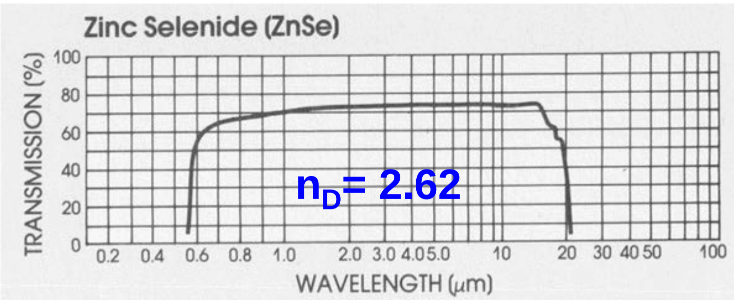


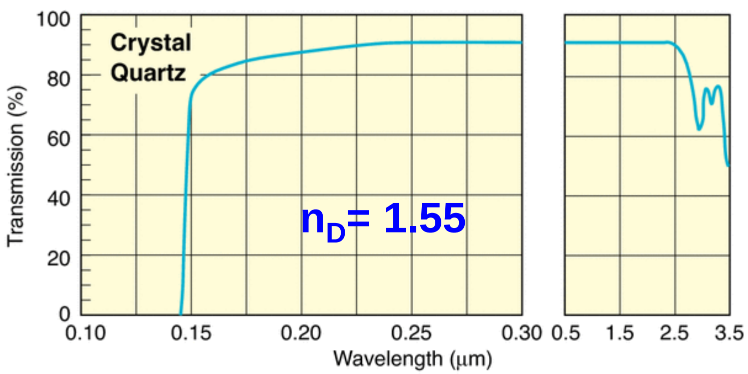
αμφίκυρτοι επιπεδόκυρτος κοιλόκυρτος+ αμφίκοιλοι επιπεδόκοιλος κοιλόκυρτος-

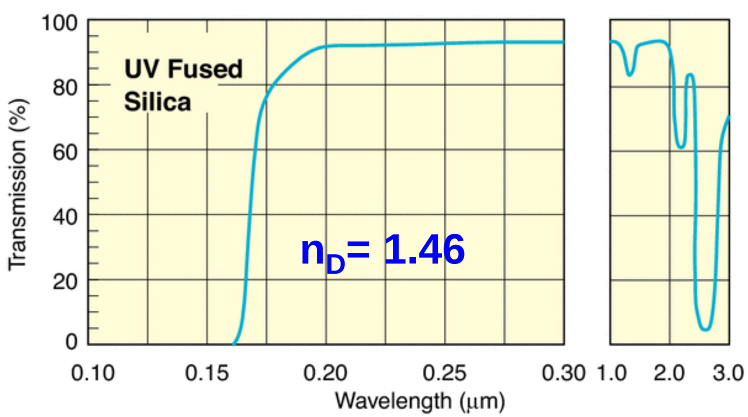
- Οι συγκλίνοντες (θετικοί) φακοί προκαλούν σύγκλιση των ακτίνων
- Οι αποκλίνοντες (αρνητικοί) φακοί προκαλούν απόκλιση των ακτίνων

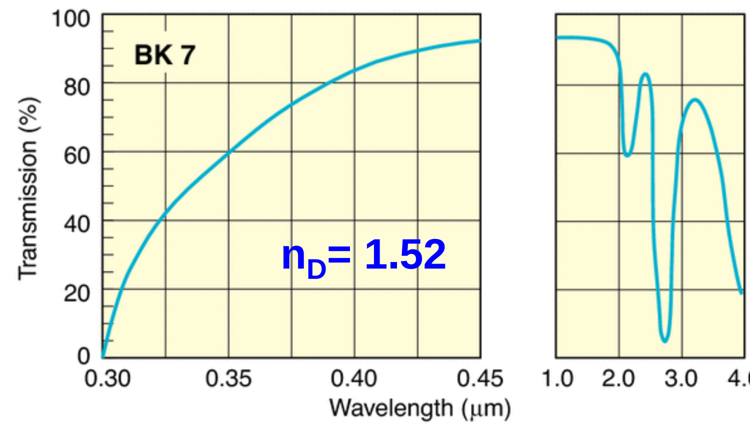
ΥΛΙΚΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΦΑΚΩΝ

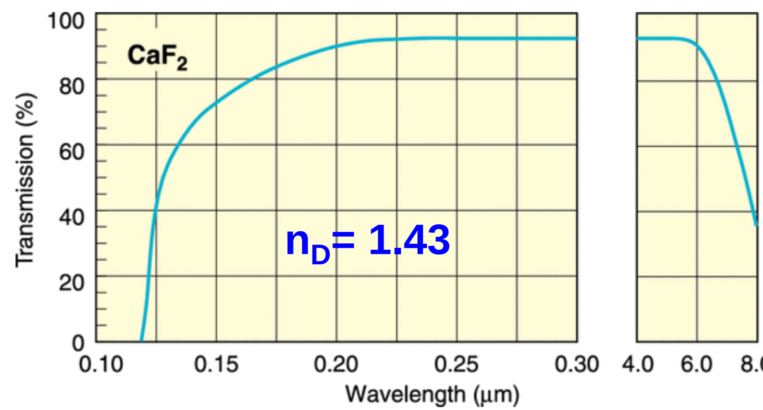


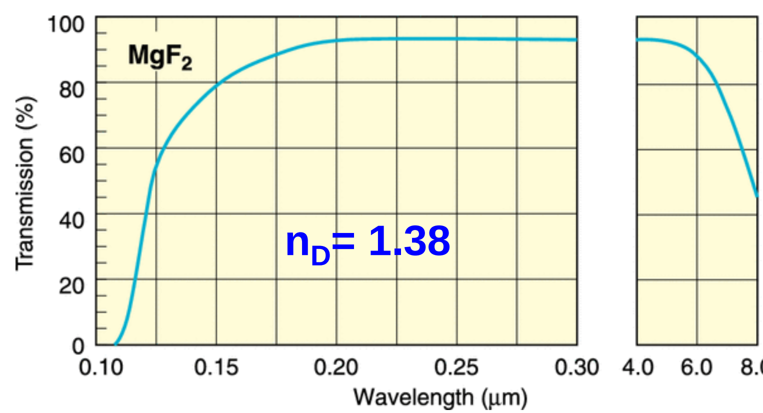






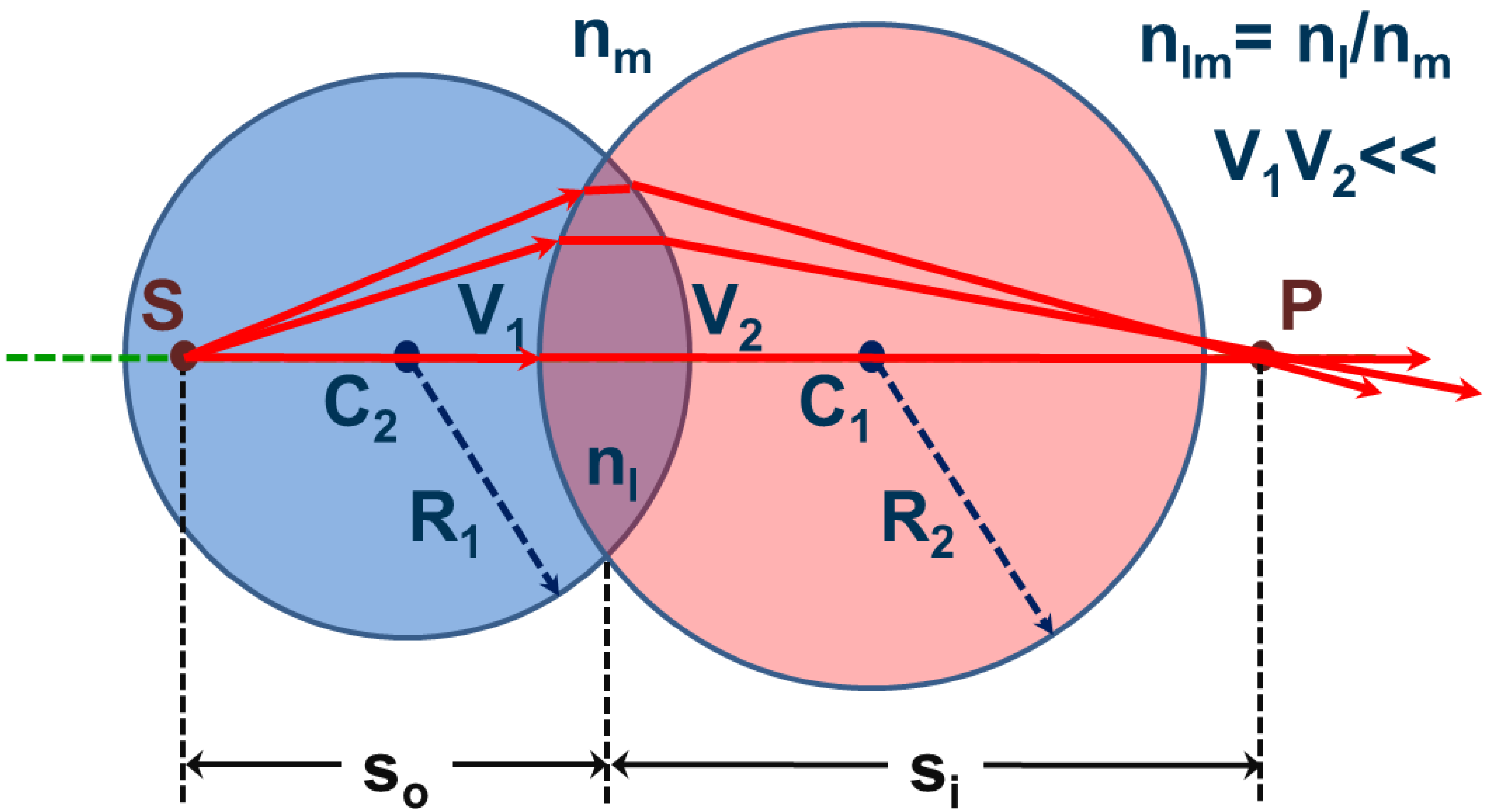






D line Na
λ= 589.3 nm

ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΛΕΠΤΩΝ ΦΑΚΩΝ

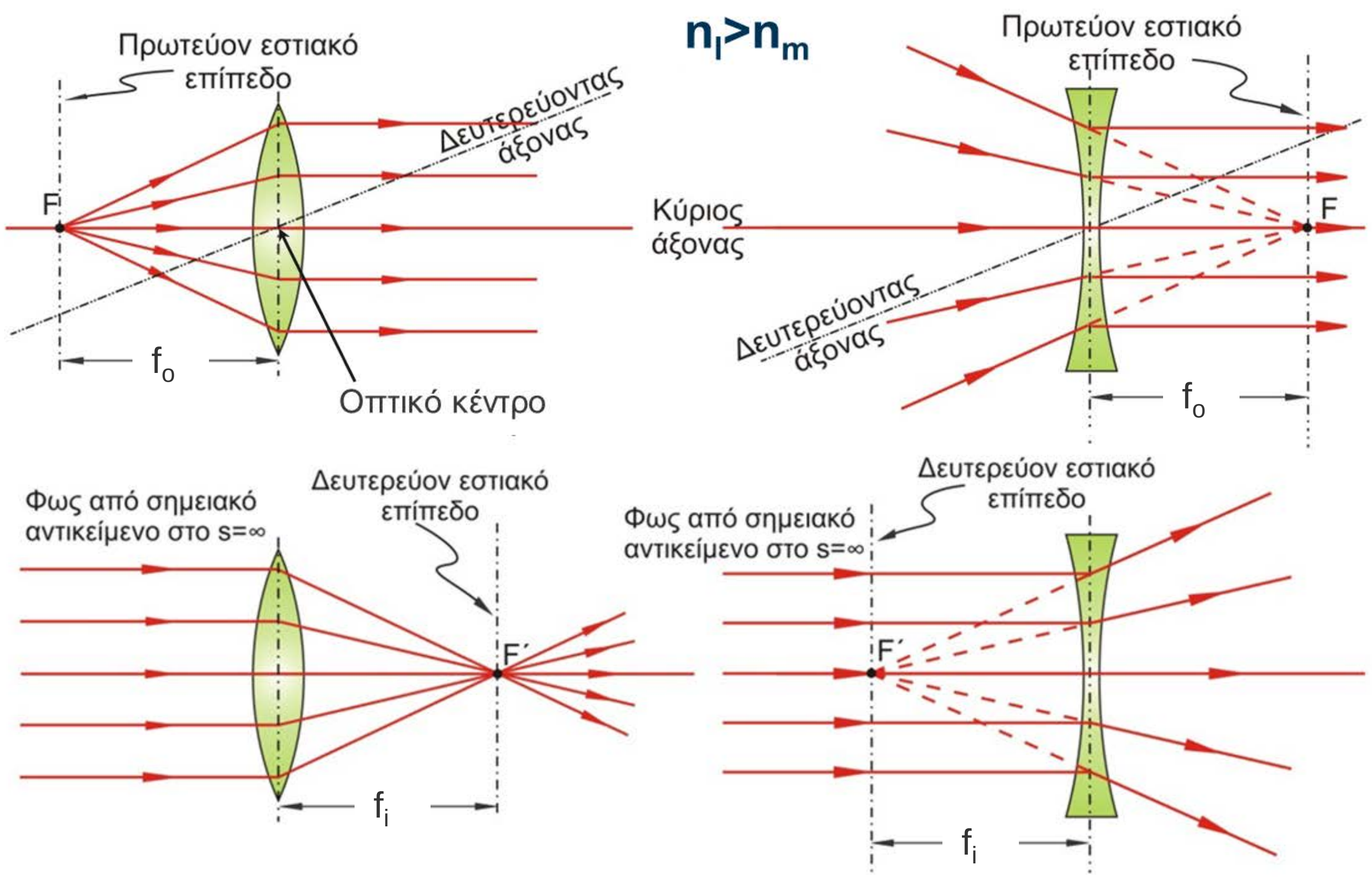


❖ **Εξίσωση των κατασκευαστών των φακών:** $$\frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=(n_{lm}-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$\text{για } n_m = 1 \text{ (αέρας)},\ n_{lm} = n_l$$

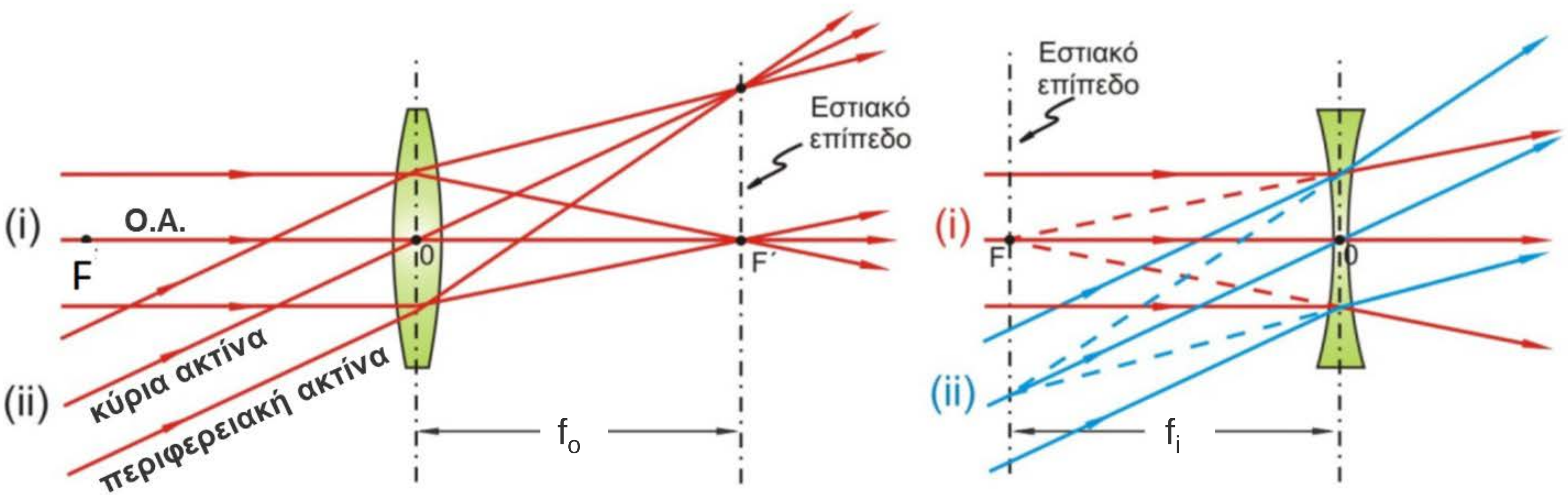
ΕΣΤΙΕΣ ΚΑΙ ΕΣΤΙΑΚΕΣ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΛΕΠΤΩΝ ΦΑΚΩΝ

- **Πρωτεύουσα εστία (F, f_o): ακτίνες που προέρχονται ή κατευθύνονται προς αυτή μετά τη διάθλασή τους διευθύνονται παράλληλα στον Ο.Α.**
- **Δευτερεύουσα εστία (F΄, f_i): ακτίνες που οδεύουν παράλληλα στον Ο.Α. μετά τη διάθλασή τους κατευθύνονται ή προέρχονται από αυτή**



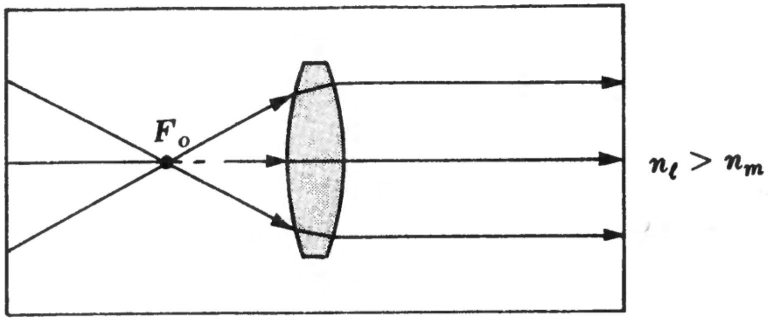
ΕΣΤΙΑΚΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΛΕΠΤΩΝ ΦΑΚΩΝ

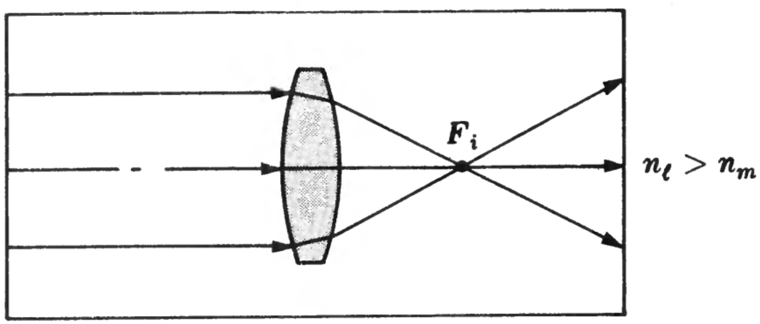
- **Ακτίνες παράλληλες (περιφερειακές) σε μία κύρια ακτίνα (όχι κατ' ανάγκη ο Ο.Α.) συγκλίνουν μετά τη διάθλασή τους από το φακό στο εστιακό επίπεδο στο σημείο που το τέμνει η κύρια ακτίνα**

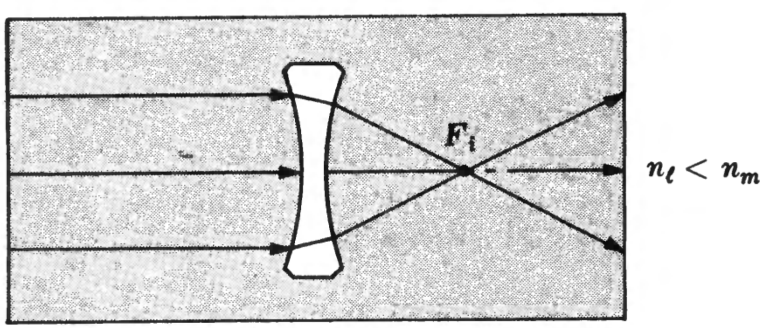


ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΣΧΕΤΙΚΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΔΙΑΘΛΑΣΗΣ

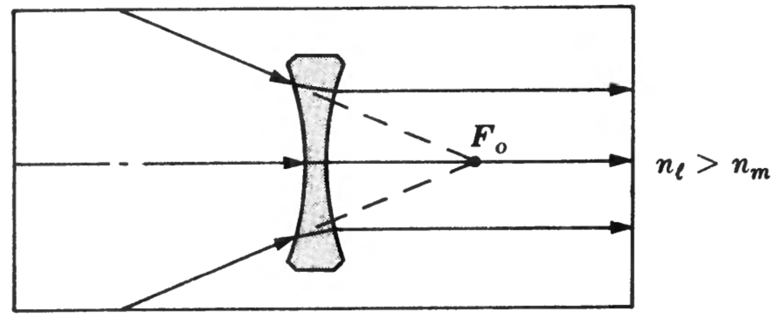
Συγκλίνοντες φακοί

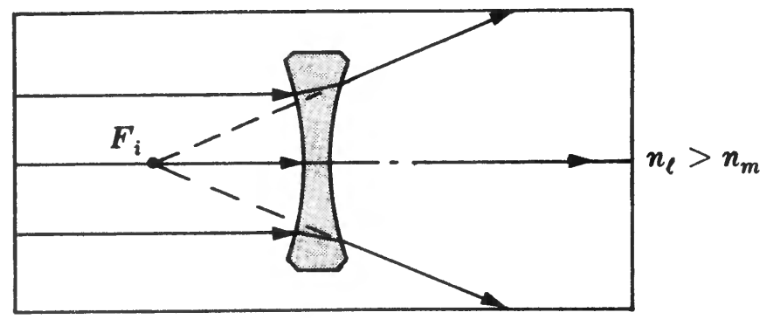


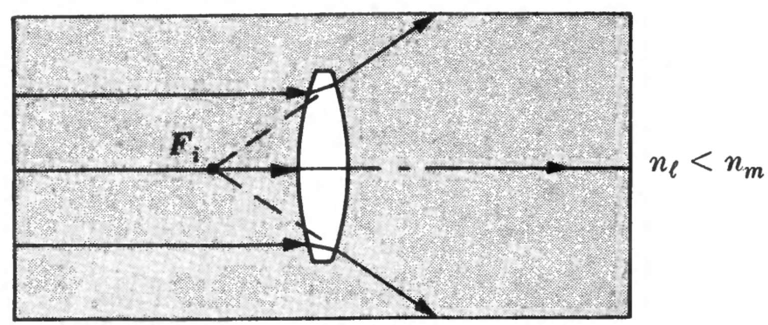




Αποκλίνοντες φακοί







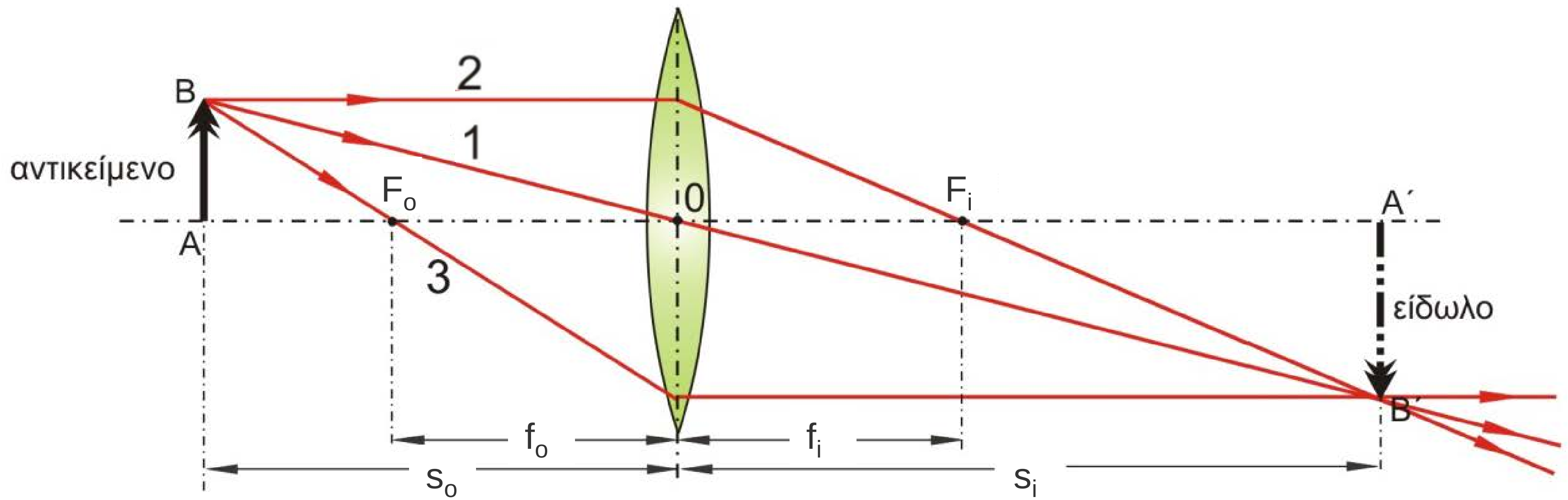
ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΙ ΓΡΑΦΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ

1. **Ακτίνες που διέρχονται από το οπτικό κέντρο του φακού δεν υπόκεινται σε διάθλαση**

2. **Ακτίνες που ξεκινούν από το αντικείμενο και είναι παράλληλες με τον οπτικό άξονα, διέρχονται από την εστία F_i του φακού**

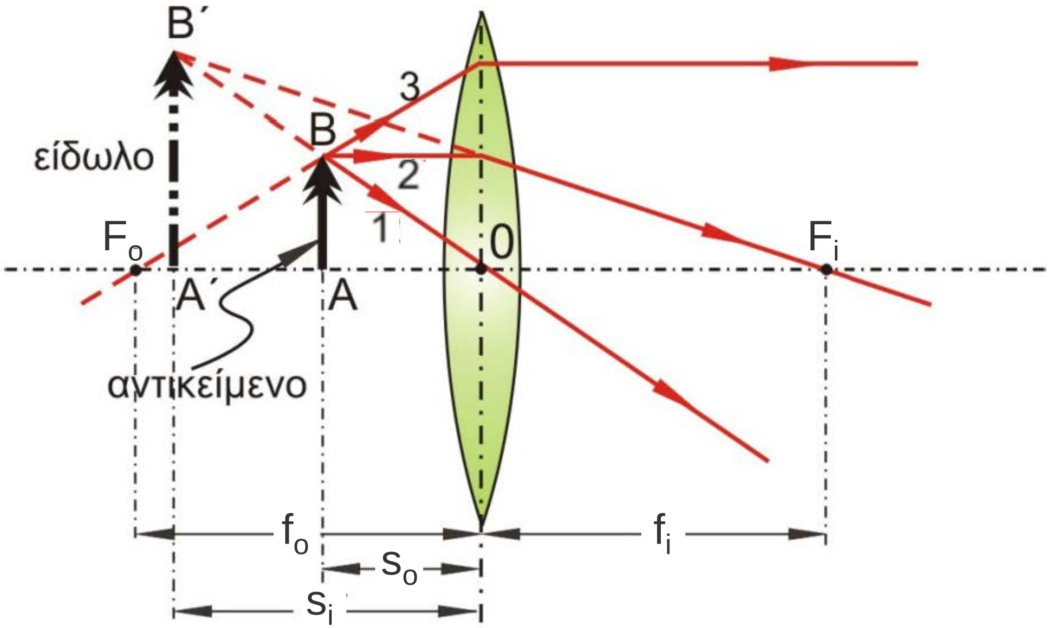
3. **Ακτίνες που ξεκινούν από το αντικείμενο και διέρχονται από την εστία F_o κινούνται παράλληλα με τον οπτικό άξονα**

✓ **Συγκλίνοντας φακός και $s_o > f_o$**

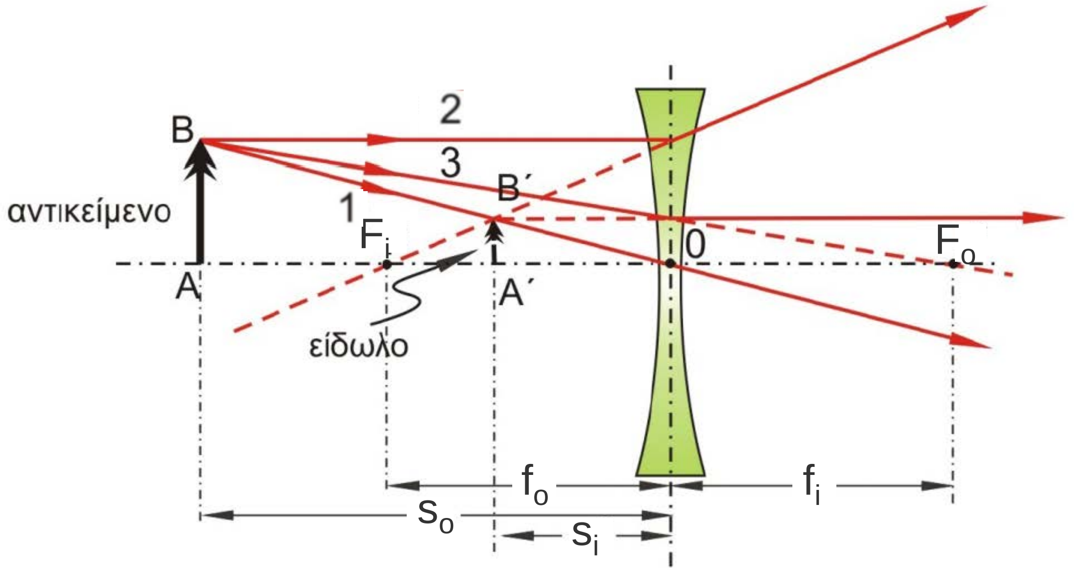


ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΙ ΓΡΑΦΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ

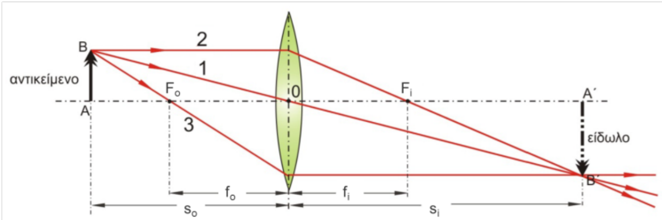
- ✓ **Συγκλίνοντας φακός και $s_o<f_o$ (μεγεθυντικός φακός)**

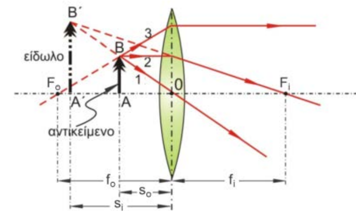


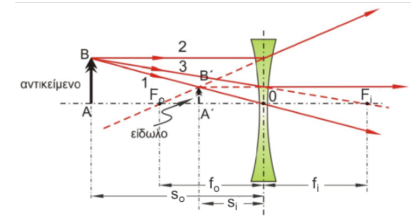
- ✓ **Αποκλίνοντας φακός**



ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΕΙΔΩΛΟΥ ΓΙΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ







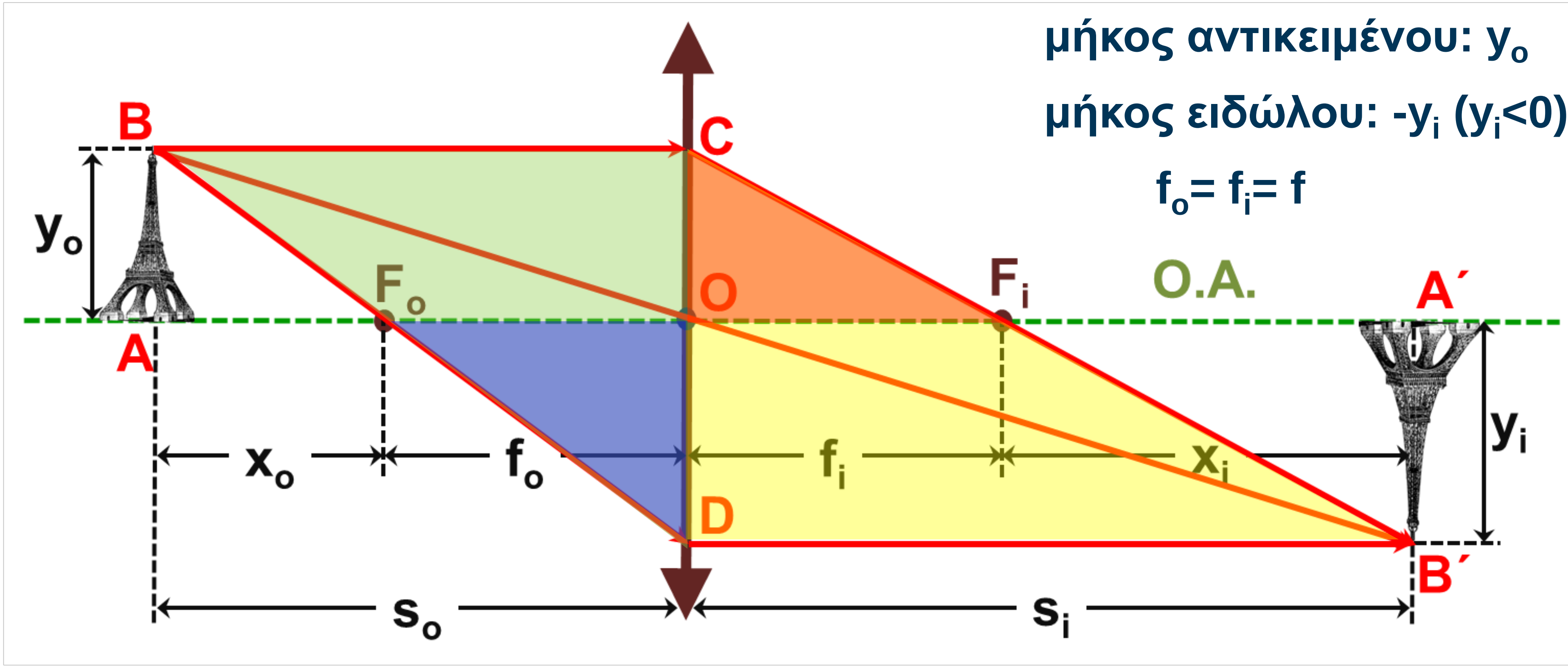
ΣΥΓΚΛΙΝΟΝΤΑΣ ΦΑΚΟΣ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ	ΕΙΔΩΛΟ			
Θέση	**Είδος**	**Θέση**	**Προσανατολισμός**	**Σχετ. Μέγεθος**
$\infty > s_o > 2f$	πραγματικό	$f < s_i < 2f$	ανεστραμμένο	μικρότερο
$s_o = 2f$	πραγματικό	$s_i = 2f$	ανεστραμμένο	ίσου μεγέθους
$f < s_o < 2f$	πραγματικό	$\infty > s_i > 2f$	ανεστραμμένο	μεγαλύτερο
$s_o = f$	-	$\pm\infty$	-	-
$s_o < f$	φανταστικό	$\lvert s_i \rvert > s_o$	όρθιο	μεγαλύτερο

ΑΠΟΚΛΙΝΟΝΤΑΣ ΦΑΚΟΣ

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ	ΕΙΔΩΛΟ			
Θέση	**Είδος**	**Θέση**	**Προσανατολισμός**	**Σχετ. Μέγεθος**
τυχαία	φανταστικό	$\lvert s_i \rvert < f$	όρθιο	μικρότερο

Ο ΤΥΠΟΣ ΤΩΝ ΛΕΠΤΩΝ ΦΑΚΩΝ (ΜΟΡΦΗ GAUSS)



$$\overset{\Delta}{CDB'} \sim \overset{\Delta}{COF_i} \Rightarrow \frac{CD}{CO} = \frac{DB'}{OF_i} \Rightarrow \frac{y_o - y_i}{y_o} = \frac{s_i}{f} \Rightarrow \frac{y_o - y_i}{s_i} = \frac{y_o}{f} \quad (1)$$

$$(1)+(2) \rightarrow \frac{y_o - y_i}{s_i} + \frac{y_o - y_i}{s_o} = \frac{y_o}{f} + \frac{-y_i}{f}$$

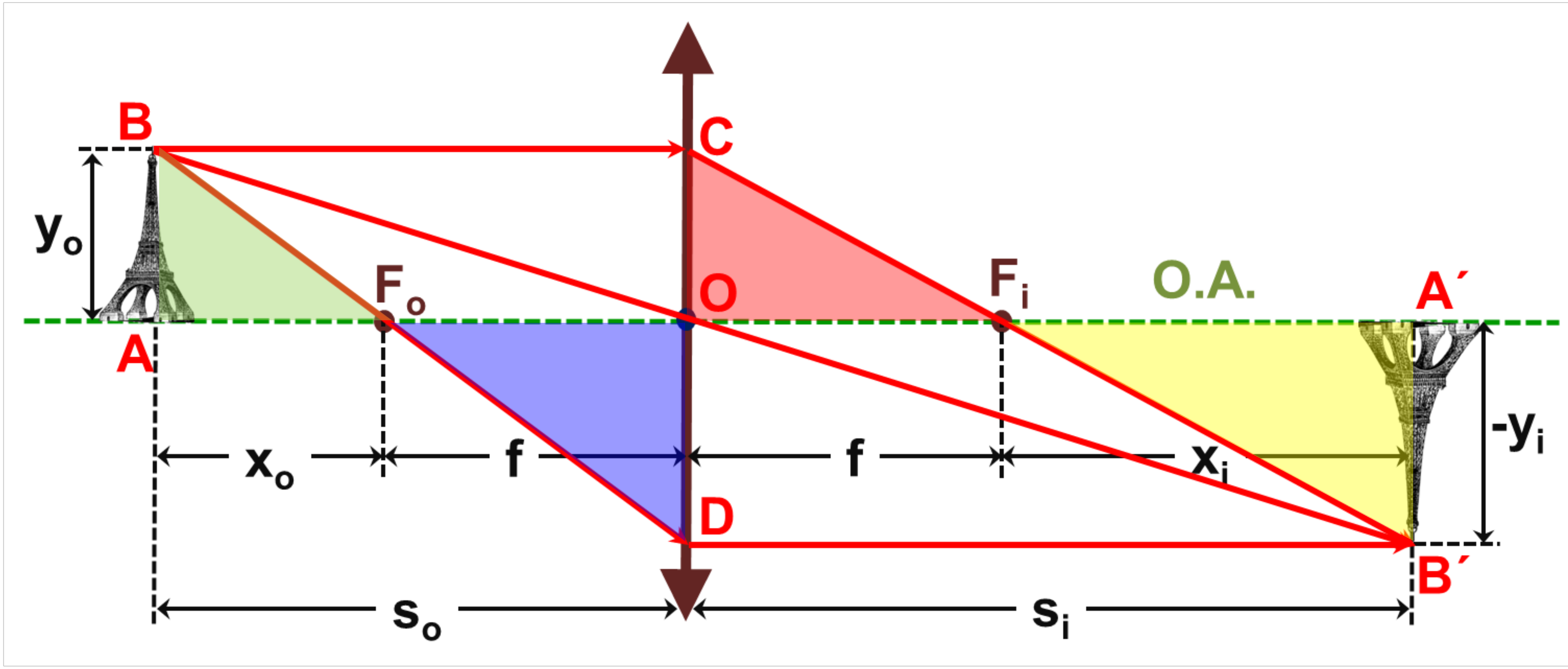
$$\overset{\Delta}{DCB} \sim \overset{\Delta}{DOF_o} \Rightarrow \frac{DC}{DO} = \frac{CB}{OF_o} \Rightarrow \frac{y_o - y_i}{-y_i} = \frac{s_o}{f} \Rightarrow \frac{y_o - y_i}{s_o} = \frac{-y_i}{f} \quad (2)$$

$$\boxed{\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}} \quad (3)$$

✓ Εξίσωση των κατασκευαστών των φακών

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n_{lm} - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{1}{f} = (n_{lm} - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Ο ΤΥΠΟΣ ΤΩΝ ΛΕΠΤΩΝ ΦΑΚΩΝ (ΜΟΡΦΗ NEWTON)



$$\overset{\Delta}{B'A'F_i} \sim \overset{\Delta}{COF_i} \Rightarrow \frac{B'A'}{OC} = \frac{A'F_i}{OF_i} \Rightarrow \frac{-y_i}{y_o} = \frac{x_i}{f} \quad (1)$$

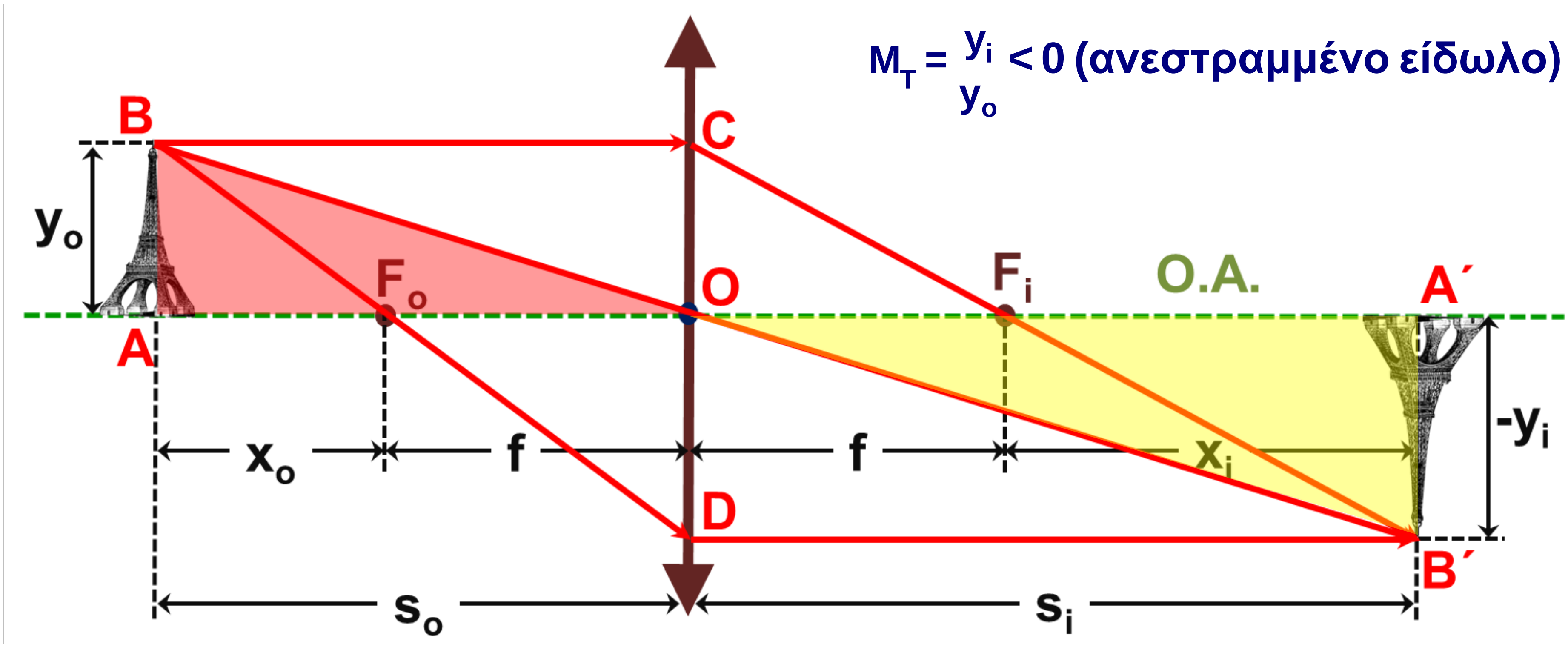
$$\overset{\Delta}{BAF_o} \sim \overset{\Delta}{DOF_o} \Rightarrow \frac{BA}{OD} = \frac{AF_o}{OF_o} \Rightarrow \frac{y_o}{-y_i} = \frac{x_o}{f} \Rightarrow \frac{-y_i}{y_o} = \frac{f}{x_o} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{x_i}{f} = \frac{f}{x_o} \Rightarrow \boxed{x_o x_i = f^2}$$

Μορφή Newton του τύπου των λεπτών φακών

ΠΛΕΥΡΙΚΗ (ΕΓΚΑΡΣΙΑ) ΜΕΓΕΘΥΝΣΗ

$M_T = \frac{y_i}{y_o} < 0$ (ανεστραμμένο είδωλο)



$$\overset{\Delta}{B'A'O} \sim \overset{\Delta}{BAO} \Rightarrow \frac{B'A'}{BA} = \frac{A'O}{AO} \Rightarrow \frac{-y_i}{y_o} = \frac{s_i}{s_o} \Rightarrow \boxed{M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o}}$$

Τύπος Newton

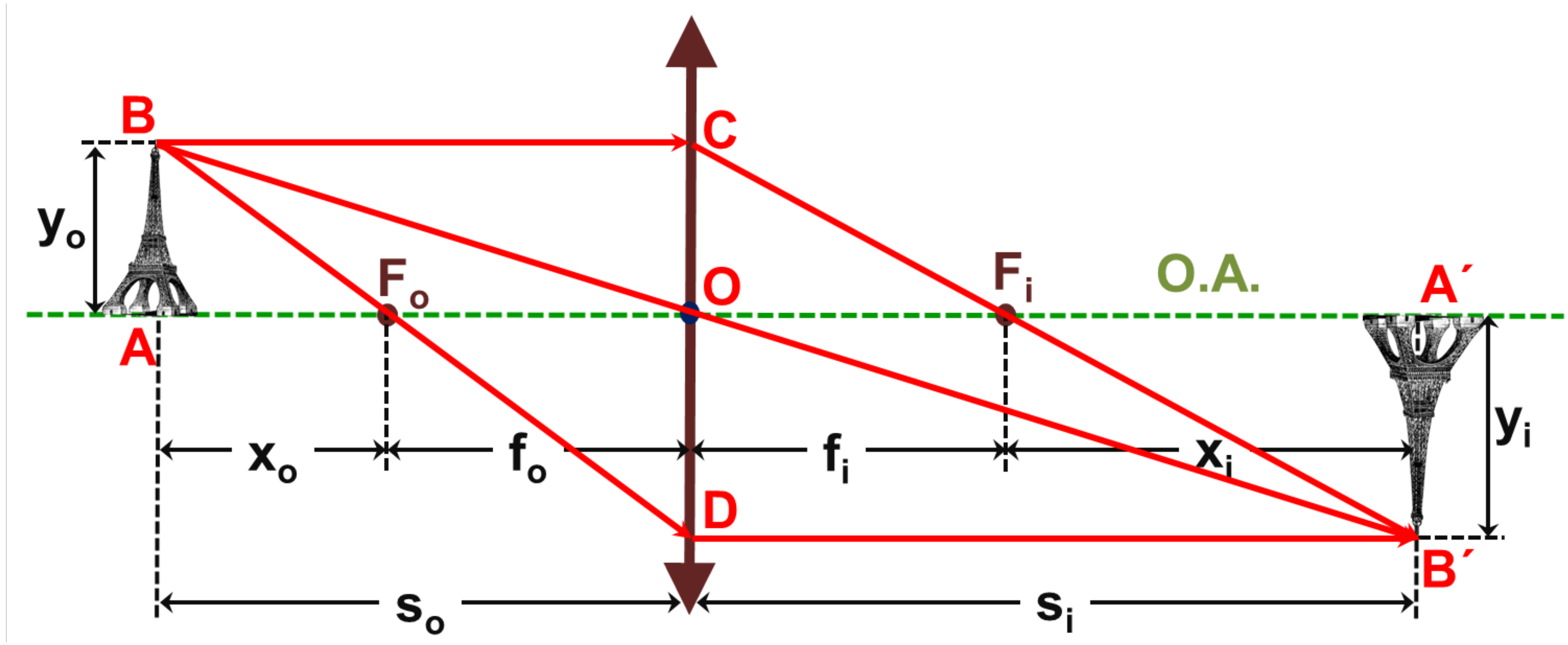
$$x_o x_i = f^2 \Rightarrow$$

$$x_i = \frac{f^2}{x_o},\quad x_o = \frac{f^2}{x_i}$$

$$M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{x_i + f}{x_o + f} = -\frac{\frac{f^2}{x_o} + f}{x_o + f} = -\frac{\frac{f^2 + f x_o}{x_o}}{x_o + f} = -\frac{f(x_o + f)}{x_o(x_o + f)} \Rightarrow \boxed{M_T = -\frac{f}{x_o}}$$

$$M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o} = -\frac{x_i + f}{x_o + f} = -\frac{x_i + f}{\frac{f^2}{x_i} + f} = -\frac{x_i + f}{\frac{f^2 + f x_i}{x_i}} = -\frac{x_i(x_i + f)}{f(x_i + f)} \Rightarrow \boxed{M_T = -\frac{x_i}{f}}$$

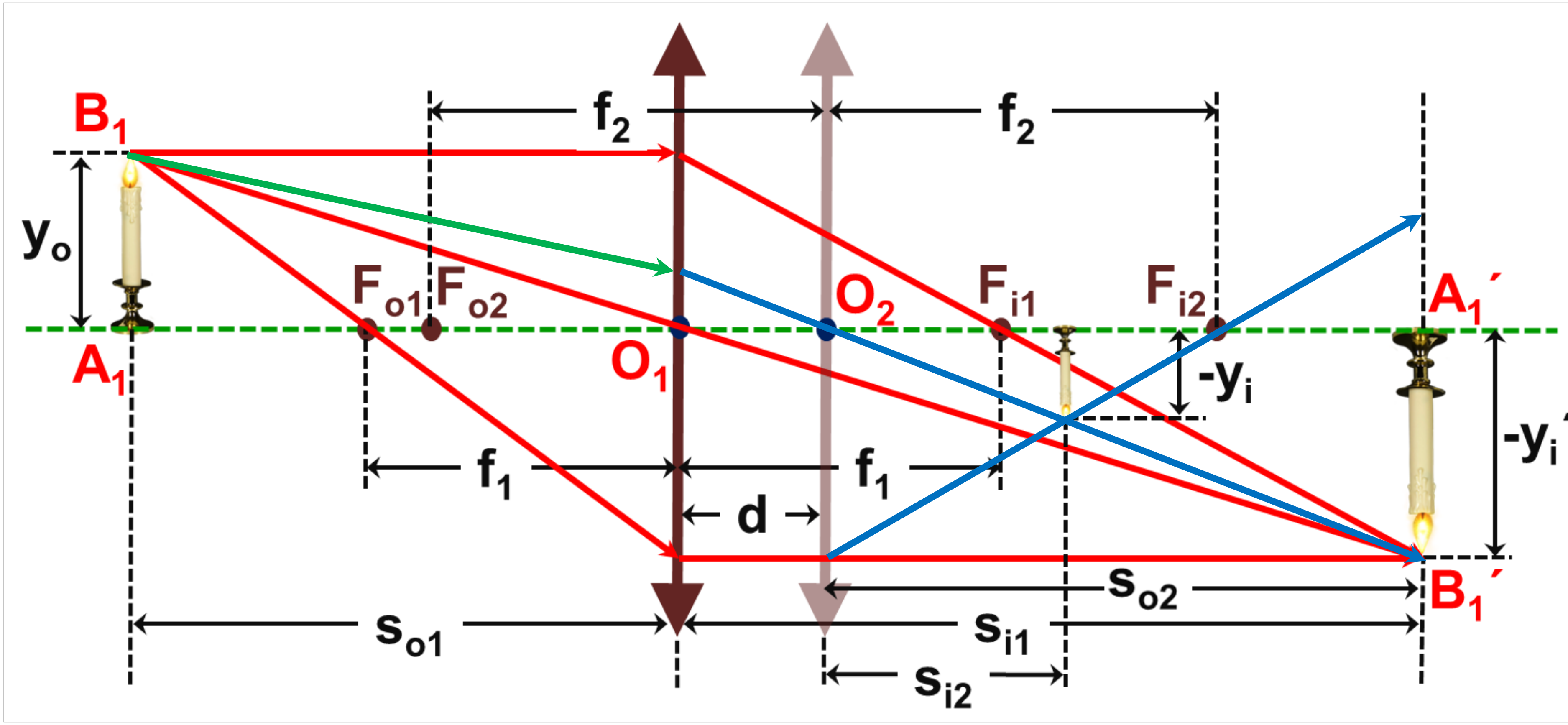
ΠΡΟΣΗΜΑ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΗ ΤΟΥΣ ΣΗΜΑΣΙΑ



Συμβατικά πρόσημα μεγεθών	
s_o, f_o	+ αριστερά του O
s_i, f_i	+ δεξιά του O
y_o, y_i	+ πάνω από τον O.A.
x_o	+ αριστερά του F_o
x_i	+ δεξιά του F_i

Μέγεθος	Πρόσημο (+)	Πρόσημο (-)
s_o	πραγμ. αντικείμενο	φαντ. αντικείμενο
s_i	πραγμ. είδωλο	φαντ. είδωλο
$f = f_o = f_i$	συγκλίνων φακός	αποκλίνων φακός
y_o	όρθιο αντικείμενο	ανεσ. αντικείμενο
y_i	όρθιο είδωλο	ανεστρ. είδωλο
M_T	όρθιο είδωλο	ανεστρ. είδωλο

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΛΕΠΤΟΙ ΦΑΚΟΙ



- Από τον 1ο φακό σχηματίζεται το είδωλο $A_1'B_1'$, το οποίο αποτελεί το φανταστικό αντικείμενο για την απεικόνιση του 2ου φακού

Συνολική μεγέθυνση

$M_T = M_{T1} M_{T2}$

$f_\alpha = \dfrac{f_1(d-f_2)}{d-(f_1+f_2)}$, $f_\delta = \dfrac{f_2(d-f_1)}{d-(f_1+f_2)}$

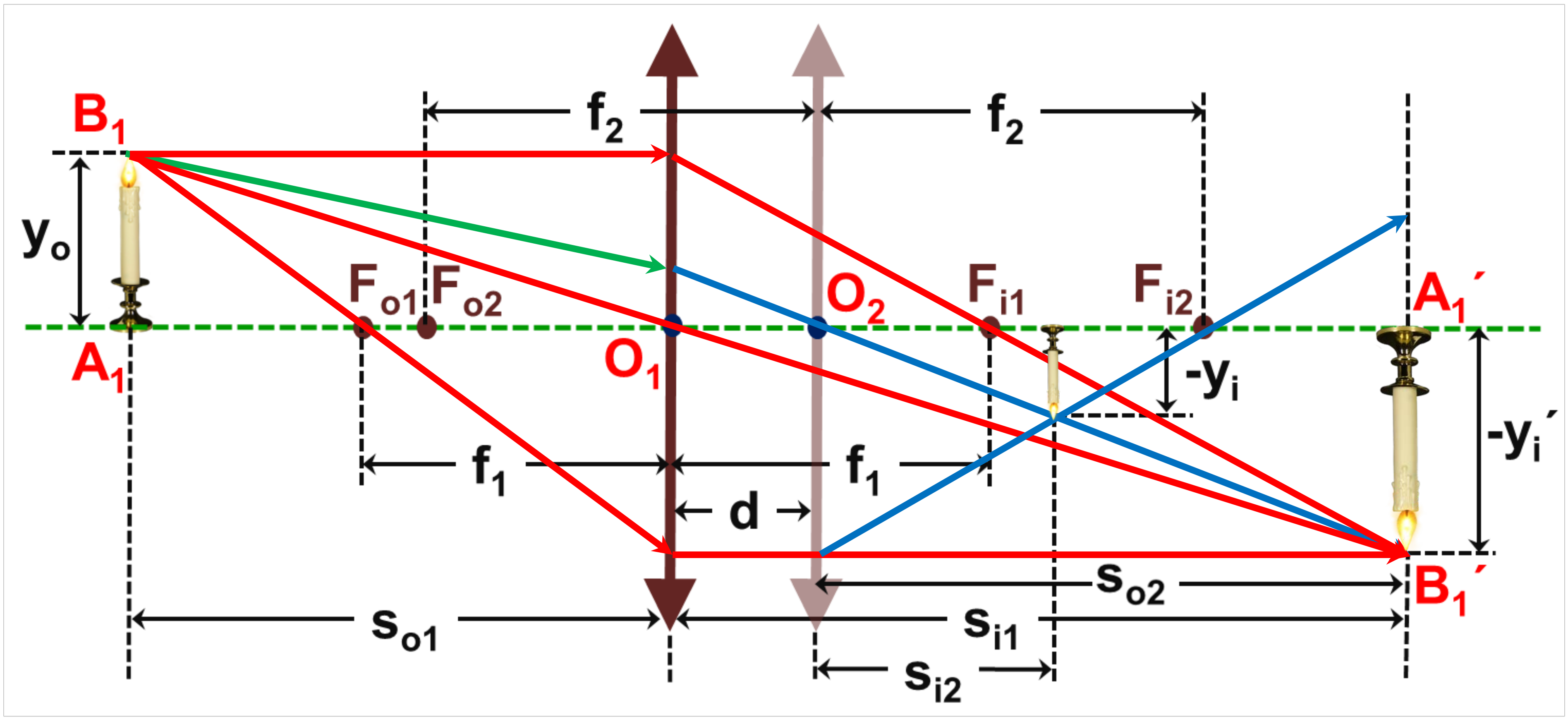
Για $d=0$, $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2}$, $P = P_1 + P_2$

$P = \dfrac{1}{f}$ (ισχύς φακού, $dpt = m^{-1}$)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΣΤΗΜΑ 2 ΣΥΓΚΛΙΝΟΝΤΩΝ ΦΑΚΩΝ

Σύστημα 2 φακών (f_1= 40 mm, f_2= 50 mm, d= 20 mm), αντικείμενο αριστερά του 1ου φακού (s_{o1}= 65 mm, y_o= 20 mm)

⇨ **Γραφικός προσδιορισμός ειδώλου**



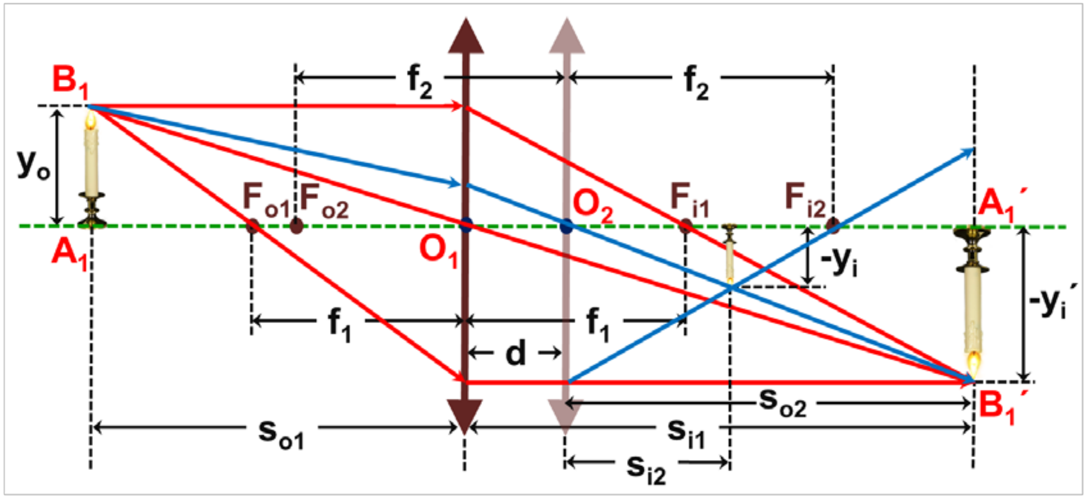
✓ **Πραγματικό και ανεστραμμένο είδωλο**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΣΤΗΜΑ 2 ΣΥΓΚΛΙΝΟΝΤΩΝ ΦΑΚΩΝ

📖 f_1= 40 mm, f_2= 50 mm, d= 20 mm, s_{o1}= 65 mm, y_o= 20 mm

⇨ Υπολογισμός θέσης, είδους και μεγέθους του ειδώλου

Συμβατικά πρόσημα μεγεθών	
s_o	+ αριστερά του Ο
s_i	+ δεξιά του Ο
y_o, y_i	+ πάνω από τον Ο.Α.
s_o	+ πραγμ. αντικείμενο
s_i	+ πραγματικό είδωλο



✓ Απεικόνιση μέσω του 1ου φακού:

$$\frac{1}{s_{o1}}+\frac{1}{s_{i1}}=\frac{1}{f_1}\Rightarrow s_{i1}=\frac{s_{o1}f_1}{s_{o1}-f_1}\Rightarrow s_{i1}=104\,\text{mm}$$

Πραγματικό είδωλο για τον 1ο φακό - φανταστικό αντικείμενο για το 2ο φακό:

$$s_{o2}=-|s_{i1}-d|=-(104-20)\,\text{mm}=-84\,\text{mm}$$

✓ Απεικόνιση μέσω του 2ου φακού:

$$\frac{1}{s_{o2}}+\frac{1}{s_{i2}}=\frac{1}{f_2}\Rightarrow s_{i2}=\frac{s_{o2}f_2}{s_{o2}-f_2}\Rightarrow s_{i2}=31.34\,\text{mm}$$

πραγματικό είδωλο δεξιά του 2ου φακού

✓ Μέγεθος τελικού ειδώλου:

$$y_i=M_T y_o=M_{T1}M_{T2}y_o$$

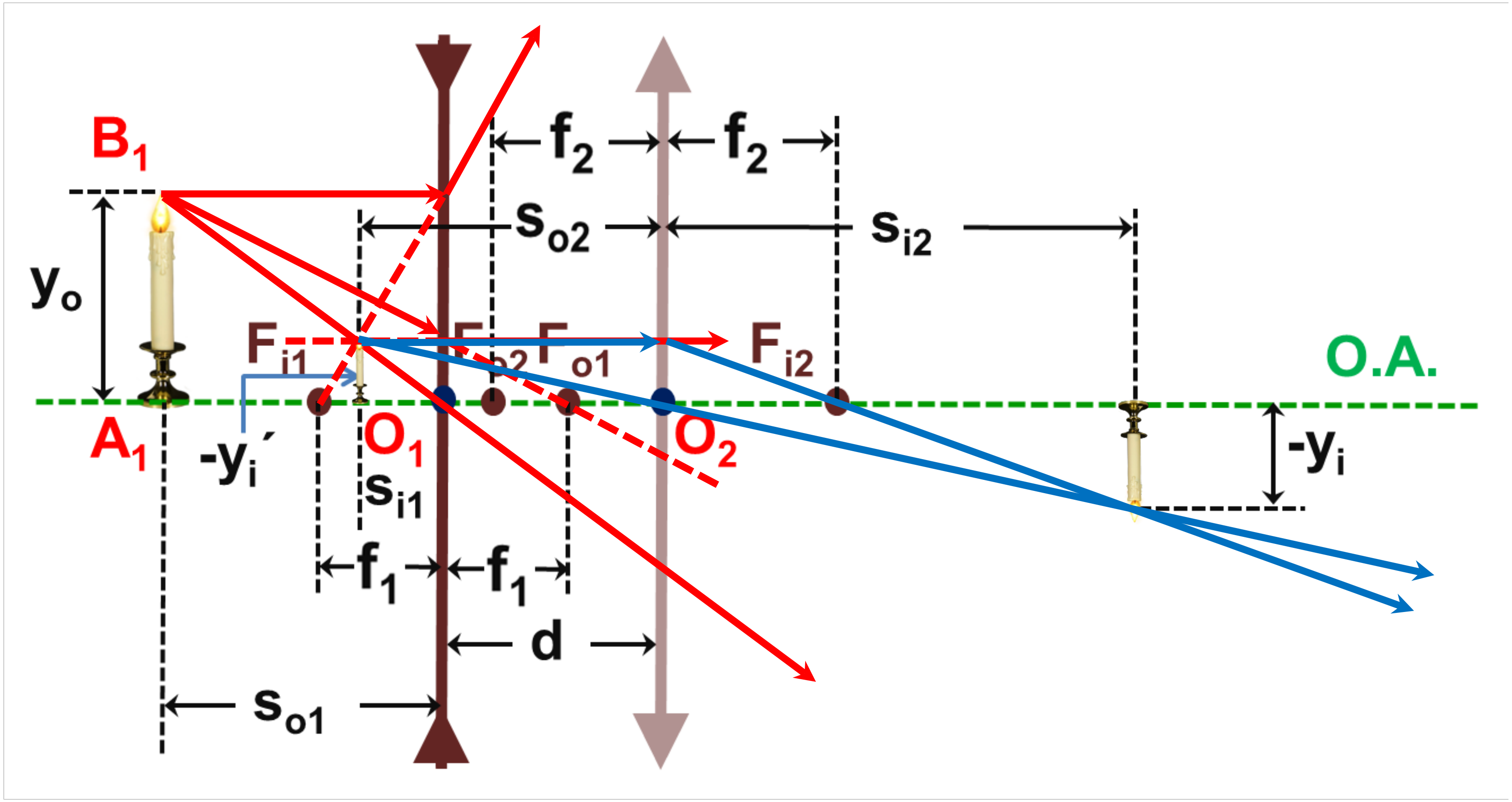
$$M_{T1}=\frac{y_i'}{y_o}=-\frac{s_{i1}}{s_{o1}}=-1.6,\ M_{T2}=\frac{y_i}{y_i'}=-\frac{s_{i2}}{s_{o2}}=0.37$$

$$y_i=M_{T1}M_{T2}y_o=-11.84\,\text{mm}\ \text{(ανεστραμμένο)}$$

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΓΚΛΙΝΟΝΤΑ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΙΝΟΝΤΑ

- **Σύστημα 2 φακών (f_1= -12.5 mm, f_2= 20 mm, d= 23 mm), αντικείμενο αριστερά του 1ου φακού (s_{o1}= 24.8 mm, y_o= 20 mm)**

- **Γραφικός προσδιορισμός ειδώλου**



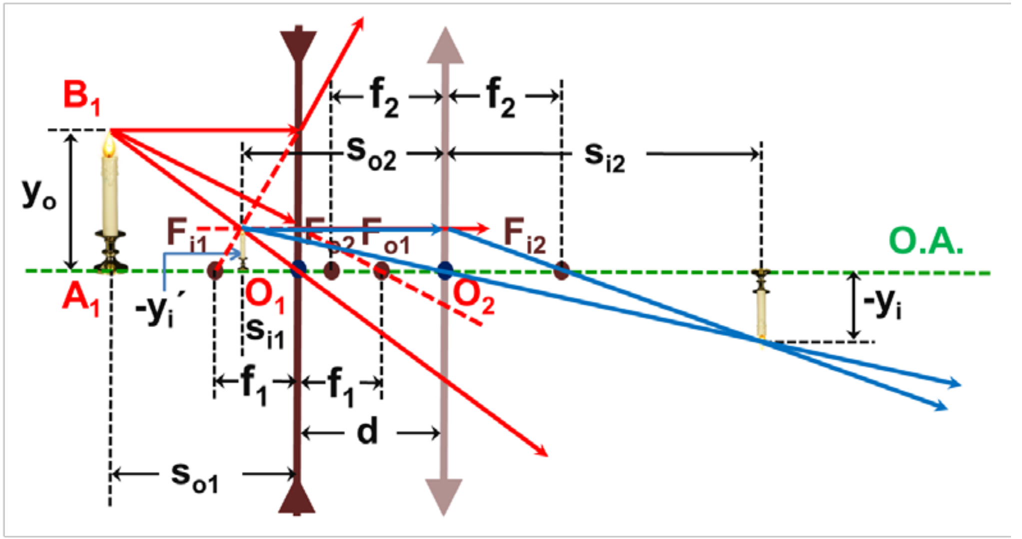
✓ **Πραγματικό και ανεστραμμένο είδωλο**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΓΚΛΙΝΟΝΤΑ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΙΝΟΝΤΑ

f_1= -12.5 mm, f_2= 20 mm, d= 23 mm, s_{o1}= 24.8 mm, y_o= 20 mm

⇨ Υπολογισμός θέσης, είδους και μεγέθους του ειδώλου

Συμβατικά πρόσημα μεγεθών	
s_o	+ αριστερά του Ο
s_i	+ δεξιά του Ο
y_o, y_i	+ πάνω από τον Ο.Α.
s_o	+ πραγμ. αντικείμενο
s_i	+ πραγματικό είδωλο



✓ Απεικόνιση μέσω του 1ου φακού:

$$\frac{1}{s_{o1}}+\frac{1}{s_{i1}}=\frac{1}{f_1}\Rightarrow s_{i1}=\frac{s_{o1}f_1}{s_{o1}-f_1}\Rightarrow s_{i1}=-8.31\text{mm}$$

Φανταστικό είδωλο για τον 1ο φακό - πραγματικό αντικείμενο για το 2ο φακό:

$$s_{o2}=|s_{i1}|+d=\{-(-8.31)+23\}\,\text{mm}=31.31\text{mm}$$

✓ Απεικόνιση μέσω του 2ου φακού:

$$\frac{1}{s_{o2}}+\frac{1}{s_{i2}}=\frac{1}{f_2}\Rightarrow s_{i2}=\frac{s_{o2}f_2}{s_{o2}-f_2}\Rightarrow s_{i2}=55.36\text{ mm}$$

πραγματικό είδωλο δεξιά του 2ου φακού

✓ Μέγεθος τελικού ειδώλου:

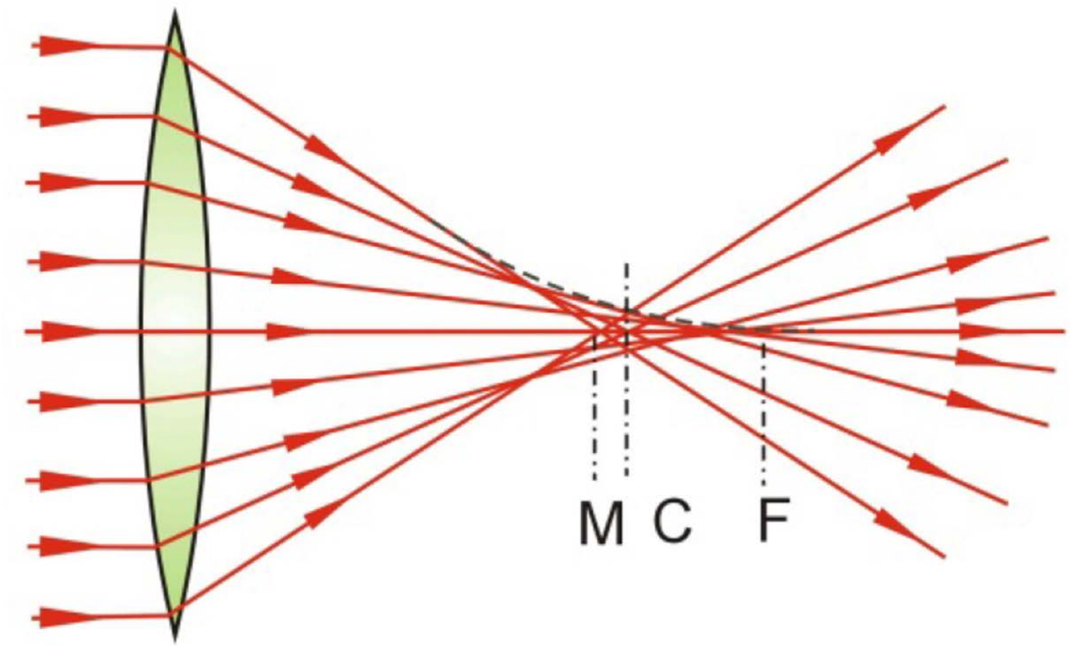
$$y_i=M_Ty_o=M_{T1}M_{T2}y_o$$

$$M_{T1}=-\frac{s_{i1}}{s_{o1}}=0.335,\ M_{T2}=-\frac{s_{i2}}{s_{o2}}=-1.768$$

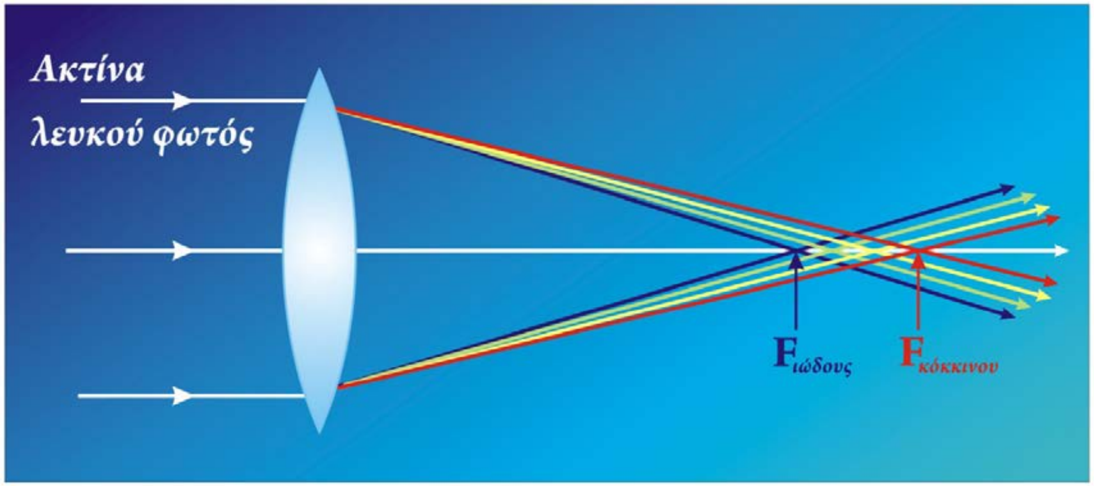
$$y_i=M_{T1}M_{T2}y_o=-11.84\text{ mm (ανεστραμμένο)}$$

ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΦΑΚΩΝ

- **<u>ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΚΤΡΟΠΗ</u>:**
  Οι περιφερειακές ακτίνες εστιάζονται πιο κοντά στο φακό από τις παραξονικές (C: κύκλος ελάχιστης ασάφειας)



- **<u>ΧΡΩΜΑΤΙΚΗ ΕΚΤΡΟΠΗ</u>:**
  Ακτίνες μικρότερου λ εστιάζονται πιο κοντά στο φακό από τις μεγαλύτερου (διασκεδασμός)

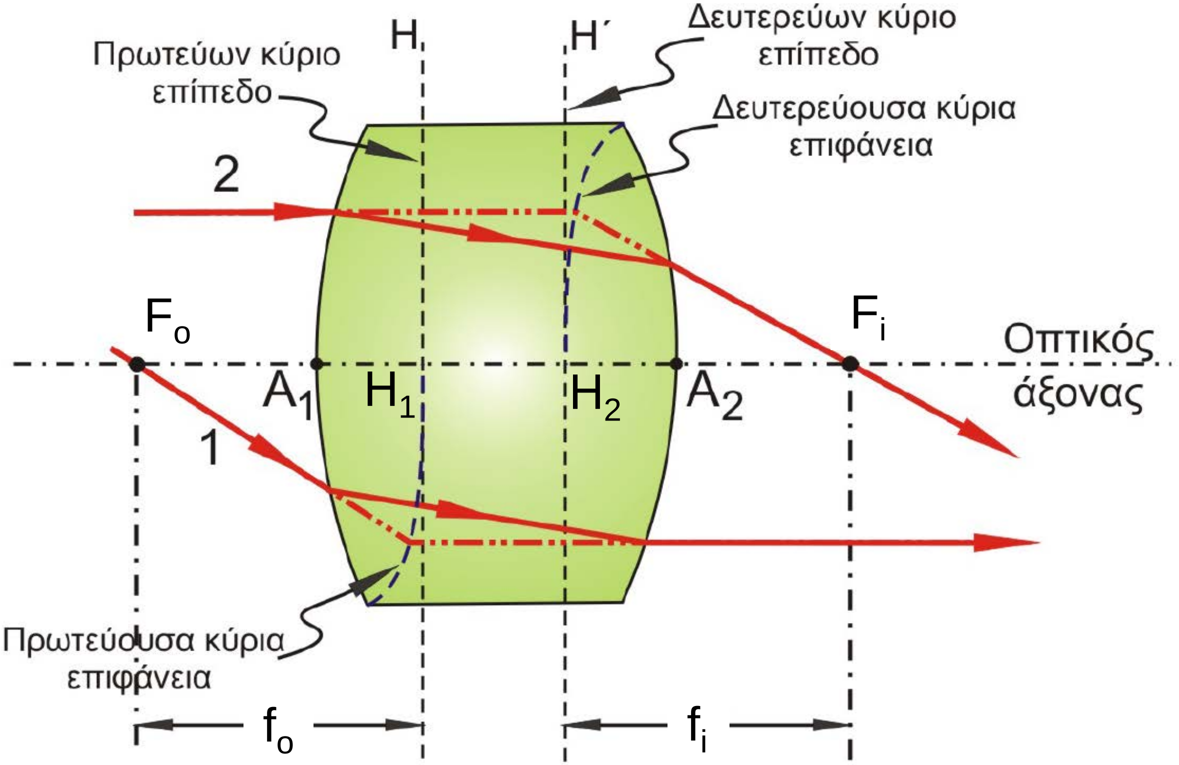


ΠΑΧΕΙΣ ΦΑΚΟΙ

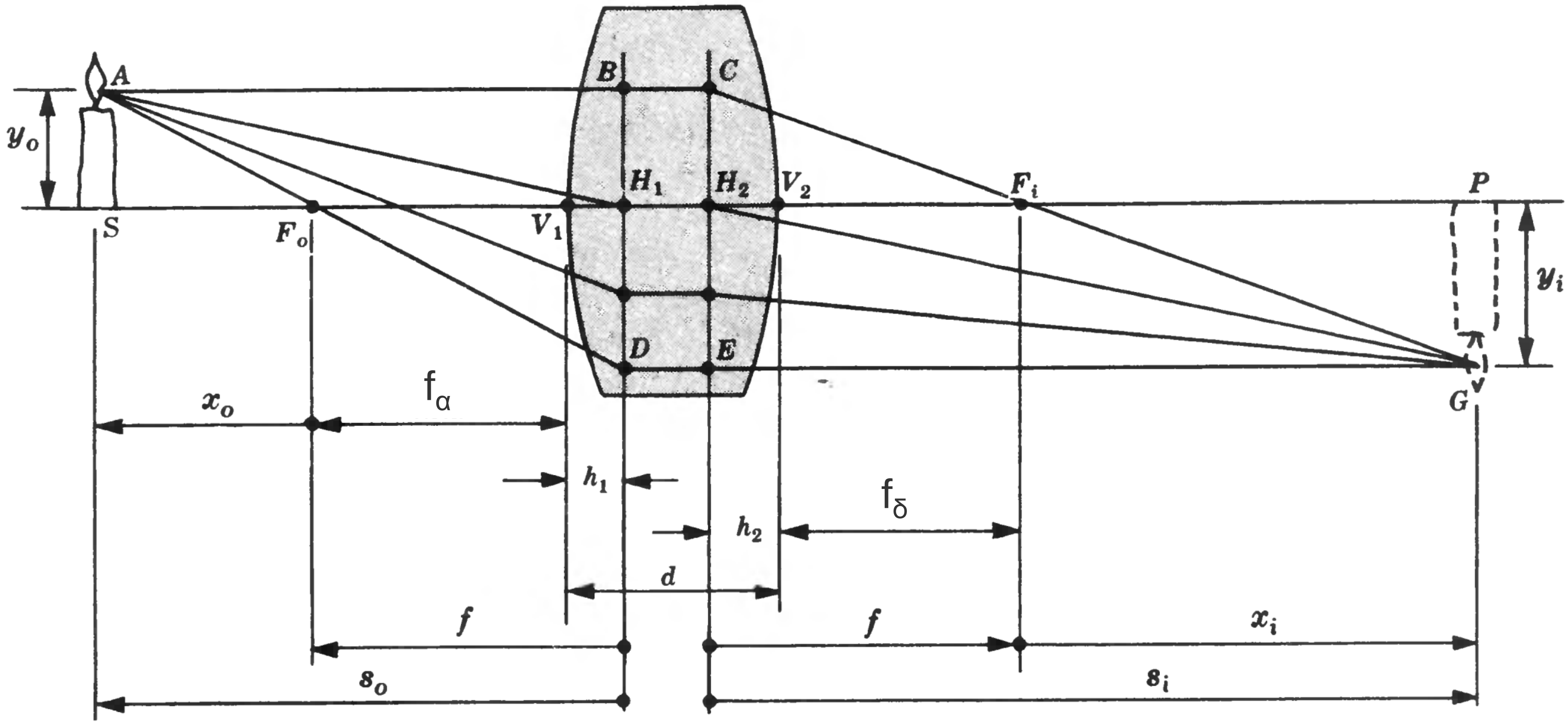
- **ΠΑΧΥΣ ΦΑΚΟΣ: μεγάλο πάχος σε σχέση με τις εστιακές αποστάσεις**
- **ΚΥΡΙΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ : (πρωτεύουσα και δευτερεύουσα) σημεία τομής προσπιπτόντων και αναδυόμενων ακτίνων**
- **Πρωτεύον και δευτερεύον κύριο επίπεδο (παραξονική προσέγγιση), αντικείμενο στο ένα σχηματίζει είδωλο ίσου μεγέθους στο άλλο**

$f_o = F_oH_1$, $f_i = F_iH_2$: ενεργές εστιακές αποστάσεις

$f_\alpha = F_oA_1$, $f_\delta = F_iA_2$: εμπρός και πίσω εστιακή απόσταση



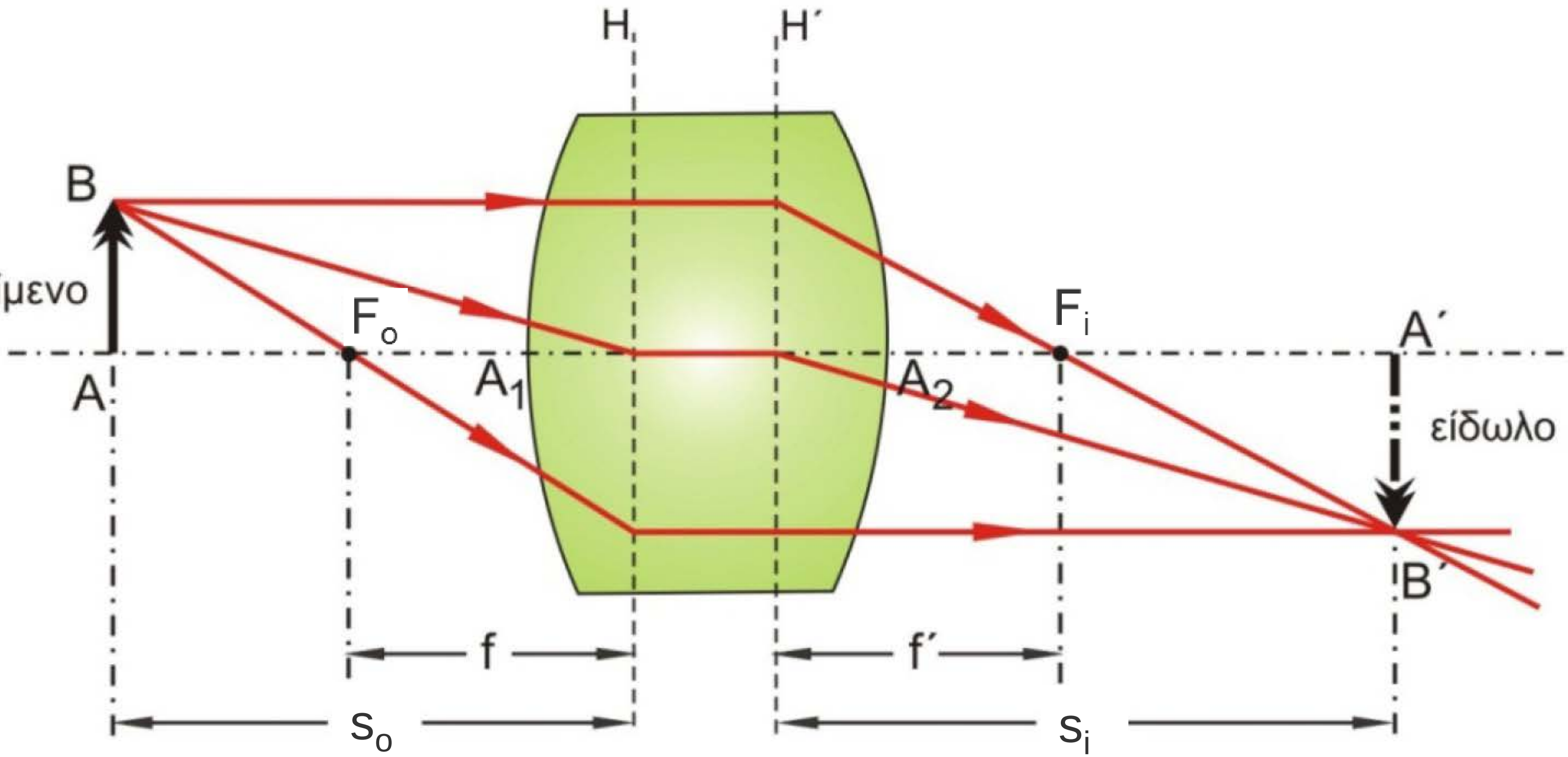
ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΠΑΧΕΙΣ ΦΑΚΟΥΣ



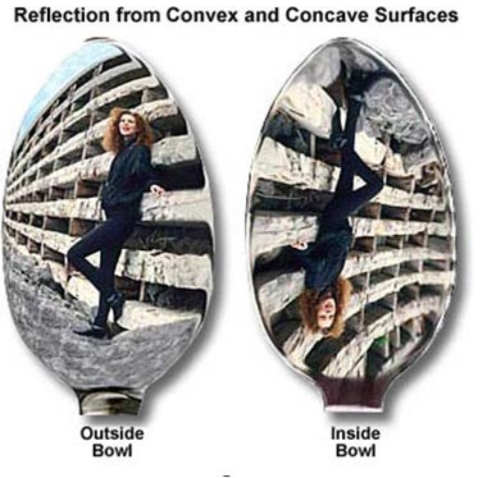
❖ **Εξίσωση παχύ φακού (στον αέρα):**

$$\frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=(n_l-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{(n_l-1)d}{n_l R_1 R_2}\right) \qquad \frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=\frac{1}{f}$$

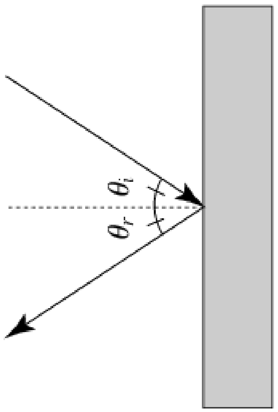
ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΙΔΩΛΟΥ (ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ) ΑΠΟ ΠΑΧΥ ΦΑΚΟ

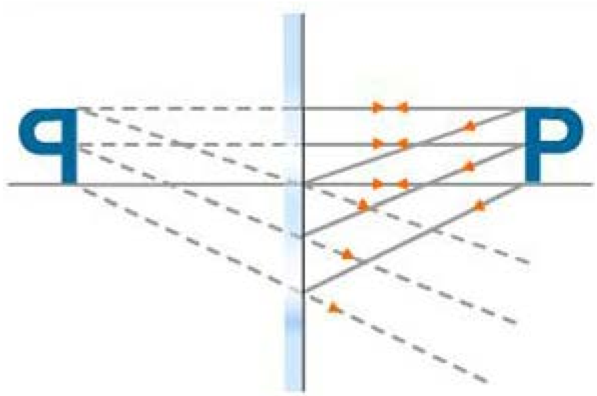


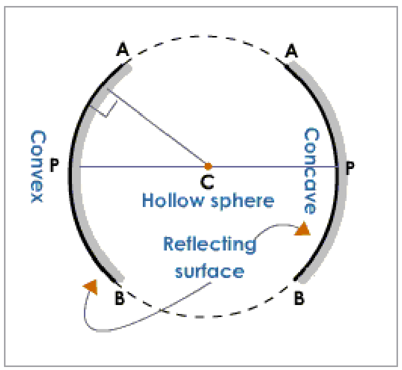
ΚΑΤΟΠΤΡΑ - ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ

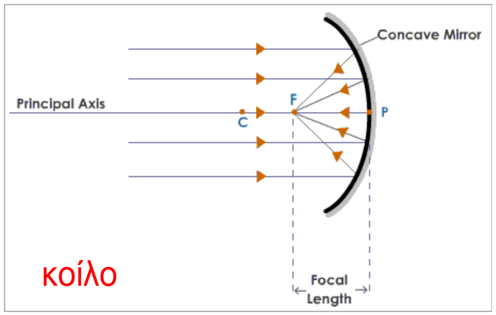


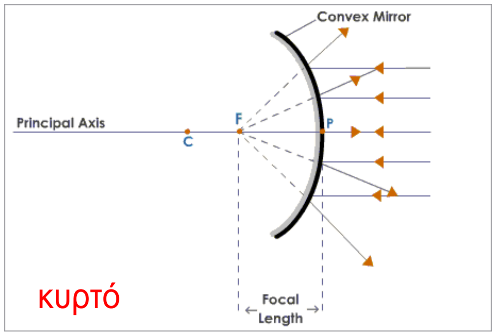
ΕΠΙΠΕΔΑ, ΣΦΑΙΡΙΚΑ ΚΑΙ ΑΣΦΑΙΡΙΚΑ ΚΑΤΟΠΤΡΑ

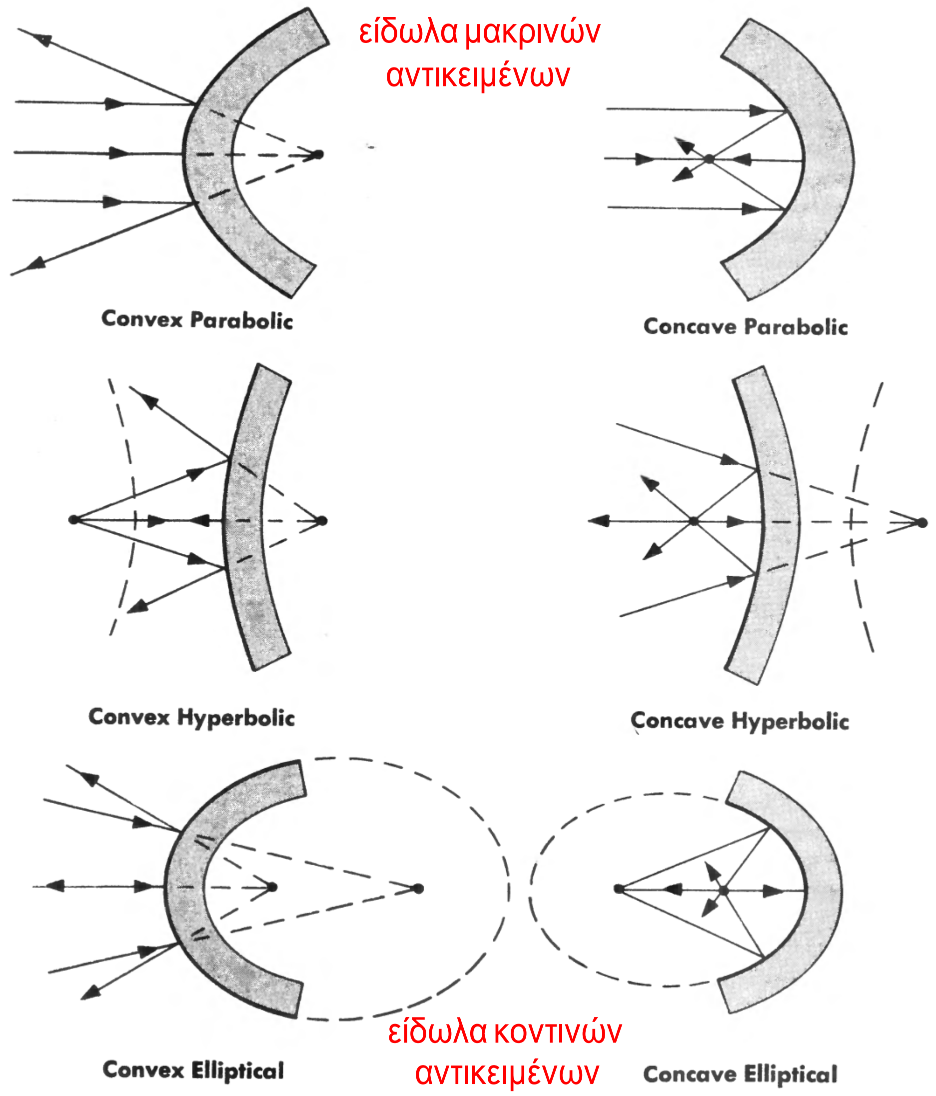






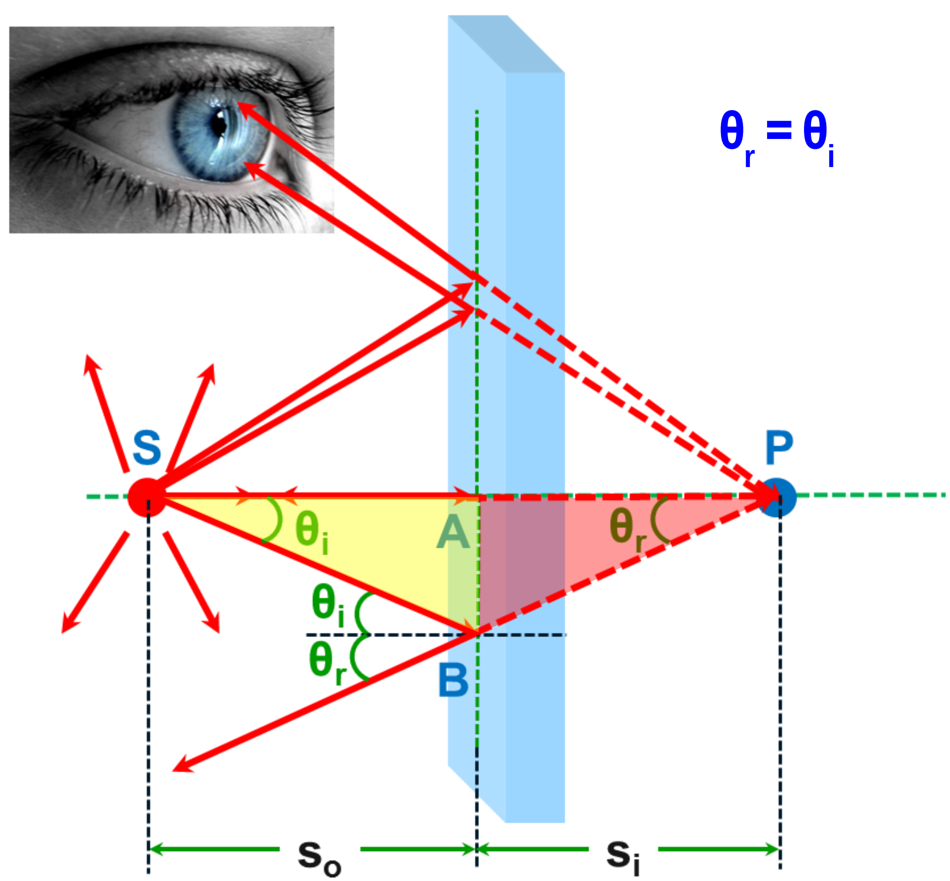






ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΤΟΠΤΡΟ

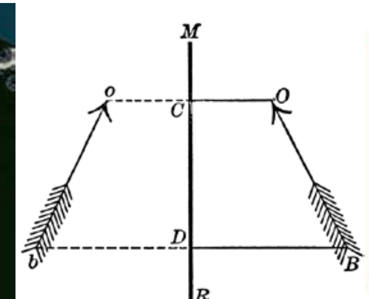
- Το επίπεδο κάτοπτρο δημιουργεί ένα φανταστικό είδωλο που σχηματίζεται από τις προεκτάσεις των ανακλώμενων ακτίνων
- Ένας φακός (μάτι) δημιουργεί ένα πραγματικό είδωλο από τις ανακλώμενες ακτίνες και όχι από τις προεκτάσεις τους



$$\overset{\Delta}{SAB} = \overset{\Delta}{PAB} \Rightarrow SA = PA = \Rightarrow |s_o| = |s_i|$$

$$M_T = -\frac{s_i}{s_o} = +1 \;(s_i < 0),\ \text{όρθιο είδωλο}$$

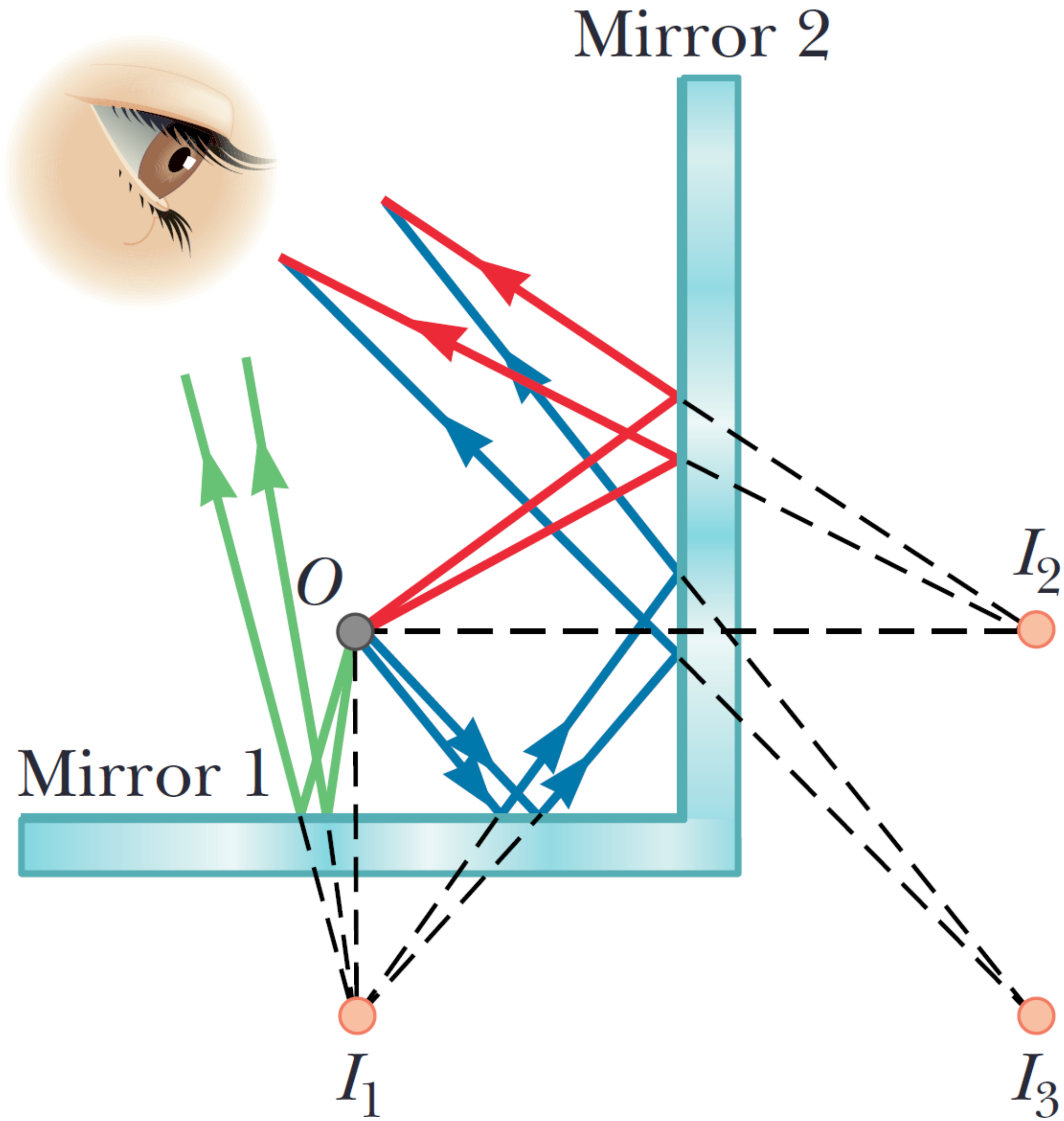
Συμβατικά πρόσημα μεγεθών		
	φακός	κάτοπτρο
s_o	+ αριστερά	+ αριστερά
s_i	+ δεξιά	+ αριστερά



πλευρικώς ανεστραμμένο είδωλο

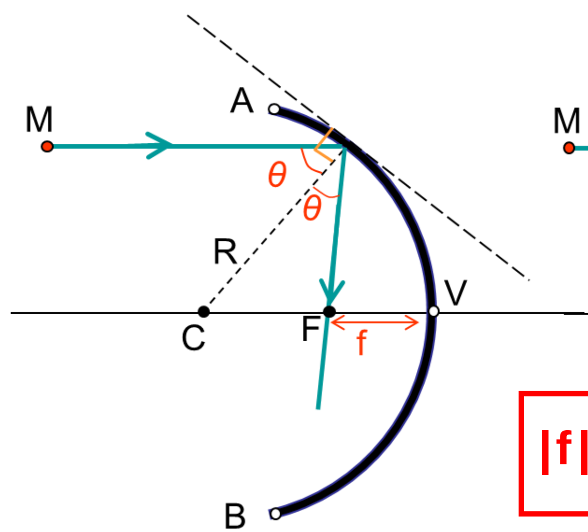
<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΕΙΔΩΛΑ ΑΠΟ 2 ΕΠΙΠΕΔΑ ΚΑΤΟΠΤΡΑ

- 📖 **Μπαλάκι μπροστά από 2 κάθετα επίπεδα κάτοπτρα**
- ⇨ **Να σχεδιαστεί η πορεία των ακτίνων**
- ⇨ **Πόσα είδωλα θα παρατηρήσουμε;**

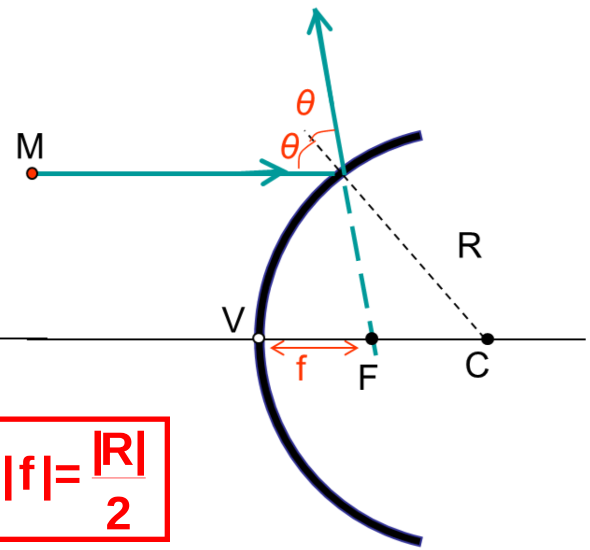


ΣΦΑΙΡΙΚΑ ΚΑΤΟΠΤΡΑ

κοίλο κάτοπτρο



κυρτό κάτοπτρο

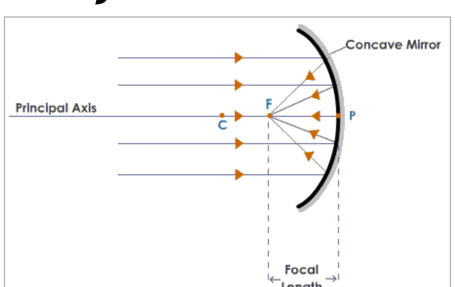


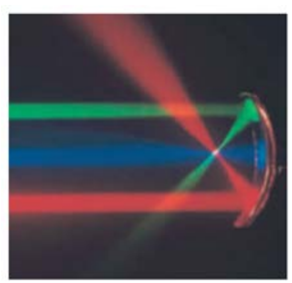
$$|f| = \frac{|R|}{2}$$

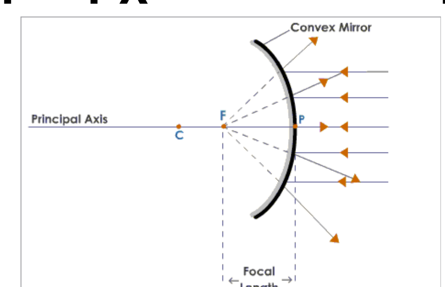
Ονοματολογία	
C	κέντρο καμπυλότητας
V	πόλος του κατόπτρου
CV	κύριος άξονας
R	ακτίνα καμπυλότητας
AB	άνοιγμα κατόπτρου
F	εστία
FV	εστιακή απόσταση (f)

- **<u>ΕΣΤΙΑ ΚΟΙΛΟΥ ΚΑΤΟΠΤΡΟΥ</u>: ακτίνες κοντινές και παράλληλες στον κύριο άξονα όταν ανακλαστούν διέρχονται από την εστία του κατόπτρου**

- **<u>ΕΣΤΙΑ ΚΥΡΤΟΥ ΚΑΤΟΠΤΡΟΥ</u>: ακτίνες κοντινές και παράλληλες στον κύριο άξονα όταν ανακλαστούν φαίνονται να προέρχονται από την εστία**

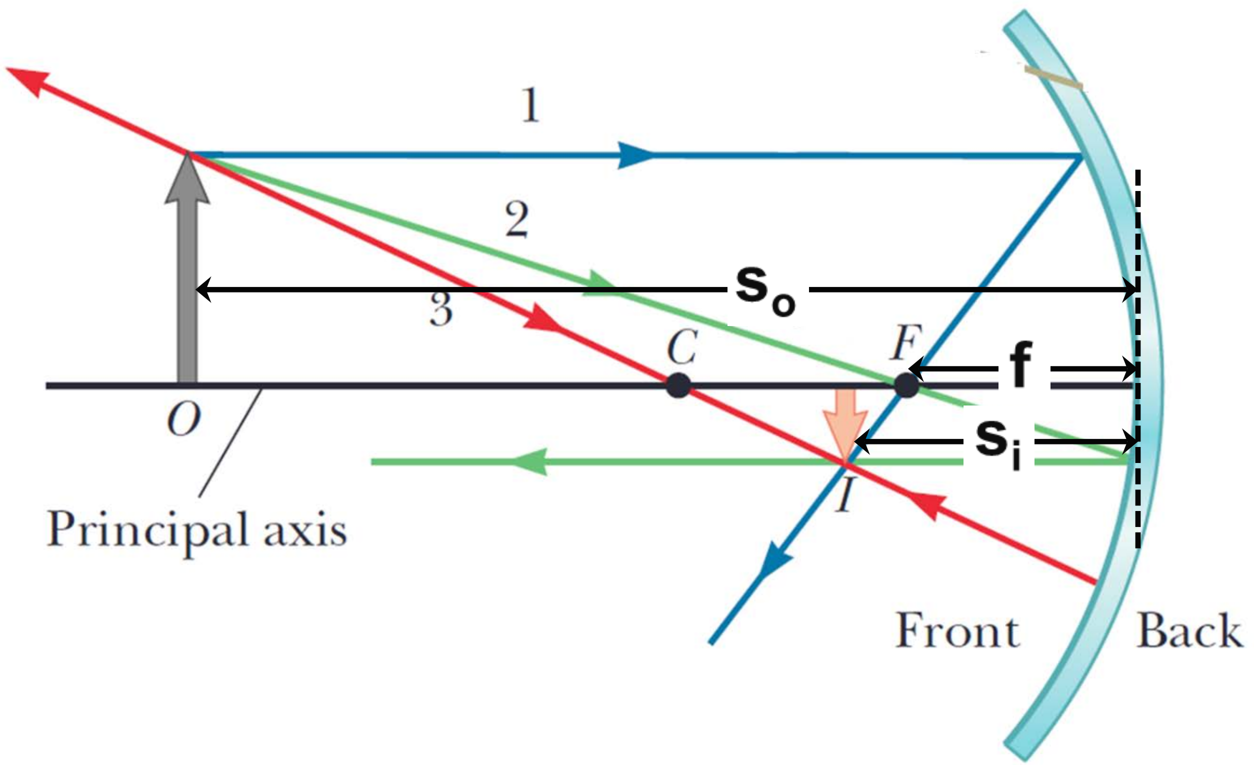






ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ

1. **Ακτίνες που είναι παράλληλες στον κύριο άξονα ανακλώνται ώστε να διέρχονται από την εστία του κατόπτρου**
2. **Ακτίνες που διέρχονται από την εστία ανακλώνται παράλληλα προς τον κύριο άξονα**
3. **Ακτίνες που διέρχονται από το κέντρο καμπυλότητας ανακλώνται προς την ίδια διεύθυνση**



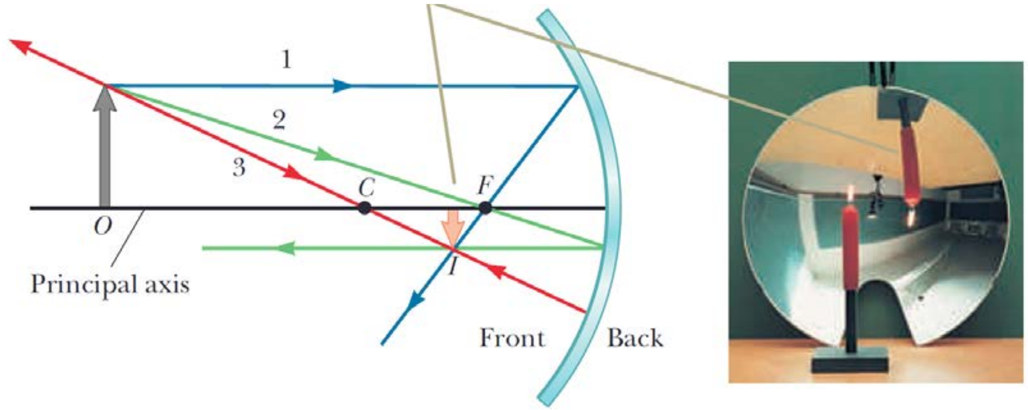
σφαιρικά κάτοπτρα

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

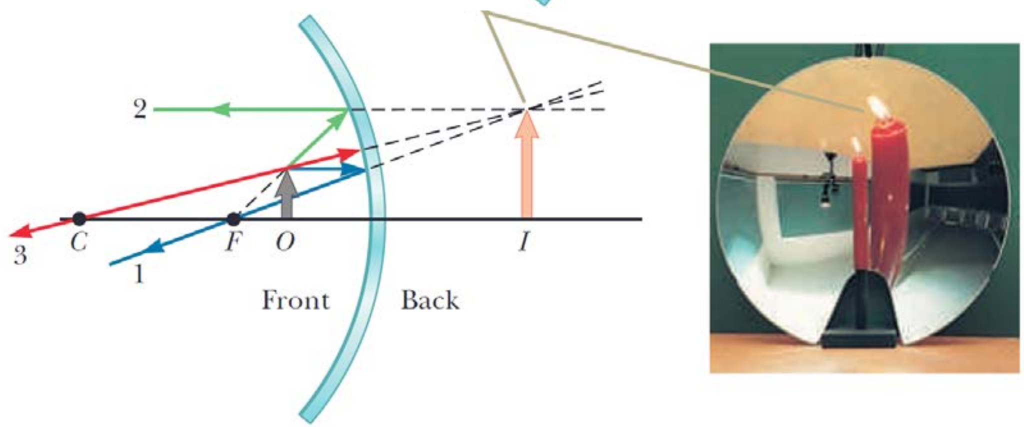
$$M_T = -\frac{s_i}{s_o}$$

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΙ ΓΡΑΦΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΕΙΔΩΛΟΥ

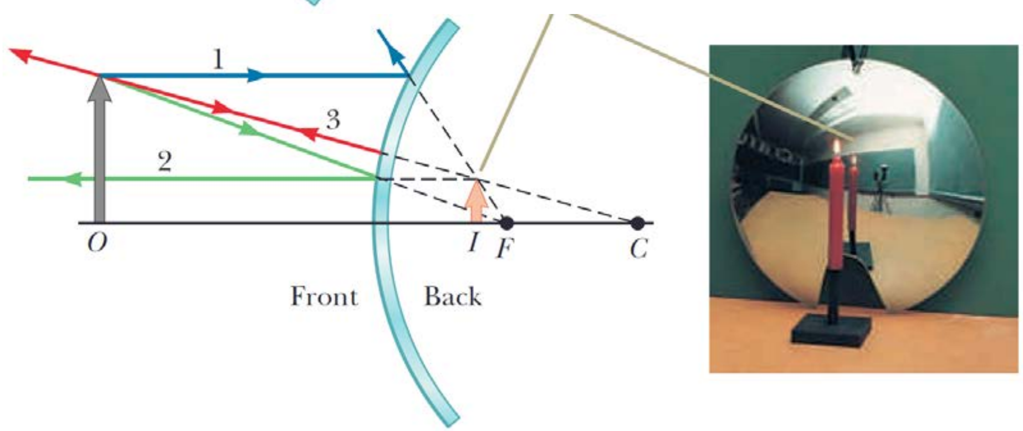
- ❑ **Κοίλο κάτοπτρο και $s_o>f$**
- ✓ **Είδωλο πραγματικό και ανεστραμμένο**



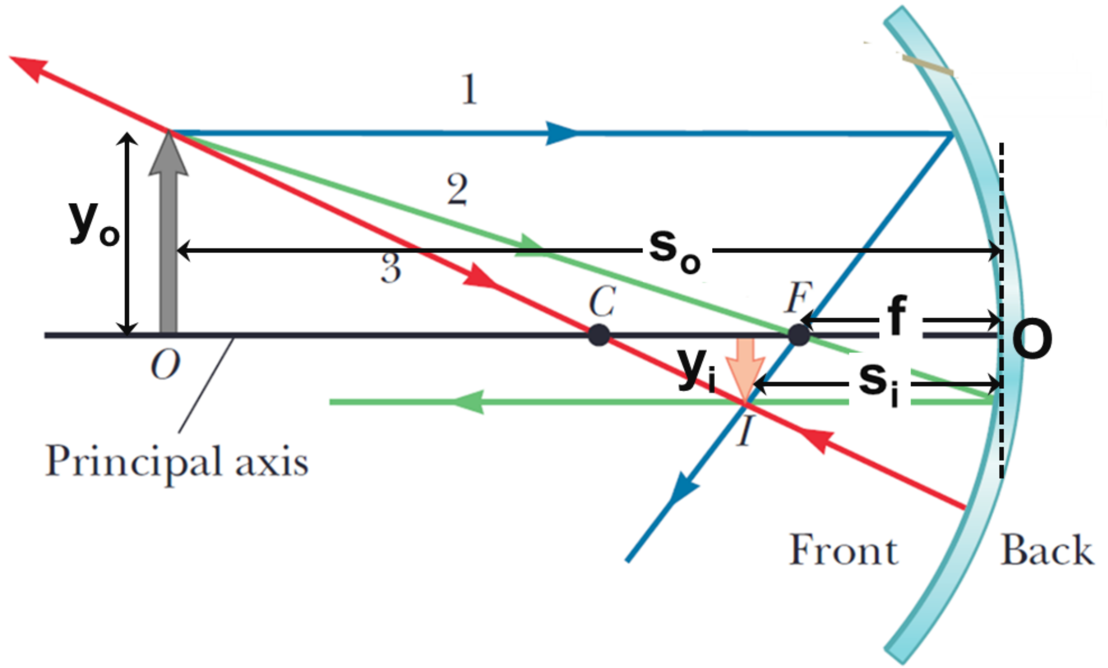
- ❑ **Κοίλο κάτοπτρο και $s_o<f$**
- ✓ **Είδωλο φανταστικό και όρθιο (μεγαλύτερο)**



- ❑ **Κυρτό κάτοπτρο**
- ✓ **Είδωλο φανταστικό και όρθιο (μικρότερο)**



ΠΡΟΣΗΜΑ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΗ ΤΟΥΣ ΣΗΜΑΣΙΑ



Συμβατικά πρόσημα μεγεθών	
s_o, s_i, f	+ αριστερά του Ο
R	+ C δεξιά του Ο (κυρτό) - αριστερά (κοίλο)
y_o, y_i	+ πάνω από τον Ο.Α.

$$\frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=-\frac{2}{R}=\frac{1}{f}$$

Μέγεθος	Πρόσημο (+)	Πρόσημο (-)
s_o	πραγμ. αντικείμενο	φαντ. αντικείμενο
s_i	πραγμ. είδωλο	φαντ. είδωλο
f	κοίλο κάτοπτρο	κυρτό κάτοπτρο
y_o	όρθιο αντικείμενο	ανεσ. αντικείμενο
y_i	όρθιο είδωλο	ανεστρ. είδωλο
M_T	όρθιο είδωλο	ανεστρ. είδωλο

ΠΟΛΩΣΗ

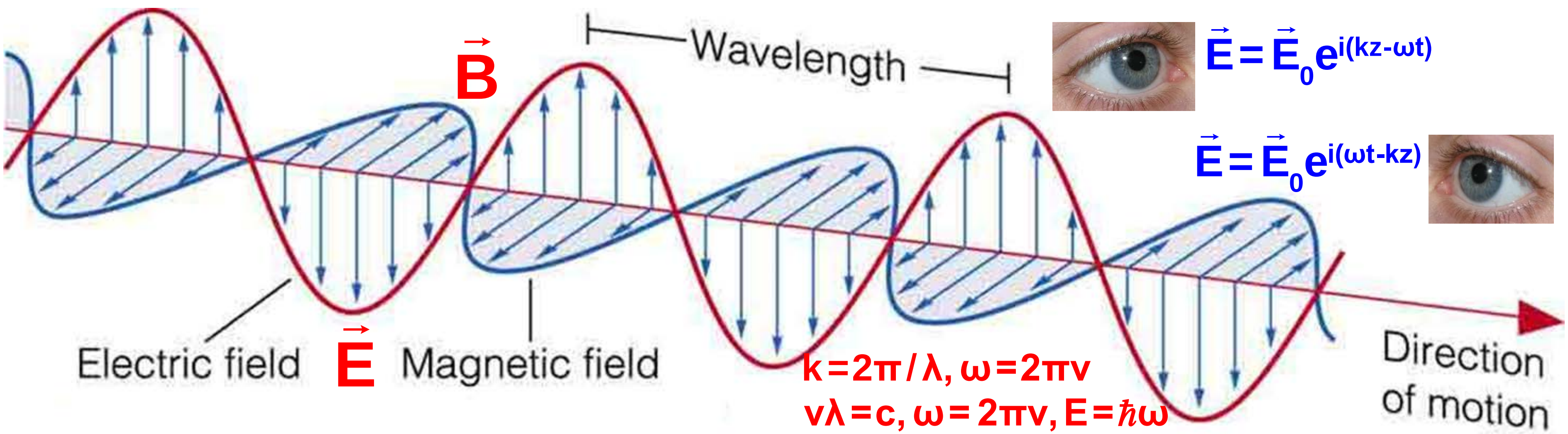
ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΠΟΛΩΣΗΣ

- **ΦΩΣ**: Εγκάρσιο ηλεκτρομαγνητικό κύμα

- **ΠΟΛΩΣΗ**: Άμεση σχέση με το διανυσματικό χαρακτήρα των μεγεθών που το περιγράφουν $\{\bar{E}(z,t)\}$, κατανόηση της φύσης του φωτός

⇨ **Διαφορική εξίσωση κύματος σε 1 διάσταση:** $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$

⇨ **Αρμονικό επίπεδο μέτωπο κύματος:** $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$

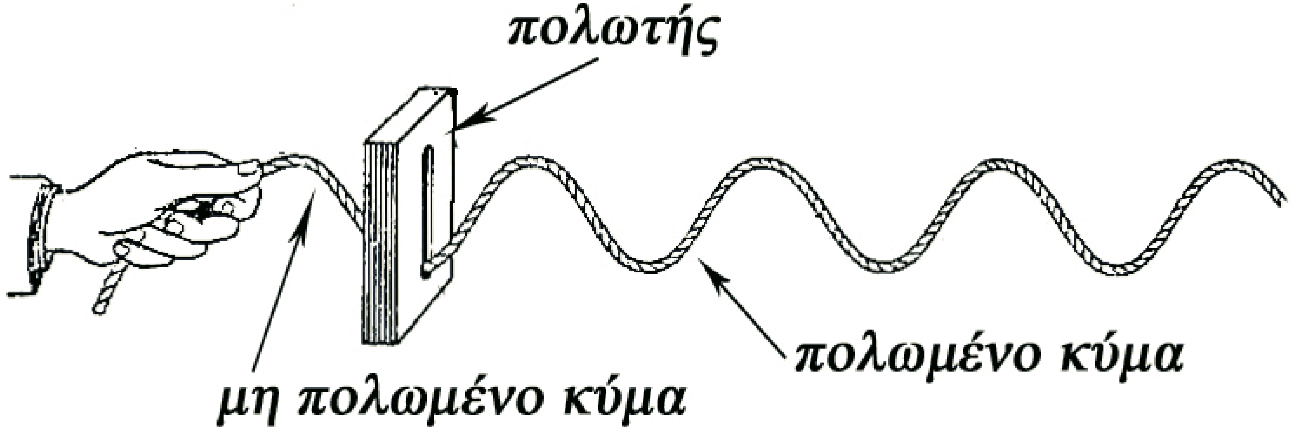


$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(kz - \omega t)}$

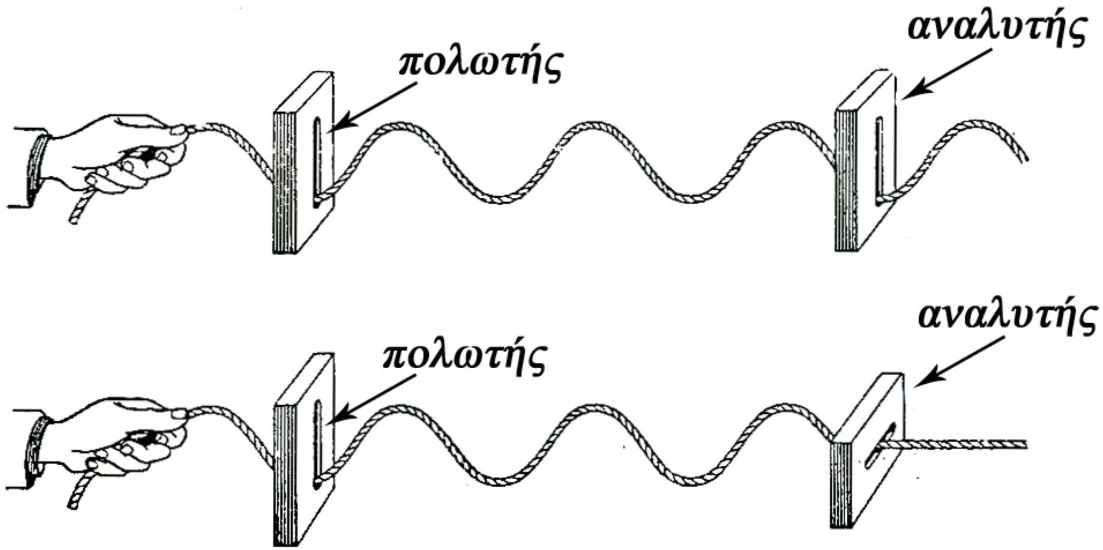
$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$

- **ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ**: επαλληλία 2 καθέτων επίπεδα πολωμένων κυμάτων, τα πλάτη και η σχετική φάση καθορίζουν την κατάσταση πόλωσης

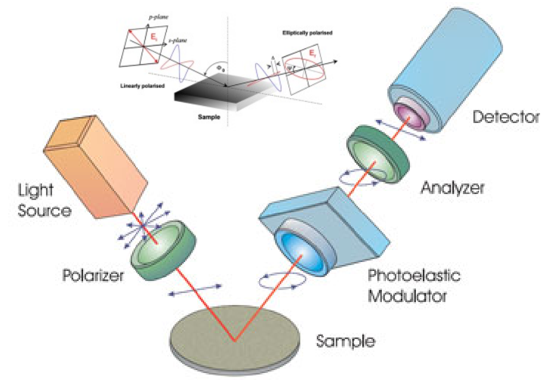
ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΑΝΑΛΟΓΟ



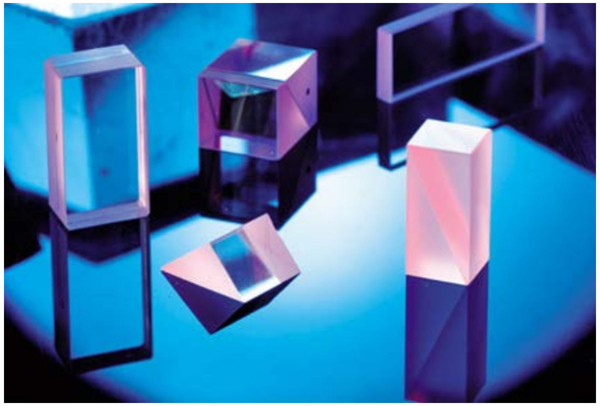
⇨ **Η αρμονική κίνηση χωρικά και χρονικά γίνεται σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο που προσδιορίζεται από τη διεύθυνση διάδοσης και τη διεύθυνση της εγκάρσιας ταλάντωσης του σχοινιού (σχισμή)**

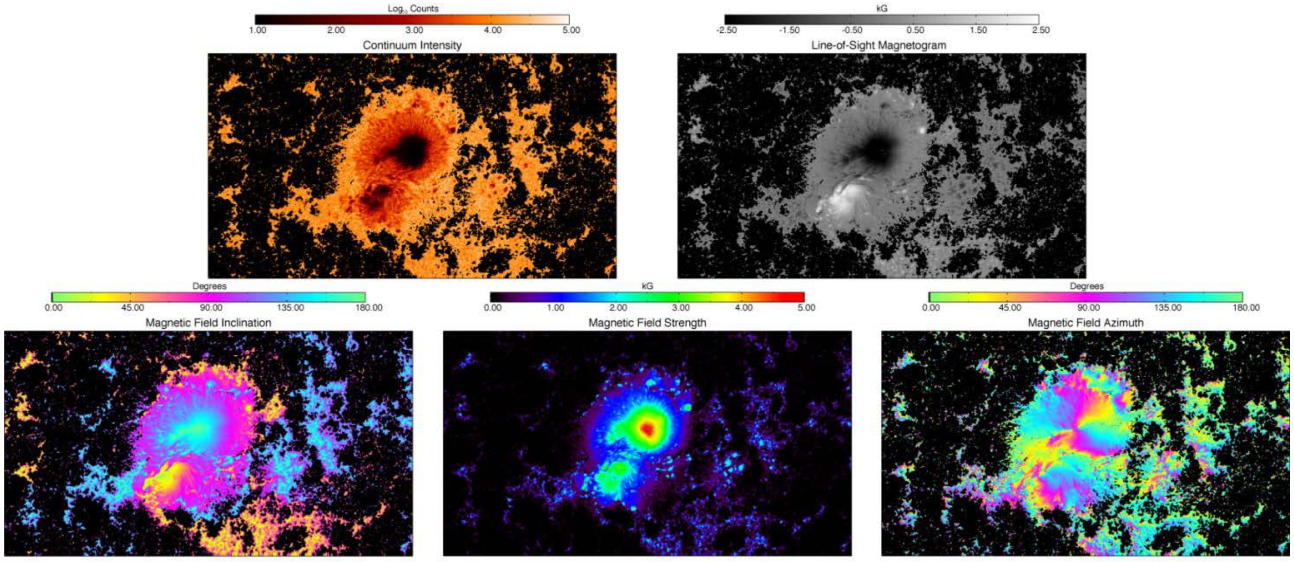


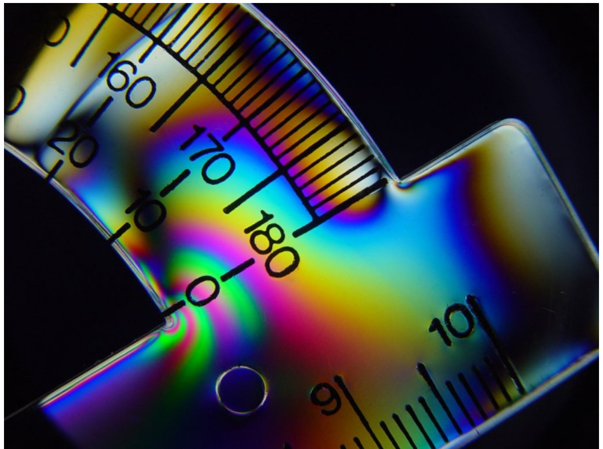
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΟΛΩΣΗΣ



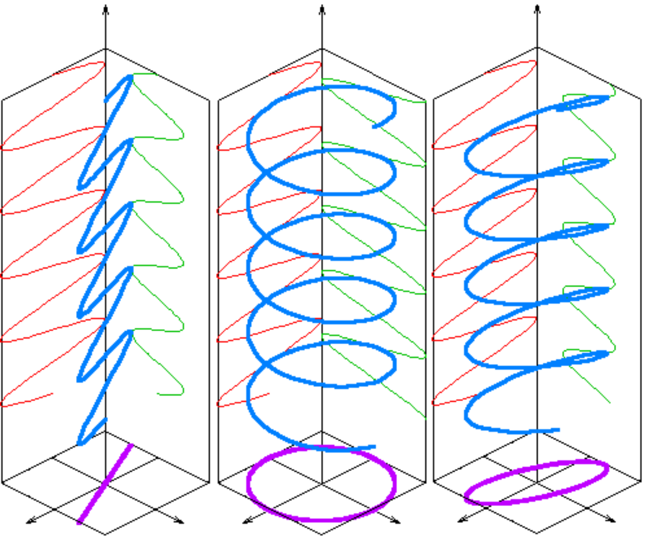
- Ελλειψομετρία
- Φασματική πολωσιμετρία
- Επόπτευση από απόσταση
- Αστρονομική πολωσιμετρία
- Γραμμική και μη γραμμική οπτική των κρυστάλλων
- Φωτοελαστικότητα

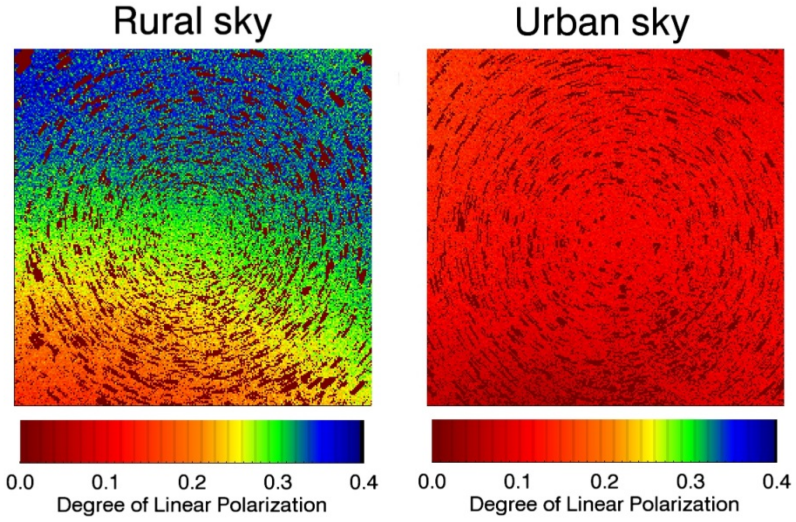






ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΟΛΩΣΗΣ



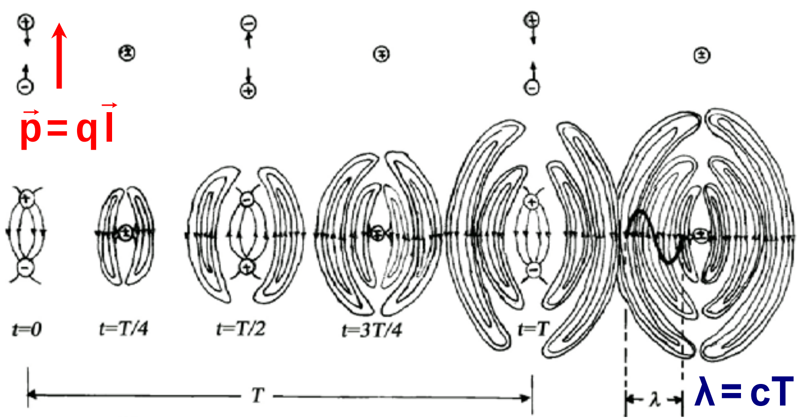


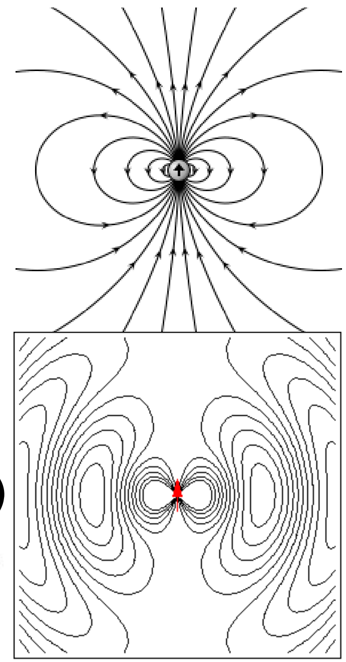
ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

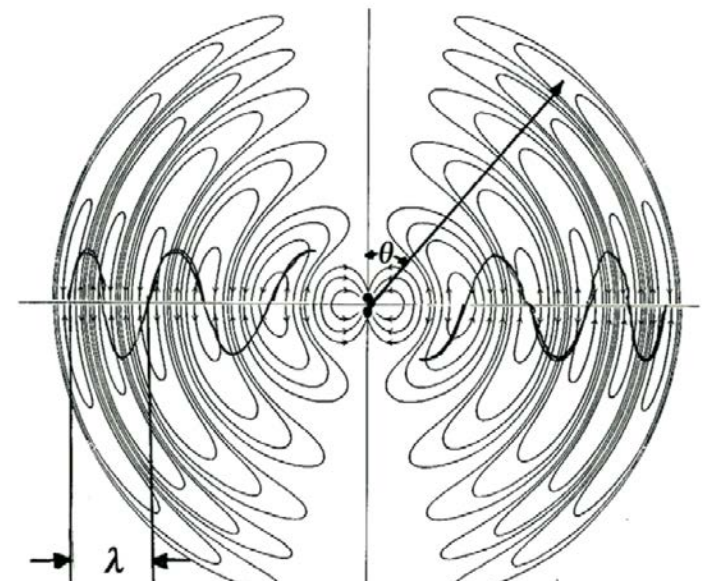
- **<u>ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ</u>: άτομο που προσλαμβάνει κατάλληλη ενέργεια διεγείρεται και εκπέμπει σαν δονούμενο ηλεκτρικό δίπολο**

- **Η εκπομπή γίνεται μέσω των κυματοσυρμών πεπερασμένου μήκους και διάρκειας (μικρός χρόνος διέγερσης-αποδιέγερσης, ~10^{-8} s)**

- **Το διαδιδόμενο πεδίο (κυματοσυρμός) είναι χωροχρονικά εντοπισμένο (μήκος και χρόνος συμφωνίας) και γραμμικά πολωμένο**



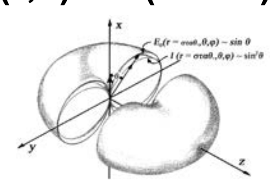




ζώνη ακτινοβολίας (λ: σταθερό)

$$E(r,\theta) = \frac{p_0 k^2 \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos(\omega t - kr)}{r} = E_0(r,\theta)\cos(\omega t - kr)$$

$$I(r,\theta) = \frac{c\varepsilon_0 E_0^{\,2}}{2} = \frac{p_0^{\,2}\omega^4}{32\pi^2 c^3 \varepsilon_0}\frac{\sin^2\theta}{r^2}$$



Ανεξάρτητα διαδιδόμενοι λοβοί ΗΜ ακτινοβολίας πολωμένοι γραμμικά (γραμμική ταλάντωση)

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΟΛΩΣΗΣ

- **Ένας κυματοσυρμός χαρακτηρίζεται από μια κατάσταση πόλωσης**

- **<u>Γ.Π. ΔΕΣΜΗ ΦΩΤΟΣ</u>: το άκρο του $\bar{E}$ ταλαντώνεται στο ίδιο επίπεδο (ταλάντωση του ηλεκτρονικού νέφους στην ίδια διεύθυνση)**

- **<u>ΑΛΛΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΠΟΛΩΣΗΣ</u>: διαφορετικοί τρόποι ταλάντωσης του ηλεκτρονικού νέφους (π.χ. ελλειπτική κίνηση λόγω κρούσης)**

- **Το ηλεκτρικό πεδίο του κυματοσυρμού συνίσταται από την σύμφωνη επαλληλία 2 ορθογωνίων διαταραχών (διαφορετικό πλάτος, φάση)**

συνιστώντα πλάτη (x, y) κυματοσυρμού ορισμένης κατάστασης πόλωσης

Με τη χρήση οπτικών στοιχείων είναι δυνατόν να δημιουργήσουμε δέσμη φωτός με συγκεκριμένη κατάσταση πόλωσης για t>>

Η ασύμφωνη επαλληλία πολλών κυματοσυρμών ίδιας πόλωσης συνιστά πολωμένη δέσμη φωτός

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΟΛΩΣΗΣ

❖ Αρμονικό επίπεδο ΗΜ κύμα που διαδίδεται προς τη διεύθυνση z → επαλληλία 2 <u>σύμφωνων</u> αρμονικών κάθετων συνιστωσών:

$$\vec{E}(z,t) = E_x\hat{i} + E_y\hat{j} \quad \left\{ \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}, \vec{E}_0 = E_{x0}\hat{i} + E_{y0}\hat{j}, E_{x0} = A_x e^{i\varphi_x} \text{ και } E_{y0} = A_y e^{i\varphi_y} \right\}$$

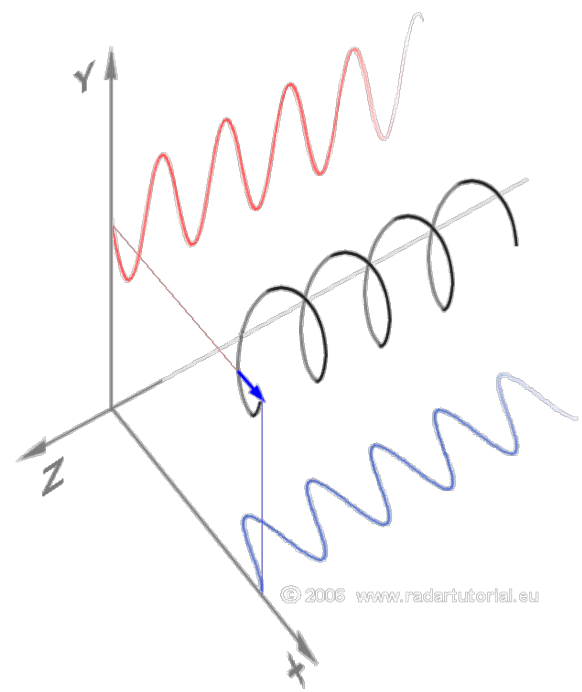
$$E_x = E_{x0} e^{i(\omega t - kz)} = A_x e^{i(\omega t - kz + \varphi_x)}, \; E_y = E_{y0} e^{i(\omega t - kz)} = A_y e^{i(\omega t - kz + \varphi_y)}$$

❖ Η κατάσταση πόλωσης του κύματος καθορίζεται από:

1. Πλάτη των συνιστωσών: A_x και A_y ($r = A_y/A_x$)
2. Διαφορά φάσης των συνιστωσών: $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ (σταθερή στο χρόνο συμφωνίας)

✓ Το άκρο του $\bar{E}$ διαγράφει χρονικά (για $z = 0$) μια καμπύλη στο επίπεδο ταλάντωσης (κάθετα στη διεύθυνση z)

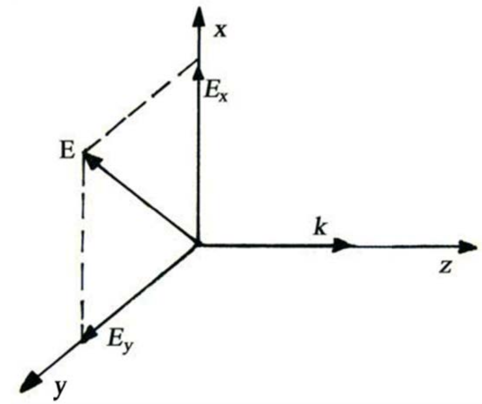
✓ Κατά τη χωρική του μεταβολή (για $t = 0$) διαγράφει μια έλικα κατά τη διεύθυνση z



ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΟΛΩΣΗΣ

❖ **Αρμονικό επίπεδο ΗΜ κύμα που διαδίδεται προς τη διεύθυνση του z:**

$$\vec{E}(z,t)=E_x\hat{i}+E_y\hat{j},\quad \left.\begin{array}{l} E_x=A_x e^{i(\omega t-kz+\varphi_x)} \\ E_y=A_y e^{i(\omega t-kz+\varphi_y)} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} E_x=A_x\cos(\omega t-kz+\varphi_x) \\ E_y=A_y\cos(\omega t-kz+\varphi_y) \end{array}\right\}$$



$$\begin{cases} \dfrac{E_x}{A_x}=\cos\theta\cos\varphi_x-\sin\theta\sin\varphi_x \ (1) \\ \dfrac{E_y}{A_y}=\cos\theta\cos\varphi_y-\sin\theta\sin\varphi_y \ (2) \end{cases} \quad \left(\begin{array}{c} \theta=\omega t-kz \\ \cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y \\ \sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y \end{array}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}(1)\\(2)\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases} \dfrac{E_x}{A_x}\sin\varphi_y=\cos\theta\cos\varphi_x\sin\varphi_y\cancel{-\sin\theta\sin\varphi_x\sin\varphi_y} \\ \dfrac{E_y}{A_y}\sin\varphi_x=\cos\theta\cos\varphi_y\sin\varphi_x\cancel{-\sin\theta\sin\varphi_y\sin\varphi_x} \end{cases} (-)\Rightarrow \frac{E_x}{A_x}\sin\varphi_y-\frac{E_y}{A_y}\sin\varphi_x=\cos\theta\sin(\varphi_y-\varphi_x)\ (3)$$

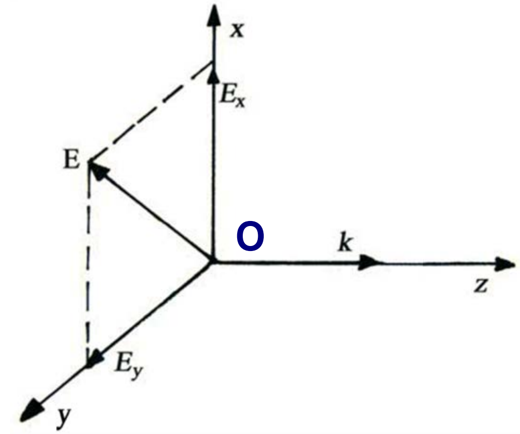
$$\left.\begin{array}{l}(1)\\(2)\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases} \dfrac{E_x}{A_x}\cos\varphi_y=\cancel{\cos\theta\cos\varphi_x\cos\varphi_y}-\sin\theta\sin\varphi_x\cos\varphi_y \\ \dfrac{E_y}{A_y}\cos\varphi_x=\cancel{\cos\theta\cos\varphi_y\cos\varphi_x}-\sin\theta\sin\varphi_y\cos\varphi_x \end{cases} (-)\Rightarrow \frac{E_x}{A_x}\cos\varphi_y-\frac{E_y}{A_y}\cos\varphi_x=\sin\theta\sin(\varphi_y-\varphi_x)\ (4)$$

$$(3)^2\ (+)\ (4)^2\Rightarrow\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2-2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\varphi+\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2=\sin^2\varphi\ \ (\varphi=\varphi_y-\varphi_x)\ (5)$$

ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ (A_x, A_y, $0<\varphi<\pi$, $\pi<\varphi<2\pi$)

- Η (5) περιγράφει εξίσωση κωνικής τομής στο σύστημα E_x, E_y

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - \sin^2\varphi = 0$$

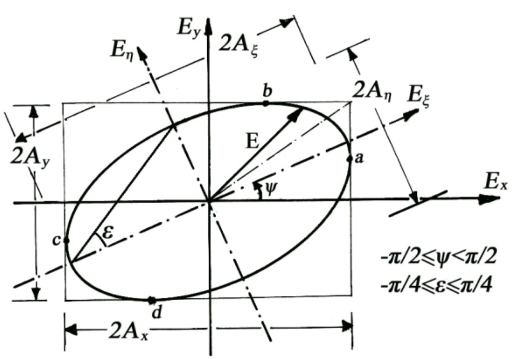


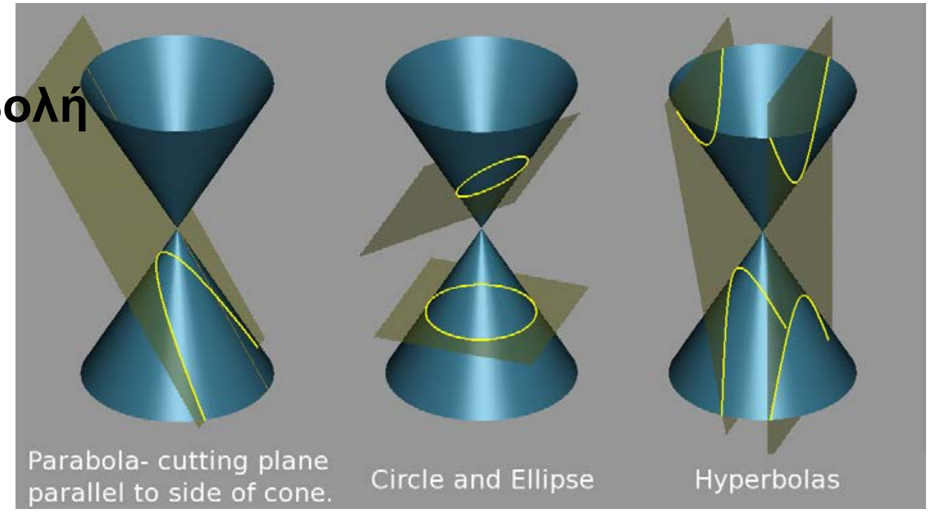
$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ (κωνική τομή - } A,B,C \neq 0)$$

$$\left\{A = (1/A_x)^2, B = -2\cos\varphi/(A_x A_y), C = (1/A_y)^2, D = E = 0, F = -\sin^2\varphi\right\}$$

$B^2 - 4AC < 0$: έλλειψη, $A = C, B = 0$: κύκλος

$B^2 - 4AC = 0$: παραβολή, $B^2 - 4AC > 0$: υπερβολή

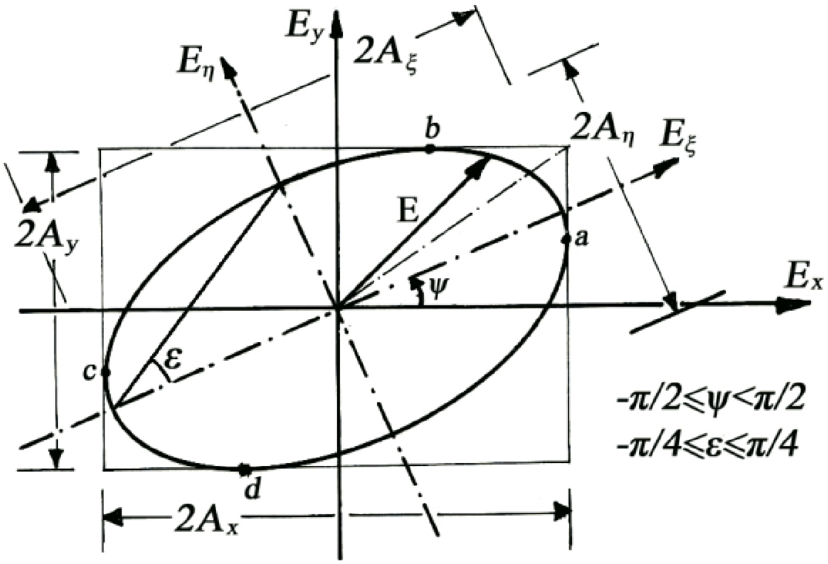




$$\otimes \quad B^2 - 4AC = \frac{4\cos^2\varphi}{A_x^2 A_y^2} - \frac{4}{A_x^2 A_y^2} = \frac{4(\cos^2\varphi - 1)}{A_x^2 A_y^2} < 0 \text{ (έλλειψη με κέντρο το O, } D = E = 0)$$

ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ (A_x, A_y, $0<\varphi<\pi$, $\pi<\varphi<2\pi$)

<u>Ε.Π. ΦΩΣ</u>: ένα επίπεδο μέτωπο κύματος {περιγράφεται από το πεδίο $\bar{E}(z,t)$}, το άκρο του οποίου (καθορίζεται από τις συνιστώσες A_x, A_y) διαγράφει χρονικά (z= 0) μια έλλειψη



- **Πλήρης περιγραφή αυτής της κατάστασης πόλωσης:**
- ✓ **Αζιμουθιακή γωνία ψ**
- ✓ **Εκκεντρότητα (<u>ελλειπτικότητα</u>)**

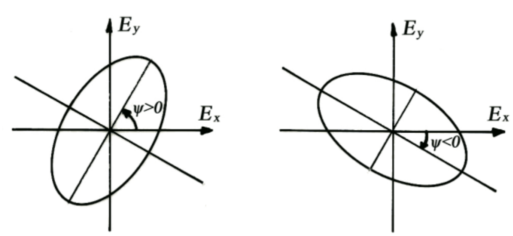
  $e=\tan\varepsilon= A_n/A_\xi$

  (λόγος μικρού προς μεγάλο άξονα)
- ✓ **Στροφικότητα**

  (φορά περιστροφής του άκρου του $\bar{E}$)

$$-\pi/2\leq\psi<\pi/2$$

$$\tan(2\psi)=\frac{2A_xA_y}{A_x^2-A_y^2}\cos\varphi$$



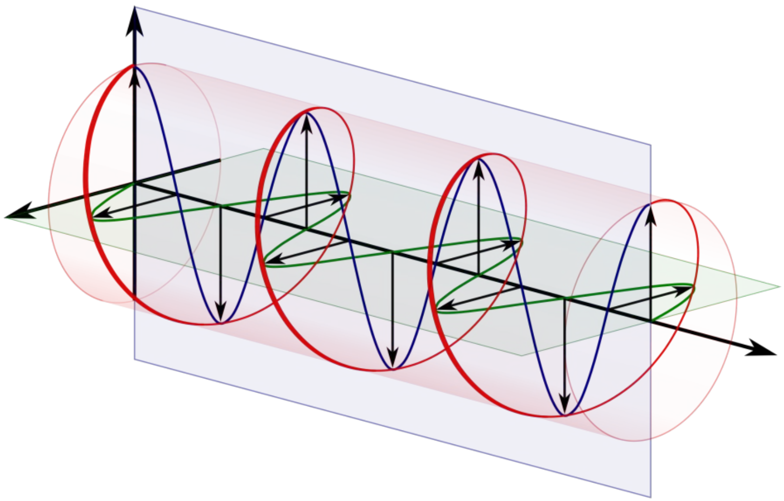
$$e=\tan\varepsilon=\frac{A_n}{A_\xi}=\frac{A_x\sin\varphi_x\sin\psi-A_y\sin\varphi_y\cos\psi}{A_x\cos\varphi_x\cos\psi+A_y\cos\varphi_y\sin\psi}\ (+\text{: A, -: Δ})$$

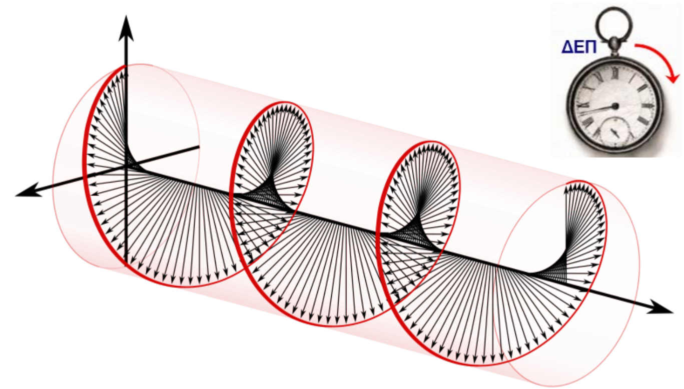
$$A_\xi^2+A_n^2=A_x^2+A_y^2$$

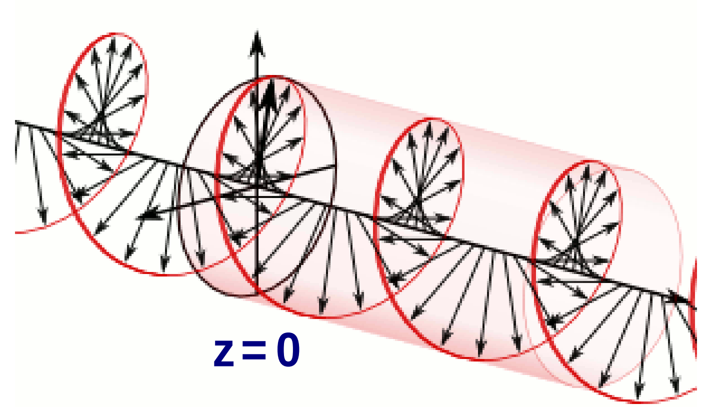
δεξιόστροφη　　αριστερόστροφη

ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ (A_x, A_y, $0<\varphi<\pi$, $\pi<\varphi<2\pi$)

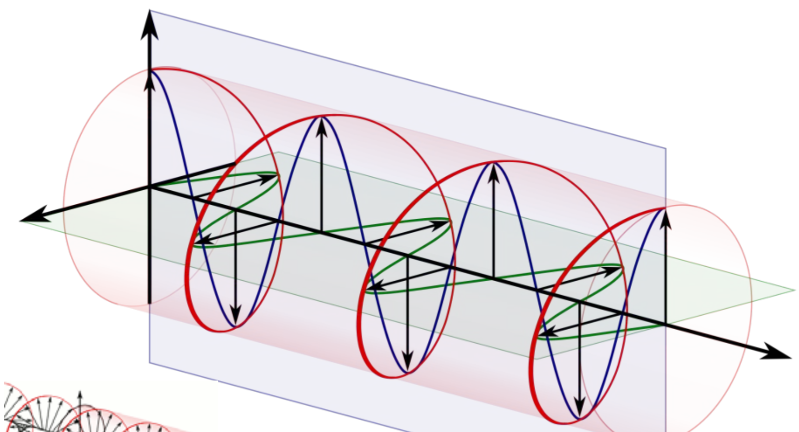
- **ΔΕΠ: $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$, $0 < \varphi < \pi$**

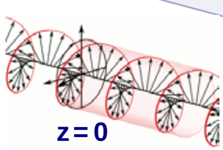


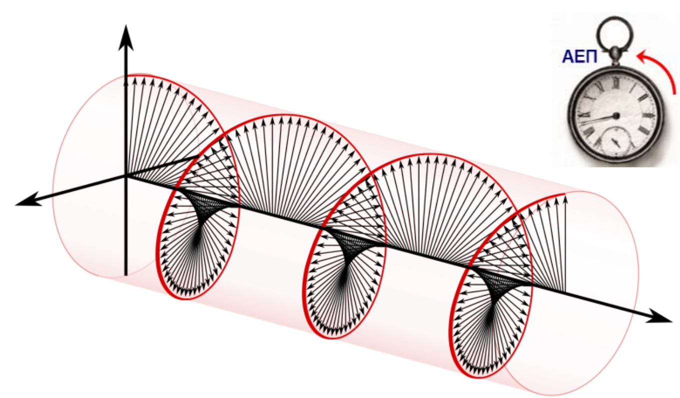




- **ΑΕΠ: $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$, $\pi < \varphi < 2\pi$**







ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΟΛΩΣΗΣ

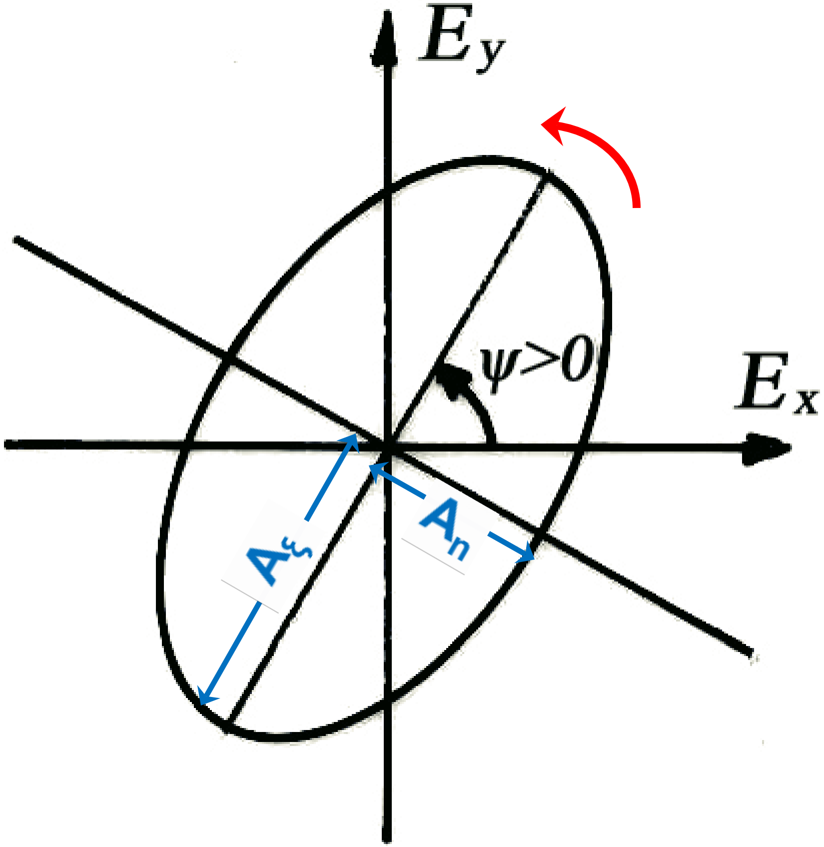
📖 Επίπεδο μέτωπο κύματος $\bar{E} = E_0\cos(\omega t - kz)\hat{i} + E_0\cos(\omega t - kz - \pi/4)\hat{j}$

⇨ Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσής του

- ΕΠ: $A_x \neq A_y$ ($A_x = A_y$), $\varphi \neq 0, \pi$ ($\varphi \neq \pi/2$)
- ΔΕΠ: $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$, $0 < \varphi < \pi$

  ΑΕΠ: $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$, $\pi < \varphi < 2\pi$

✓ $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = -\pi/4 = 7\pi/4 \rightarrow$ ΑΕΠ



$$\tan(2\psi) = \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\varphi \rightarrow +\infty \quad (A_x = A_y = E_0)$$

$\Rightarrow 2\psi = \pi/2 \Rightarrow \psi = \pi/4$ (αζιμουθιακή γωνία)

$$e = \frac{A_n}{A_\xi} = \frac{A_x\sin\varphi_x\sin\psi - A_y\sin\varphi_y\cos\psi}{A_x\cos\varphi_x\cos\psi + A_y\cos\varphi_y\sin\psi} \quad (+: \text{Α}, -: \Delta)$$

$A_x = A_y = E_0, \varphi_x = 0, \varphi_y = -\pi/4, \psi = \pi/4 \rightarrow e = +0.414$ (1)

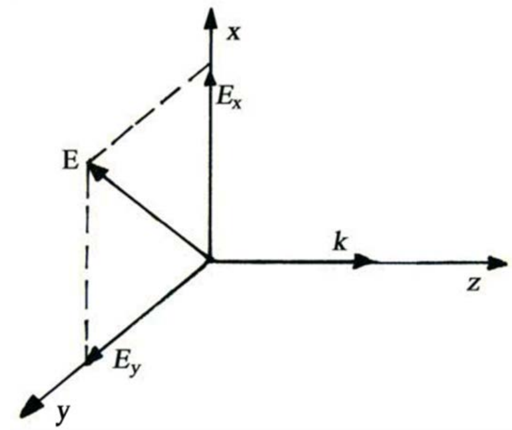
$A_\xi^2 + A_n^2 = A_x^2 + A_y^2 = 2E_0^2$ (2)

(1),(2) $\Rightarrow A_\xi = 1.31E_0, A_n = 0.54E_0$

ΚΥΚΛΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ ($A_x=A_y=A$, $\varphi=\varphi_y-\varphi_x=\pm\pi/2$)

❖ **Αρμονικό επίπεδο ΗΜ κύμα που διαδίδεται προς τη διεύθυνση του z:**

$$\vec{E}(z,t)=E_x\hat{i}+E_y\hat{j}\,,\quad \left.\begin{aligned}E_x&=A_x\cos(\omega t-kz+\varphi_x)\\ E_y&=A_y\cos(\omega t-kz+\varphi_y)\end{aligned}\right\}$$



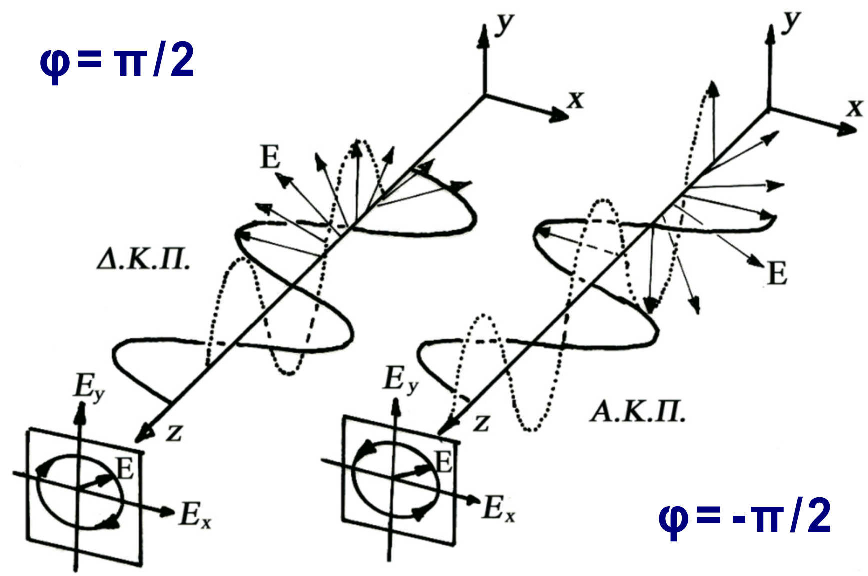
$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2-2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\varphi+\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2-\sin^2\varphi=0\Rightarrow E_x{}^2+E_y{}^2=A^2$$

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0 \text{ (κωνική τομή)}$$

$$\left\{A=(1/A_x)^2, B=-2\cos\varphi/(A_xA_y), C=(1/A_y)^2, D=E=0, F=-\sin^2\varphi\right\}$$

$$A=C=(1/A)^2, B=-2\cos(\pi/2)/A^2=0: \text{κύκλος}$$

$\varphi=\pi/2$



$\varphi=-\pi/2$

Στη κβαντική (φωτονική) περιγραφή τα ποσοστά των δεξιόστροφων (spin: -ħ) και των αριστερόστροφων (spin: +ħ) φωτονίων προσδιορίζουν την κατάσταση πόλωσης μιας δέσμης φωτός

ΔΚΠ: 100% $-\hbar$ (ΑΚΠ: 100% $+\hbar$), ΓΠ: 50% $-\hbar$+50% $+\hbar$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΟΛΩΣΗΣ

📖 **Επίπεδο μέτωπο κύματος $\bar{E}$= Acos(ωt-kz)$\hat{i}$+Acos(ωt-kz+3π/2)$\hat{j}$**

⇨ **Να προσδιοριστεί η κατάσταση πόλωσής του**

- **cos(ωt-kz+3π/2)= cos(ωt-kz-π/2)   (φ_y= -π/2 → φ= φ_y-φ_x= -π/2)**

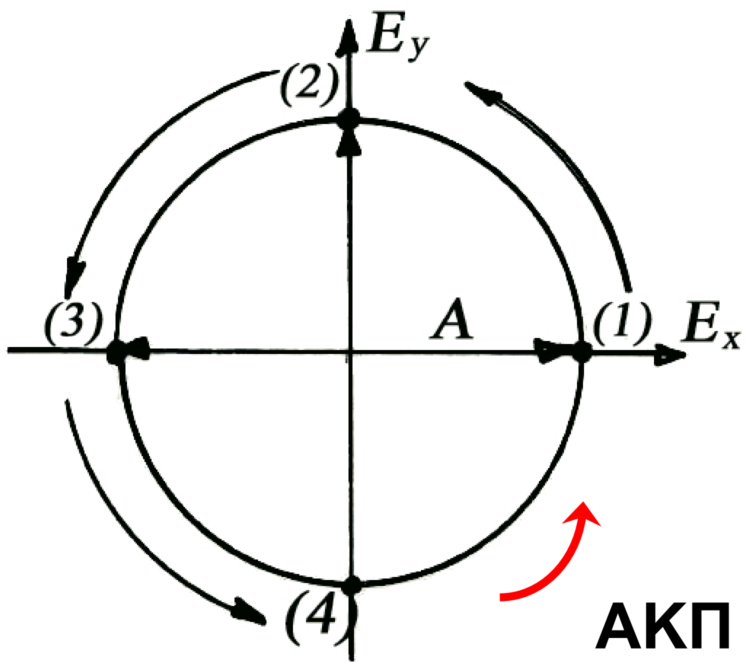
- **A_x= A_y= A**

✓ **<u>ΑΚΠ</u>**

Για z= 0

$$t=0 \rightarrow E_x = A \quad , \quad E_y = 0 \rightarrow \theta\acute{\varepsilon}\sigma\eta \quad (1)$$
$$t=T/4 \rightarrow E_x = 0 \quad , \quad E_y = A \rightarrow -//- \quad (2)$$
$$t=T/2 \rightarrow E_x = -A \quad , \quad E_y = 0 \rightarrow -//- \quad (3)$$
$$t=3T/4 \rightarrow E_x = 0 \quad , \quad E_y = -A \rightarrow -//- \quad (4)$$

E_x= Acos(ωt-kz)
E_y= Acos(ωt-kz-π/2)
ω= 2π/T



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΥΚΛΙΚΗ ΠΟΛΩΣΗ - ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ

📖 **Δύο κυκλικά πολωμένα κύματα (δεξιόστροφο και αριστερόστροφο):**

$$\vec{E}_R(z,t)=A_R\cos(\omega t-kz-\pi/2)\hat{i}+A_R\cos(\omega t-kz)\hat{j}\quad (A_x=A_y=A_R,\ \varphi=\pi/2,\ \Delta\text{ΚΠ})$$

$$\vec{E}_L(z,t)=A_L\cos(\omega t-kz+\pi/2)\hat{i}+A_L\cos(\omega t-kz)\hat{j}\quad (A_x=A_y=A_L,\ \varphi=-\pi/2,\ \text{ΑΚΠ})$$

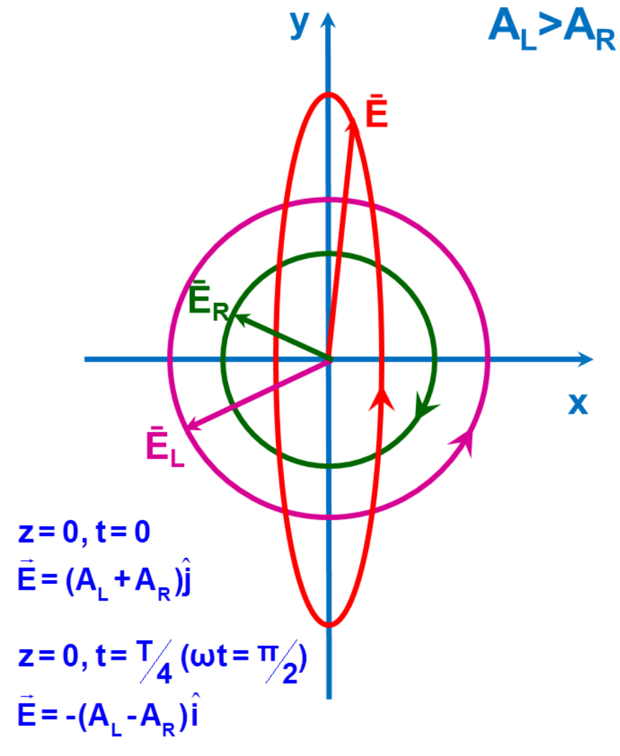
⇨ **Να περιγραφεί η κατάσταση πόλωσης του κύματος που προκύπτει από την επαλληλία τους**

$$\vec{E}_R(z,t)=A_R\cos(\omega t-kz-\pi/2)\hat{i}+A_R\cos(\omega t-kz)\hat{j}$$
$$=A_R\cos(\omega t-kz+\pi/2-\pi)\hat{i}+A_R\cos(\omega t-kz)\hat{j}\Rightarrow$$
$$\vec{E}_R(z,t)=-A_R\cos(\omega t-kz+\pi/2)\hat{i}+A_R\cos(\omega t-kz)\hat{j}$$

$$\vec{E}(z,t)=\vec{E}_R(z,t)+\vec{E}_L(z,t)\Rightarrow$$
$$\vec{E}(z,t)=(A_L-A_R)\cos(\omega t-kz+\pi/2)\hat{i}+(A_L+A_R)\cos(\omega t-kz)\hat{j}$$

$$A_L>A_R\rightarrow \text{ΑΕΠ},\quad A_L<A_R\rightarrow \Delta\text{ΕΠ}$$

$$\tan(2\psi)=\frac{2A_xA_y}{A_x^2-A_y^2}\cos\varphi=0\Rightarrow 2\psi=0 \text{ ή } \pi\Rightarrow\psi=0 \text{ ή } \underline{\pi/2}$$



<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΚΥΚΛΙΚΗ ΠΟΛΩΣΗ - ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ

📖 **Δύο κυκλικά πολωμένα κύματα (δεξιόστροφο και αριστερόστροφο):**

$$\vec{E}_R(z,t) = A_R\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A_R\cos(\omega t - kz + \pi/2)\hat{j} \quad (A_x = A_y = A_R,\ \varphi = \pi/2,\ \text{ΔΚΠ})$$

$$\vec{E}_L(z,t) = A_L\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A_L\cos(\omega t - kz - \pi/2)\hat{j} \quad (A_x = A_y = A_L,\ \varphi = -\pi/2,\ \text{ΑΚΠ})$$

⇨ **Να περιγραφεί η κατάσταση πόλωσης του κύματος που προκύπτει από την επαλληλία τους**

$$\vec{E}_R(z,t) = A_R\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A_R\cos(\omega t - kz + \pi/2)\hat{j}$$

$$= A_R\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A_R\cos(\omega t - kz - \pi/2 + \pi)\hat{j} \Rightarrow$$

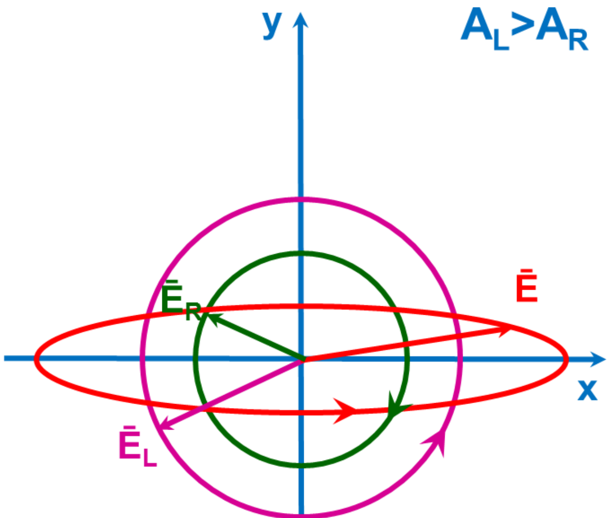
$$\vec{E}_R(z,t) = A_R\cos(\omega t - kz)\hat{i} - A_R\cos(\omega t - kz - \pi/2)\hat{j}$$

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_R(z,t) + \vec{E}_L(z,t) \Rightarrow$$

$$\vec{E}(z,t) = (A_L + A_R)\cos(\omega t - kz)\hat{i} + (A_L - A_R)\cos(\omega t - kz - \pi/2)\hat{j}$$

$$A_L > A_R \rightarrow \text{ΑΕΠ}, \quad A_L < A_R \rightarrow \text{ΔΕΠ}$$

$$\tan(2\psi) = \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\varphi = 0 \Rightarrow 2\psi = 0 \text{ ή } \pi \Rightarrow \underline{\psi = 0} \text{ ή } \pi/2$$



$z = 0,\ t = 0$

$\vec{E} = (A_L + A_R)\hat{i}$

$z = 0,\ t = T/4\ (\omega t = \pi/2)$

$\vec{E} = (A_L - A_R)\hat{j}$

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ (A_x, A_y, $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = 0$ ή π)

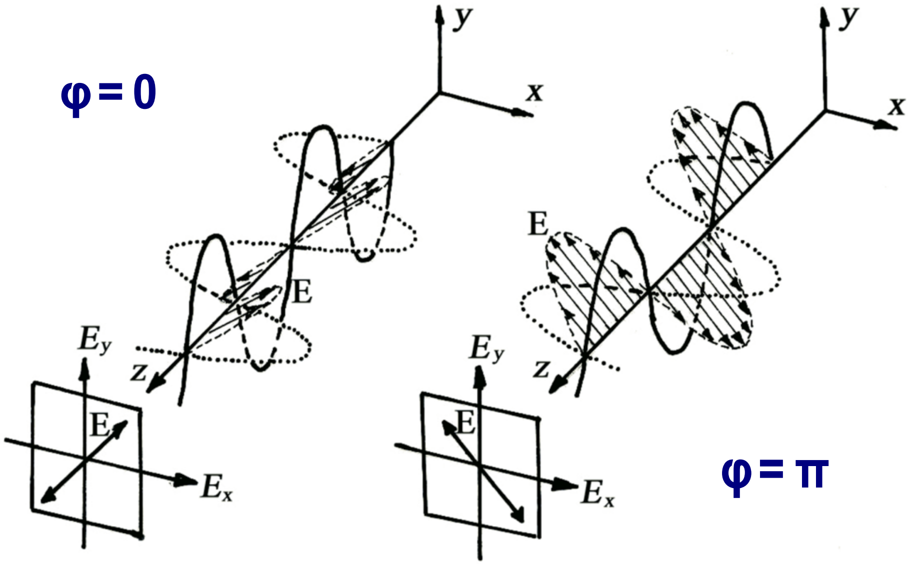
📖 **Γ.Π. ΦΩΣ**: το $\bar{E}$ (πάντα κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης) ταλαντώνεται χρονικά και χωρικά σ' ένα σταθερό επίπεδο (επίπεδο πόλωσης)

❖ **Αρμονικό επίπεδο ΗΜ κύμα που διαδίδεται προς τη διεύθυνση του z:**

$$\vec{E}(z,t) = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}\,,\ \left.\begin{array}{l} E_x = A_x\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = A_y\cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{array}\right\} \rightarrow \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - \sin^2\varphi = 0$$

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A_x}\right)\left(\frac{E_y}{A_y}\right)\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - \sin^2\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Για } \varphi = 0: \left(\dfrac{E_x}{A_x} - \dfrac{E_y}{A_y}\right)^2 = 0 \\ \text{Για } \varphi = \pi: \left(\dfrac{E_x}{A_x} + \dfrac{E_y}{A_y}\right)^2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} E_y = \dfrac{A_y}{A_x}E_x\ (\varphi = 0) \\ E_y = -\dfrac{A_y}{A_x}E_x\ (\varphi = \pi) \end{array}\right.$$



✓ **Επίπεδο ταλάντωσης του $\bar{E}$:**

$$\tan\psi = \frac{E_y}{E_x} = \pm\frac{A_y}{A_x}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΟΛΩΣΗ

🕮 **Γραμμικά πολωμένο στο επίπεδο xy αρμονικό κύμα πλάτους E_0 που διαδίδεται στο xy κατά μήκος ευθείας γωνίας 45° με τον άξονα x**

⇨ **Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την ένταση του ηλεκτρ. πεδίου $\vec{E}$**

Επίπεδο αρμονικό κύμα

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

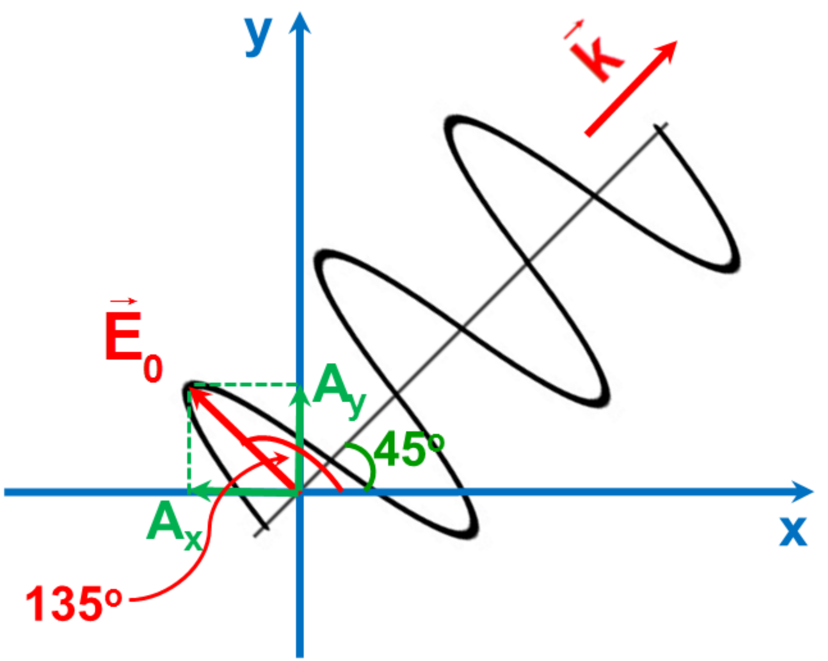
Διάνυσμα θέσης

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

Διάνυσμα διάδοσης

$$\vec{k} = k_x\hat{i} + k_y\hat{j} + k_z\hat{k} \; (k_x = k\cos 45^o, k_y = k\sin 45^o)$$

$$\vec{k} = k\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + k\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \rightarrow \vec{k}\vec{r} = k\frac{\sqrt{2}}{2}(x+y)$$



Διάνυσμα πλάτους

$$\vec{E}_0 = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} = E_0\cos 135^o\hat{i} + E_0\sin 135^o\hat{j}$$

$$\vec{E}_0 = -E_0\cos 45^o\hat{i} + E_0\sin 45^o\hat{j} = -E_0\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + E_0\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j}$$

Επίπεδο αρμονικό κύμα στο xy

$$\vec{E}(x,y,t) = E_0\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\hat{i}+\hat{j}\right)\cos\left\{\omega t - k\frac{\sqrt{2}}{2}(x+y)\right\}$$

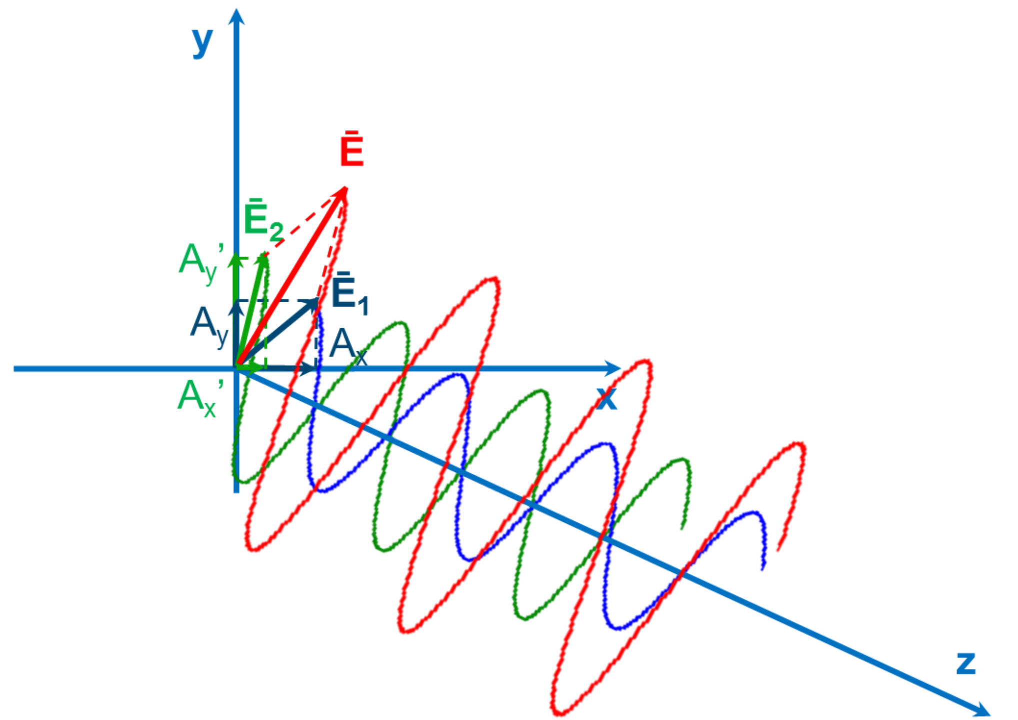
<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΟΛΩΣΗ - ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ

📖 **Δύο γραμμικά πολωμένα κύματα που διαδίδονται στον άξονα z με μηδενική διαφορά φάσης**

⇨ **Να δειχτεί ότι το συνιστάμενο κύμα είναι γραμμικά πολωμένο**

$$\vec{E}_1 = A_x \cos(\omega t - kz)\hat{i} + A_y \cos(\omega t - kz)\hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = A'_x \cos(\omega t - kz)\hat{i} + A'_y \cos(\omega t - kz)\hat{j}$$



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (A_x + A'_x)\cos(\omega t - kz)\hat{i} + (A_y + A'_y)\cos(\omega t - kz)\hat{j} \quad (\varphi = 0 \rightarrow \Gamma.\Pi.)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΥΚΛΙΚΗ ΠΟΛΩΣΗ - ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ

2 κυκλικά πολωμένα κύματα ίσου πλάτους με αντίθετη στροφικότητα:

$$\vec{E}_R(z,t) = A\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A\cos(\omega t - kz + \pi/2)\hat{j} \quad (A_x = A_y = A,\ \varphi = \pi/2,\ \text{ΔΚΠ})$$

$$\vec{E}_L(z,t) = A\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A\cos(\omega t - kz - \pi/2)\hat{j} \quad (A_x = A_y = A,\ \varphi = -\pi/2,\ \text{ΑΚΠ})$$

⇨ **Να περιγραφεί η κατάσταση πόλωσης του κύματος που προκύπτει από την επαλληλία τους**

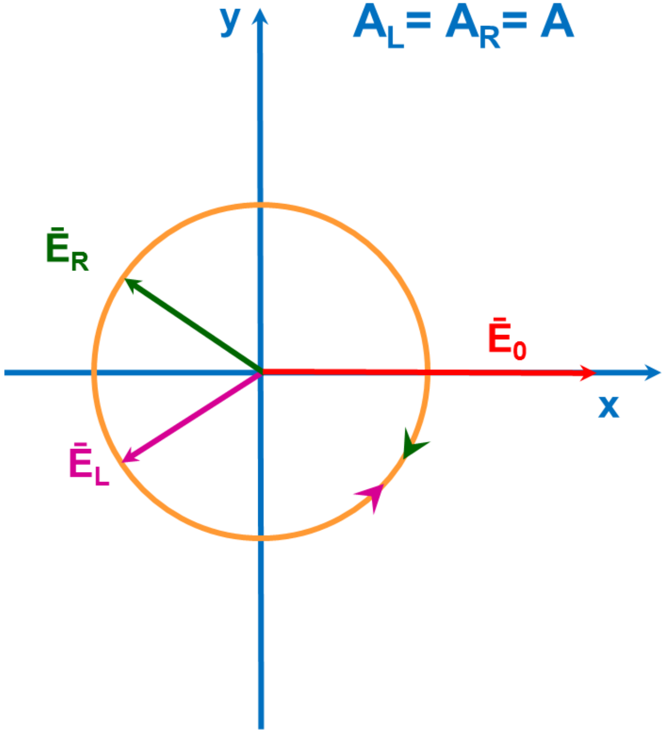
$$\vec{E}_L(z,t) = A\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A\cos(\omega t - kz - \pi/2)\hat{j}$$

$$= A\cos(\omega t - kz)\hat{i} + A\cos(\omega t - kz + \pi/2 - \pi)\hat{j} \Rightarrow$$

$$\vec{E}_L(z,t) = A\cos(\omega t - kz)\hat{i} - A\cos(\omega t - kz + \pi/2)\hat{j}$$

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_R(z,t) + \vec{E}_L(z,t) \Rightarrow$$

$$\vec{E}(z,t) = 2A\cos(\omega t - kz)\hat{i} \quad (\text{Γ.Π.}//x,\ \text{διπλάσιο πλάτος})$$



$$\vec{E}_R(z,t) = A\cos(\omega t - kz - \pi/2)\hat{i} + A\cos(\omega t - kz)\hat{j}\ (\text{ΔΚΠ})$$

$$\vec{E}_L(z,t) = A\cos(\omega t - kz + \pi/2)\hat{i} + A\cos(\omega t - kz)\hat{j}\ (\text{ΑΚΠ})$$

$$\vec{E}(z,t) = 2A\cos(\omega t - kz)\hat{j} \quad (\text{Γ.Π.}//y)$$

ΦΥΣΙΚΟ ΦΩΣ (ΧΑΟΤΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ)

- **ΦΥΣΙΚΟ ΦΩΣ: το άκρο του $\bar{E}$ που χαρακτηρίζει την κατάσταση πόλωσης ακολουθεί χωροχρονικά ταχύτατα μεταβαλλόμενη τροχιά**

- **Οι χαοτικές πηγές εκπέμπουν κυματοσυρμούς με τυχαία πόλωση**

- ✓ **Στο χρόνο συμφωνίας οι κυματοσυρμοί είναι σύμφωνοι**

- ✓ **Η επαλληλία τους σε ένα σημείο της δέσμης δίνει κυματοσυρμό καθορισμένης κατάστασης πόλωσης**

- ✓ **Στο ίδιο σημείο μια άλλη χρονική στιγμή ο κυματοσυρμός βρίσκεται σε άλλη (τυχαία) κατάσταση πόλωσης**

- **Περιγράφεται από 2 ασύμφωνες και κάθετες Γ.Π. συνιστώσες:**

$$\vec{E}(z,t)=E_x\hat{i}+E_y\hat{j}\,,\quad \left.\begin{array}{l} E_x(t)=A_x(t)\cos\{\omega t-kz+\varphi_x(t)\} \\ E_y(t)=A_y(t)\cos\{\omega t-kz+\varphi_y(t)\} \end{array}\right\}$$

- **Για τις μέσες χρονικές τιμές των 2 συνιστωσών του Φ.Φ ισχύει:**

$\langle E_x^2\rangle=\langle E_y^2\rangle$ **και για ασύμφωνη επαλληλία 2 δεσμών** $I=\langle E_x^2\rangle+\langle E_y^2\rangle$

Επομένως, $\langle E_x^2\rangle=\langle E_y^2\rangle=I/2$ **(το φυσικό φως είναι πλήρως συμμετρικό)**

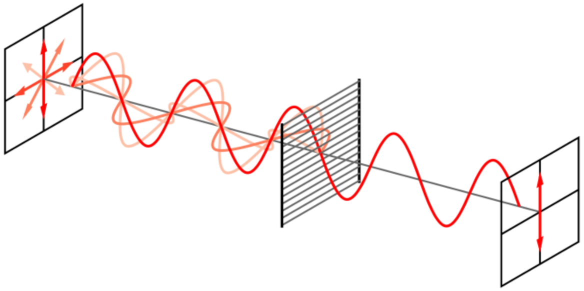
ΜΕΡΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ

🕮 **<u>ΜΕΡΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ</u>: ασύμφωνη επαλληλία (μίγμα) φυσικού (I_u) και πολωμένου φωτός (I_p)**

❖ **Βαθμός πόλωσης:** $P=\frac{I_p}{I_{tot}}=\frac{I_p}{I_p+I_u}\quad (0\le P\le 1)$

🕮 **ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Ανιχνευτής ανιχνεύει γραμμικά πολωμένο φως σε μια συγκεκριμένη διεύθυνση (πολωτής+ανιχνευτής)**

⇨ **Να προσδιοριστεί ο βαθμός πόλωσης συναρτήσει των I_{max}, I_{min}**



$$I_{max}=I_p+\tfrac{1}{2}I_u$$

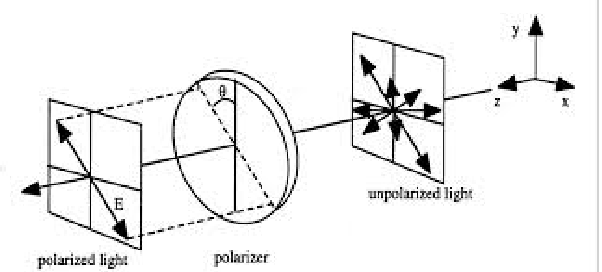
$$I_{min}=\tfrac{1}{2}I_u$$

$$\Rightarrow$$

$$I_{max}+I_{min}=I_p+\tfrac{1}{2}I_u+\tfrac{1}{2}I_u=I_p+I_u$$

$$I_{max}-I_{min}=I_p+\tfrac{1}{2}I_u-\tfrac{1}{2}I_u=I_p$$

$$P=\frac{I_p}{I_p+I_u}=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$$



ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΠΟΛΩΜΕΝΟΥ ΦΩΤΟΣ

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΠΟΛΩΜΕΝΟΥ ΦΩΤΟΣ

🕮 **Επιλογή συγκεκριμένης πόλωσης και αφαίρεση λοιπών συνιστωσών από μη πολωμένο (φυσικό) φως**

- ⇨ **Διχρωϊσμός ή επιλεκτική απορρόφηση**
- ⇨ **Διπλή διάθλαση**
- ⇨ **Ανάκλαση και διάθλαση**
- ⇨ **Σκέδαση**

Peter Aprahamian/Science Photo Library, Photo Researchers, Inc.

ΔΙΧΡΩΪΣΜΟΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΕΚΤΙΚΗ ΑΠΟΡΡΟΦΗΣΗ

- **<u>ΔΙΧΡΩΪΚΟΙ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΙ (ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΟΙ)</u>: λευκό φως διαδιδόμενο σε διαφορετικές διευθύνσεις σε σχέση με τον οπτικό τους άξονα παρουσιάζει διαφορετική απορρόφηση, συχνοτικά εξαρτώμενη με συνέπεια ο κρύσταλλος να εμφανίζει διαφορετική απόχρωση**

- **Μεγάλη αγωγιμότητα σε συγκεκριμένες διευθύνσεις**

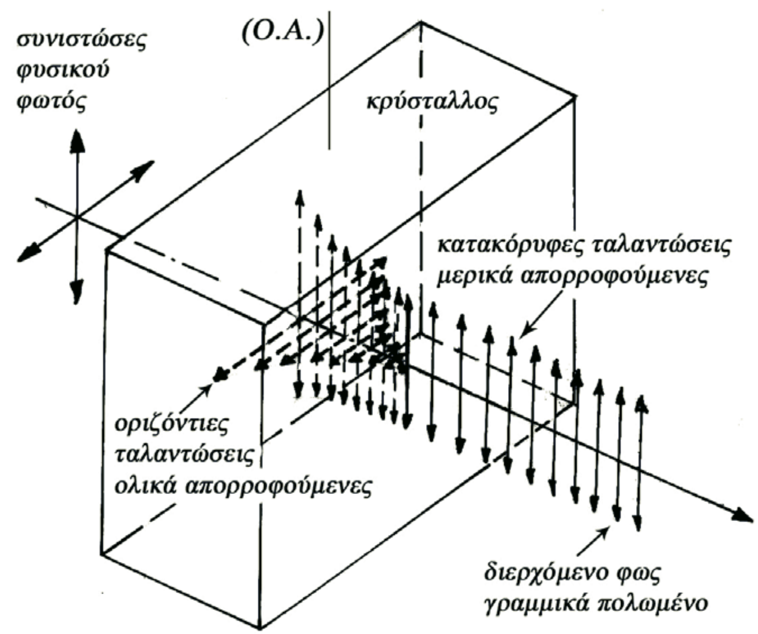
- **Δημιουργία ρευμάτων κατά τη διάδοση του φωτός → η ενέργεια των Η/Μ κυμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα Joule (απορρόφηση)**

Τουρμαλίνες (ομάδα ορυκτών κρυστάλλων Si, B)

<u>Μειονεκτήματα:</u>

Μικροί κρύσταλλοι

Επιλεκτική απορρόφηση f(λ)

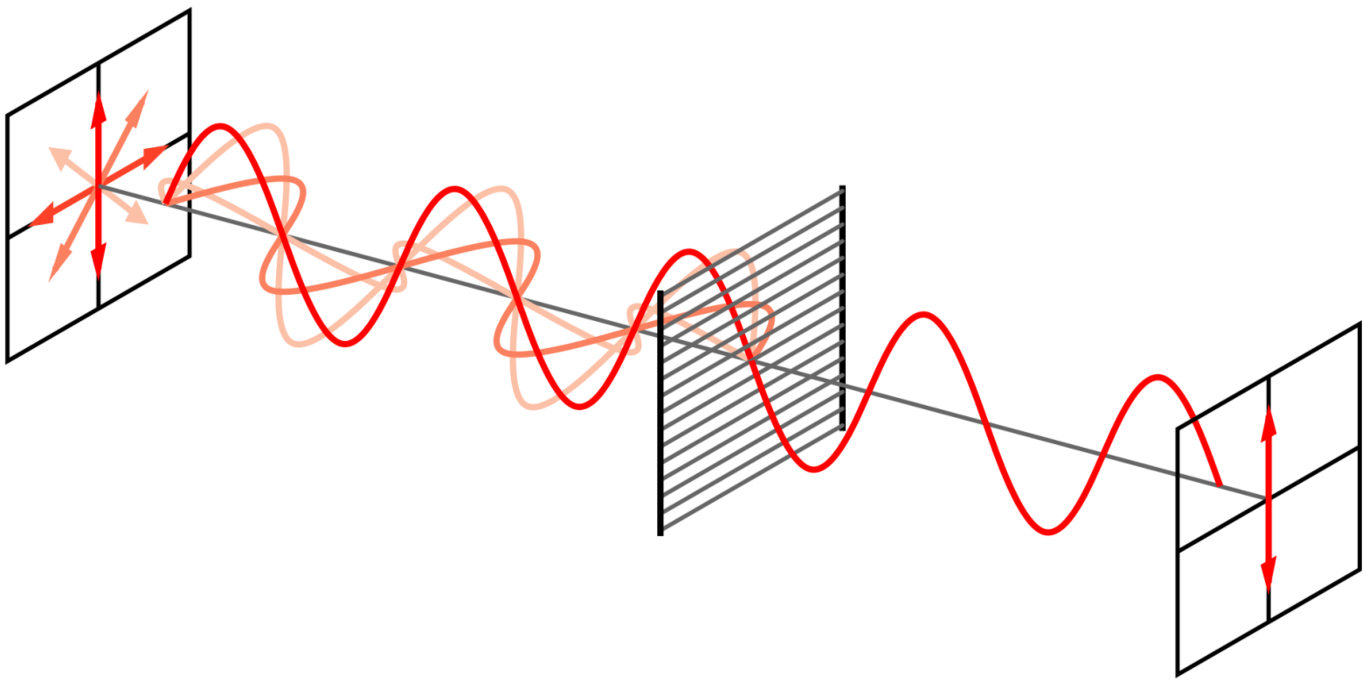


ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΠΟΛΩΤΕΣ (ΠΛΕΓΜΑ)

- **<u>ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΟΛΩΤΗΣ</u>: το εισερχόμενο φυσικό φως εξέρχεται γραμμικά πολωμένο κατά τον <u>άξονα διέλευσης</u> του πολωτή**

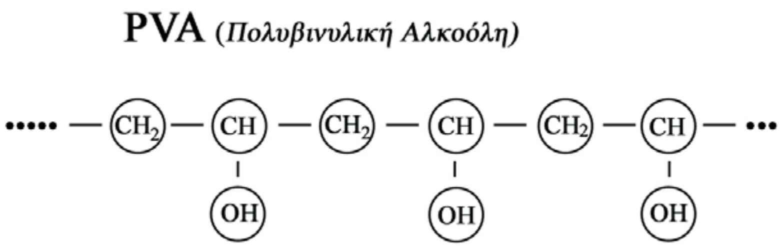
- **Πολωτής συρμάτινου πλέγματος (μικροκύματα, υπέρυθρο)**

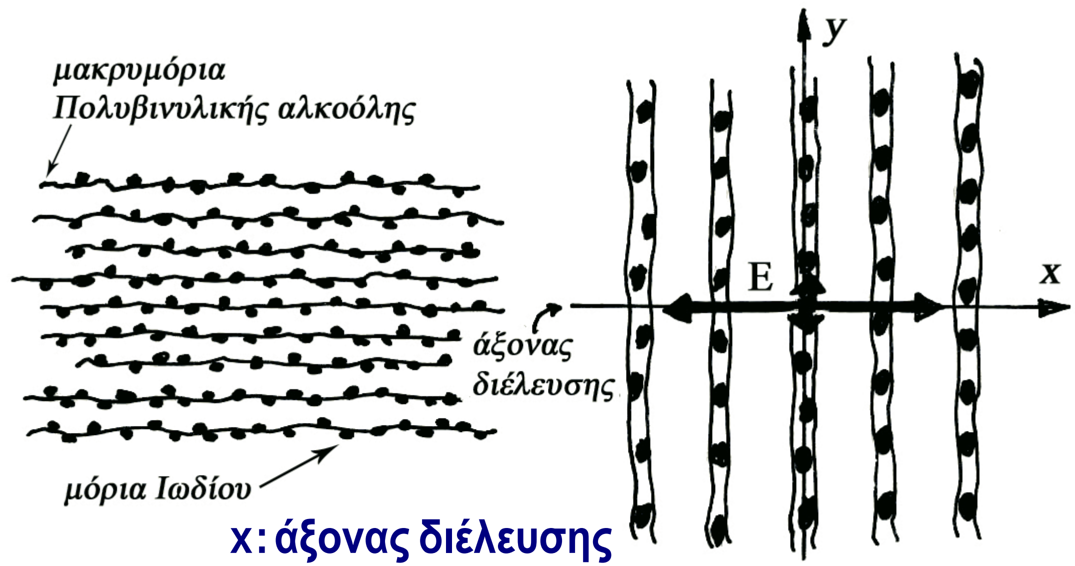
- **Μεγάλη απώλεια σε θερμότητα και ανάκλαση κατά μήκος των συρμάτων, μικρή κάθετα (άξονας διέλευσης)**



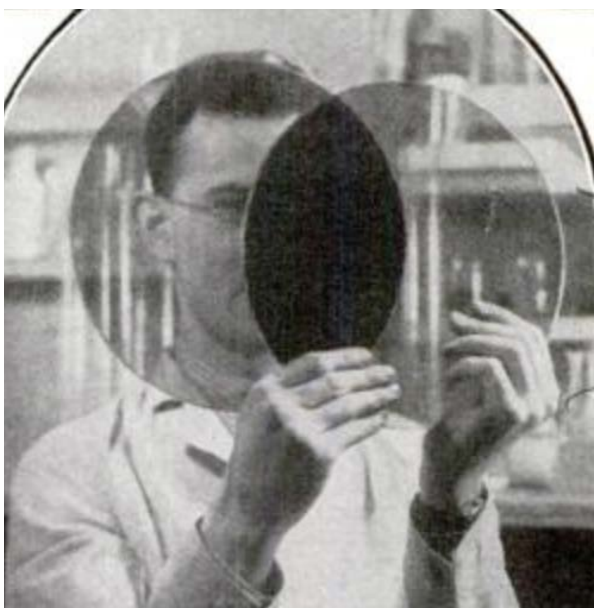
ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΠΟΛΩΤΕΣ (ΦΥΛΛΟ-Η, POLAROID)

- **Πολυβινυλική αλκοόλη με προσανατολισμένα μακρομόρια (τάνυση) και με ιόντα ιωδίου (ορατή περιοχή Η/Μ φάσματος)**





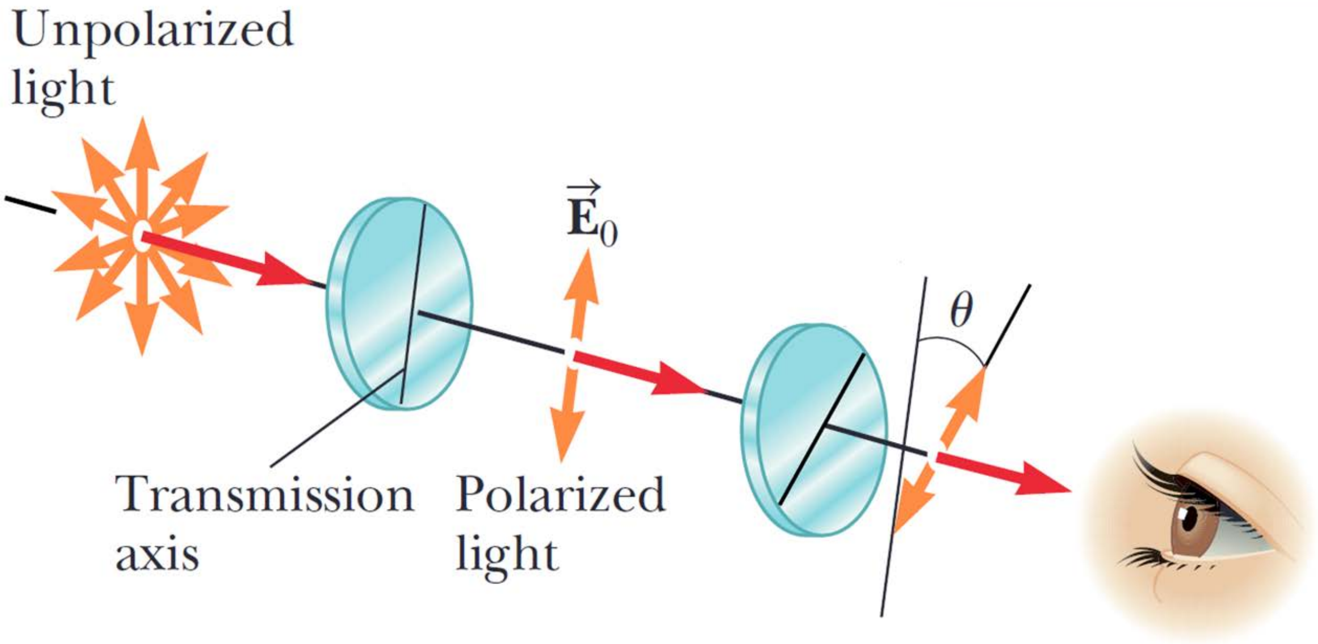
HN-32, HN-46 (ουδέτερο φύλλο-Η, ποσοστό διερχόμενης)



- ✓ **Για 2 πολωτές polaroid με παράλληλους άξονες διέλευσης θα έχουμε τη μέγιστη διέλευση προσπίπτοντος φωτός**
- ✓ **Όταν είναι κάθετοι μεταξύ τους (διασταυρωμέ-νοι πολωτές) πρακτικά δεν θα περνάει φως (κατάσβεση)**

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ MALUS

- **Δύο πολωτές (πολωτής και αναλυτής) που οι άξονες διέλευσής τους σχηματίζουν γωνία θ και ένας ανιχνευτής**



Μέγιστη (ελάχιστη) κύρια διέλευση:

$k_1 = I_\delta / I_{\Gamma\Pi}$ ($k_2 = I_\delta{}' / I_{\Gamma\Pi}$)

<u>Λόγος κατάσβεσης</u>:

k_2/k_1

10^{-3} φυλλόμορφοι
10^{-5} κρυσταλλικοί πολωτές

- **Ένταση φωτός μετά τον πολωτή (πλάτος E_0):** $I(0) = \frac{I_u}{2} = \frac{c\varepsilon_0}{2 \cdot 2} E_0^2$

- **Ένταση φωτός μετά τον αναλυτή (πλάτος $E_0\cos\theta$):** $I(\theta) = \frac{c\varepsilon_0}{2 \cdot 2} (E_0 \cos\theta)^2$

- **Νόμος του Malus:** $I(\theta) = I(0)\cos^2\theta$ **{διασταυρωμένοι πολωτές $I(\theta) = 0$}**

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ MALUS

🕮 **Δέσμη φυσικού φωτός έντασης I_0 διέρχεται από 2 γραμμικούς πολωτές**

⇨ **Σχετικός προσανατολισμός για ένταση διερχόμενης α) $I_0/2$, β) $I_0/4$**

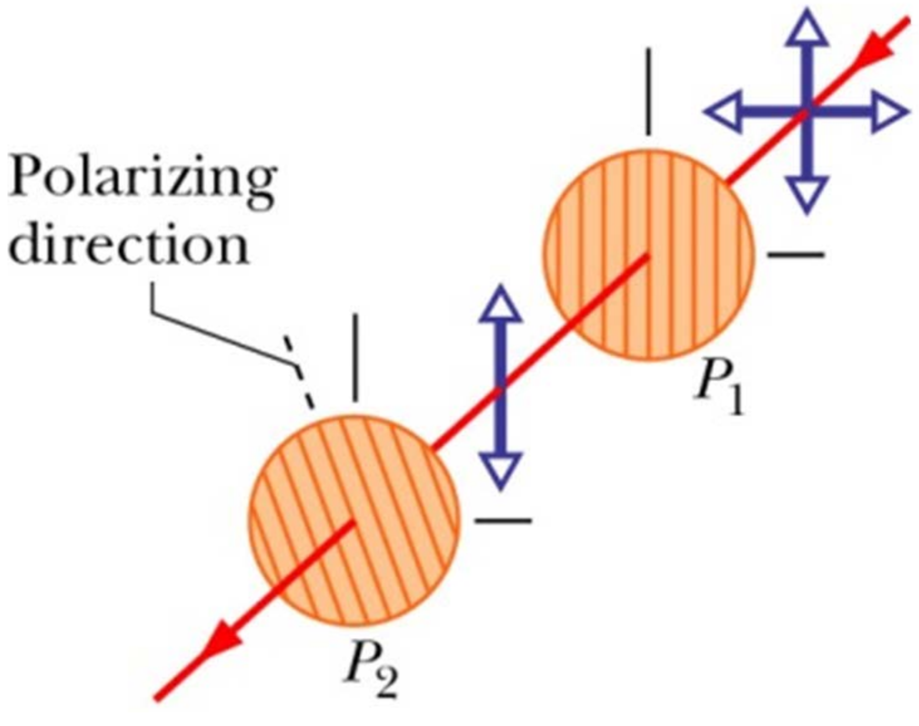
- ✓ **Το φυσικό φως αναλύεται σε 2 κάθετες συνιστώσες έντασης $I_0/2$**
- ✓ **Όταν οι άξονες διέλευσης είναι παράλληλοι (θ= 0°) τότε $I_f = I_0/2$**
- ✓ **Νόμος του Malus:**

$$I(\theta) = I(0)\cos^2\theta \Rightarrow$$

$$I_f = \frac{I_0}{2}\cos^2\theta \Rightarrow \frac{I_0}{4} = \frac{I_0}{2}\cos^2\theta$$

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\theta = 45^o \text{ ή } \theta = 135^o \rightarrow \theta = \pm 45^o$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ MALUS

- **Φυσικό φώς I_0 προσπίπτει κάθετα σε 2 διασταυρωμένους γραμμικούς πολωτές, ανάμεσα στους οποίους τοποθετείται ένας τρίτος σε 45^o**

⇨ **Υπολογισμός της έντασης διερχόμενου φωτός πριν και μετά τον 3^o ΓΠ**

- ✓ **Το φυσικό φως αναλύεται σε 2 κάθετες συνιστώσες έντασης $I_0/2$**
- ✓ **Όταν οι άξονες διέλευσης είναι κάθετοι (θ= 90^o) και λείπει ο τρίτος πολωτής, είναι I_f= 0**

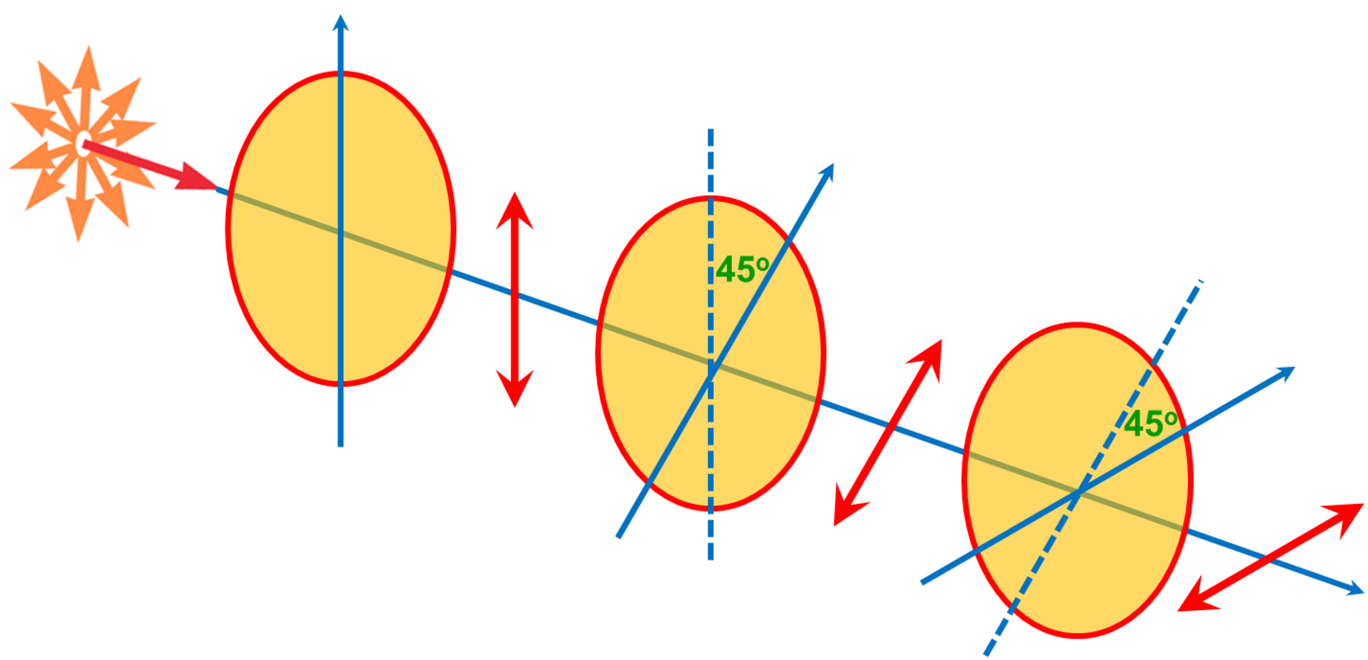
Νόμος του Malus:

$$I(\theta) = I(0)\cos^2\theta$$

$$\Pi_1 : I_0/2$$

$$\Pi_2 : I_0/2 \cos^2 45^o = I_0/4$$

$$\Pi_3 : I_0/4 \cos^2 45^o = I_0/8$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ MALUS

📖 **Φυσικό φώς I_0 προσπίπτει κάθετα σε 2 παράλληλους γραμμικούς πολωτές, ανάμεσα στους οποίους τοποθετείται ένας τρίτος σε 60°**

⇨ **Υπολογισμός της έντασης διερχόμενου φωτός πριν και μετά τον 3° ΓΠ**

- ✓ **Το φυσικό φως αναλύεται σε 2 κάθετες συνιστώσες έντασης $I_0/2$**
- ✓ **Όταν οι άξονες διέλευσης είναι παράλληλοι (θ= 0°) και λείπει ο τρίτος πολωτής, είναι $I_f= I_0/2$**

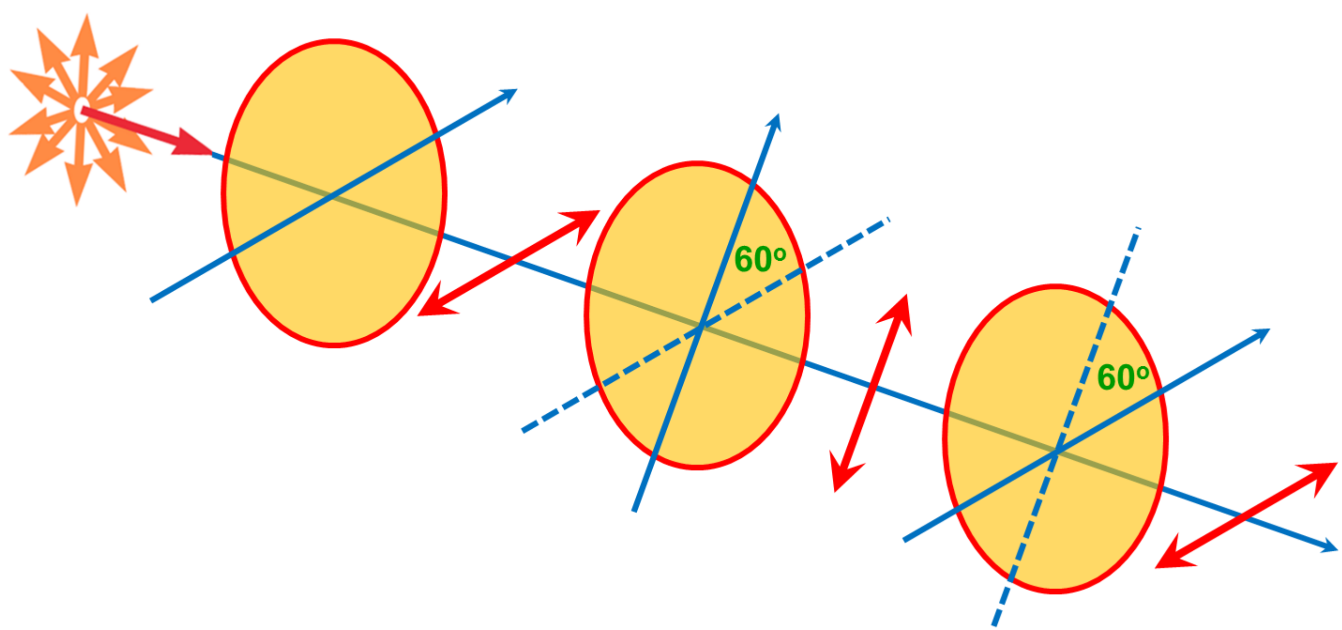
Νόμος του Malus:

$$I(\theta) = I(0)\cos^2\theta$$

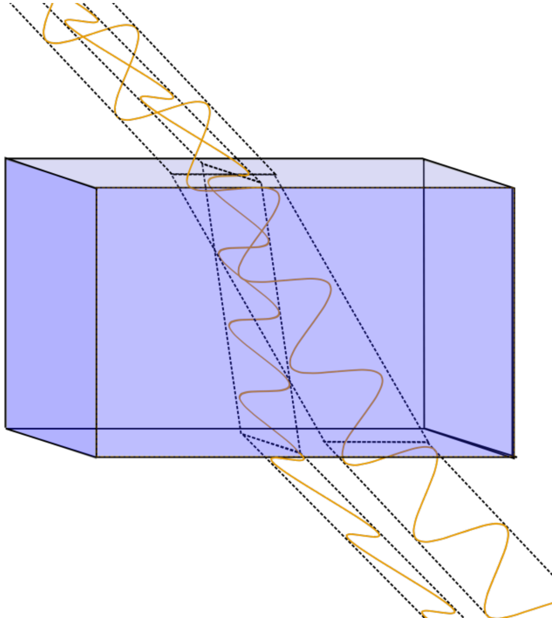
$$\Pi_1 : I_0/2$$

$$\Pi_2 : I_0/2 \cos^2 60^o = I_0/8$$

$$\Pi_3 : I_0/8 \cos^2 60^o = I_0/32$$



ΔΙΠΛΗ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΚΑΙ ΠΟΛΩΣΗ



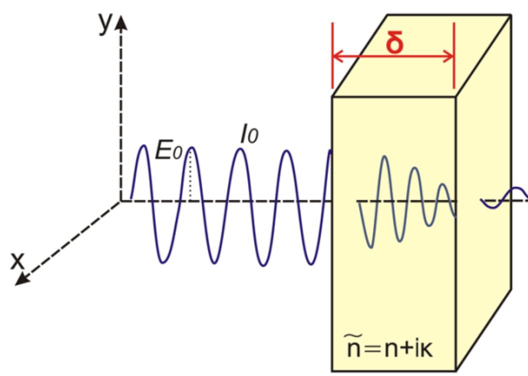
ΔΙΑΔΟΣΗ ΦΩΤΟΣ ΣΕ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ

- Ένταση ηλεκτρικού πεδίου Η/Μ κύματος: $\vec{E}=\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$ (1)

- Εξισώσεις Maxwell για διάδοση φωτός σε διηλεκτρικό μέσο (απουσία ελευθέρων φορτίων, ρευμάτων), συνεχές και ισότροπο:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0,\ \vec{\nabla}\cdot\vec{H}=0,\ \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\mu_0\mu_r\frac{\partial\vec{H}}{\partial t},\ \vec{\nabla}\times\vec{H}=-\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\left\{\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E})=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}\right\}\rightarrow\nabla^2\vec{E}=\mu_0\mu_r\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\quad(2)$$



$\alpha=2\omega\kappa/c$
$\Delta=1/\alpha$

$$(1)+(2):\ \upsilon=\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\mu_r\varepsilon_0\varepsilon_r}}\ \text{(ταχύτητα φάσης)}$$

$$\text{Στο κενό }(\varepsilon_r=\mu_r=1):\ c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

$$\text{Για διηλεκτρικό μη μαγνητικό μέσο }(\varepsilon_r>1,\mu_r=1):\ \upsilon=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

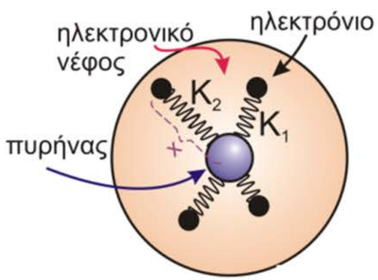
- Δείκτης διάθλασης: $n=\frac{c}{\upsilon}=\sqrt{\varepsilon_r}$, γενικά: $\tilde{\varepsilon}_r(\omega)=\varepsilon_1+i\varepsilon_2\rightarrow\tilde{n}(\omega)=n(\omega)+i\kappa(\omega)$

- Για διάδοση στον z, η (1) $\rightarrow\vec{E}=\vec{E}_0 e^{i\left(\frac{\omega\tilde{n}}{c}z-\omega t\right)}\Rightarrow\vec{E}=\vec{E}_0 e^{-\frac{\omega\kappa}{c}z}e^{i(kz-\omega t)}\quad\left\{I=I_0e^{-\alpha z},\ k=\omega/\upsilon\right\}$

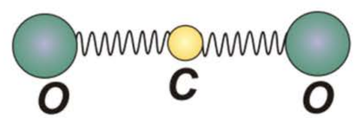
ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ LORENTZ

- **<u>Πρότυπο του αρμονικού ταλαντωτή Lorentz</u>: περιγραφή συχνοτικής εξάρτησης της διηλεκτρικής συνάρτησης (του δείκτη διάθλασης)**

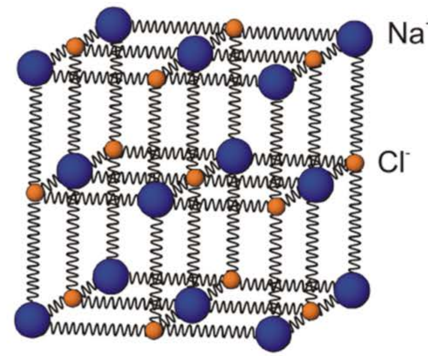
- **Εξαναγκασμένη από $E(t)=E_0 e^{i\omega t}$ ταλάντωση αρμονικών ταλαντωτών (ατομικά ή μοριακά δίπολα) με ιδιοσυχνότητα $\omega_0 = \sqrt{K/m_0}$**



το δέσμιο ηλεκτρόνιο ως εξαναγκασμένος ταλαντωτής



το μόριο ως ένα σύνολο εξαναγκασμένων ταλαντωτών



ιοντικός κρύσταλλος ως ένα σύνολο εξαναγκασμένων ταλαντωτών

- ✓ **Στην ορατή περιοχή: συντονισμός των δέσμιων ηλεκτρονίων**

- ✓ **Διπολική ροπή: $-q_e x(t)$, πόλωση του μέσου: $P = -Nq_e x(t)\ \{= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E\}$ (1)**

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = F_{απόσβ} + F_{επαν} + F_{εξ} \quad \left\{F_{απόσβ} = m_e \gamma \frac{dx}{dt},\ F_{επαν} = -Kx = -m_e \omega_0^2 x,\ F_{εξ} = -q_e E\right\}$$

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t},\quad x_0 = -\frac{q_e/m_e}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} E_0\ (2),\ \ (1)+(2):\ \tilde{\varepsilon}_r = \tilde{n}^2 = 1 + \frac{Nq_e^2}{m_e \varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

ΜΟΝΤΕΛΟ LORENTZ ΚΑΙ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ

$$\tilde{\varepsilon}_r(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{m_e\varepsilon_0}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

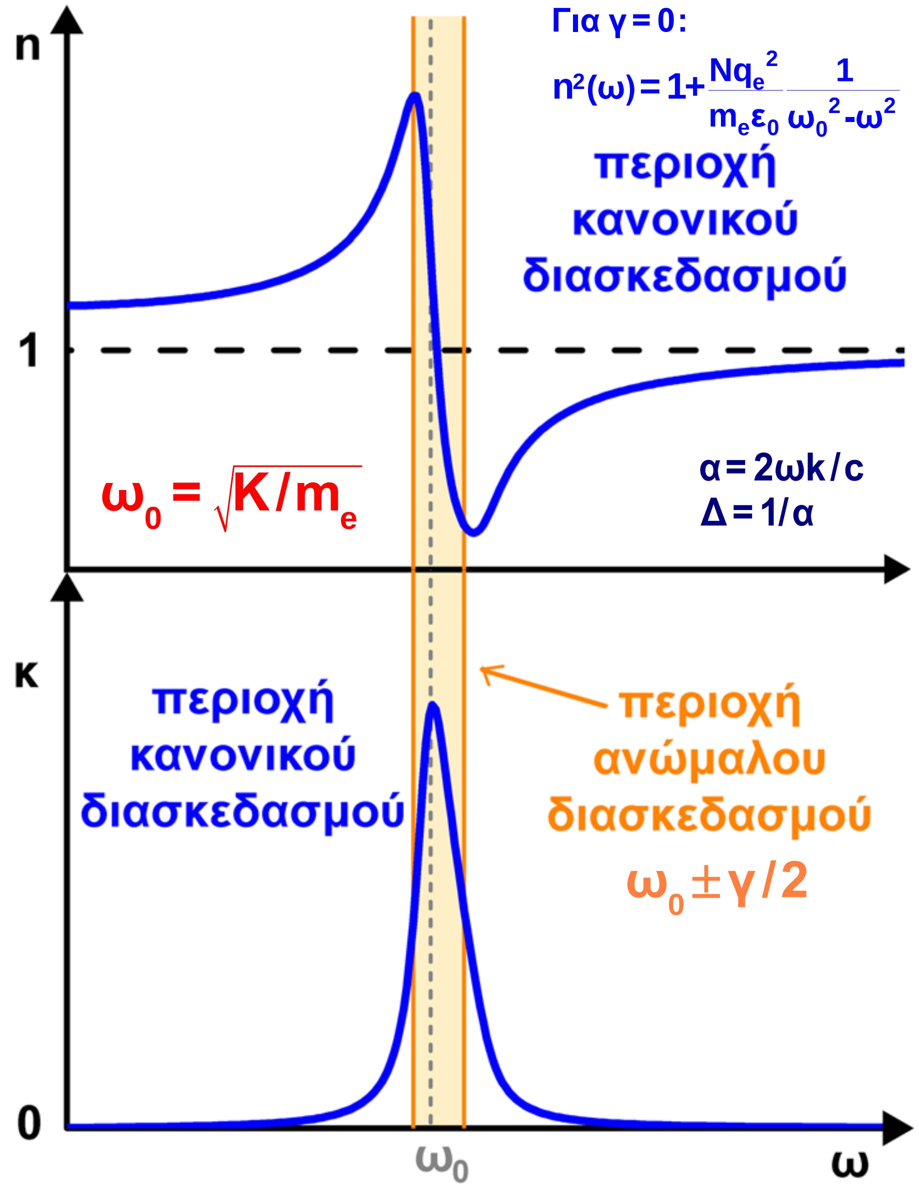
$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \frac{Nq_e^2}{m_e\varepsilon_0}\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\varepsilon_2(\omega) = \frac{Nq_e^2}{m_e\varepsilon_0}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}$$

$$\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega) = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_r(\omega)}$$

$$n(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}$$

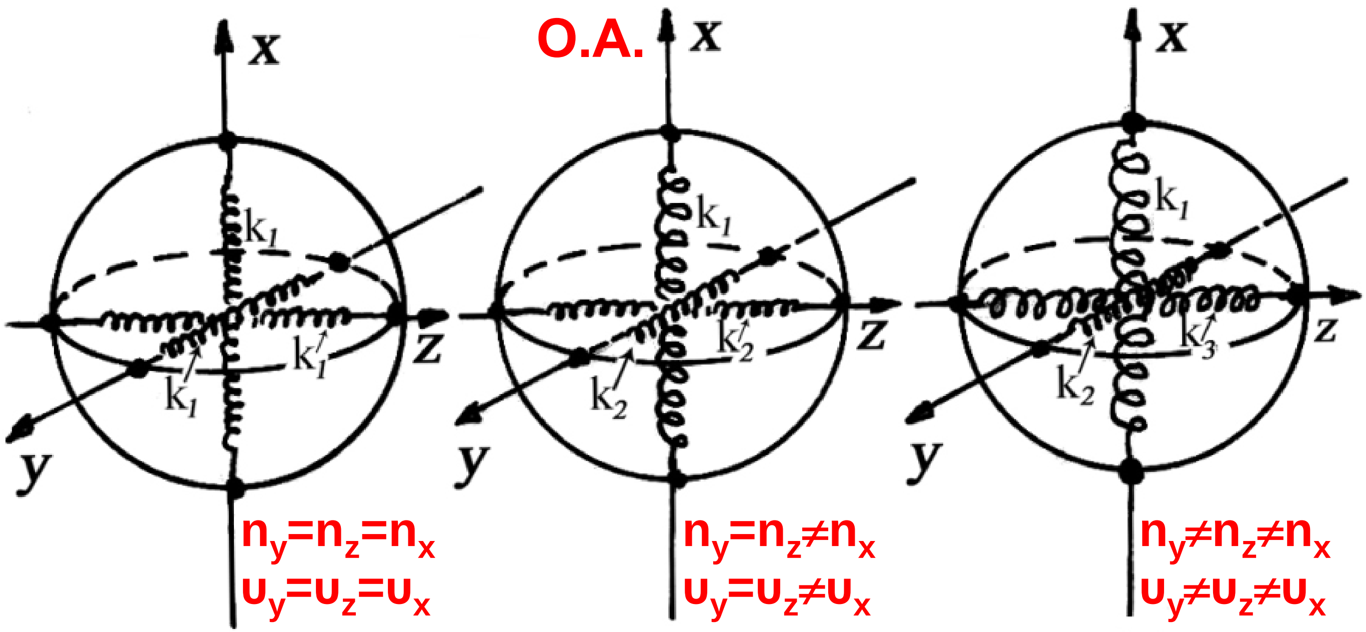
$$\kappa(\omega) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{-\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}$$



ΙΣΟΤΡΟΠΑ ΚΑΙ ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΑ ΜΕΣΑ

- **<u>Ισότροπα υλικά</u>: όλα τα “ελατήρια” έχουν ίδια σταθερά K** $\left\{\omega_0 = \sqrt{K/m_0}\right\}$

- **Οι εξωτερικές δυνάμεις (προσπίπτον Η/Μ κύμα) θα δονούν τα δίπολα με τον ίδιο τρόπο σε κάθε διεύθυνση (ίδιος n= c/υ, ίδια υ)**



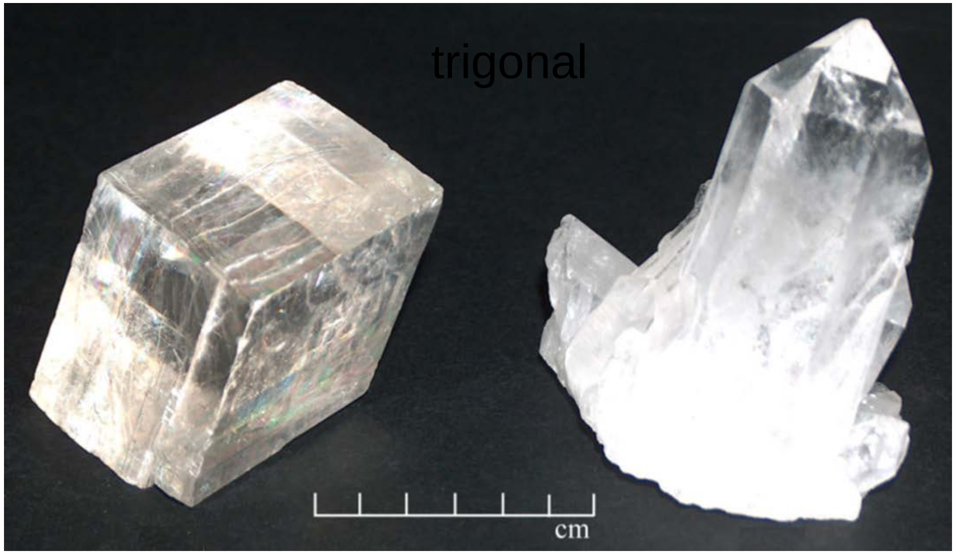
- **<u>Ανισότροπα υλικά</u>: γενικά όλα τα “ελατήρια” δεν έχουν ίδια σταθερά K**

- **Διαφορετικές ιδιοσυχνότητες ταλάντωσης, δείκτες διάθλασης και ταχύτητες διάδοσης σε διαφορετικές διευθύνσεις**

- **Μονοάξονες (οπτικός άξονας κρυστάλλου) και διάξονες κρύσταλλοι**

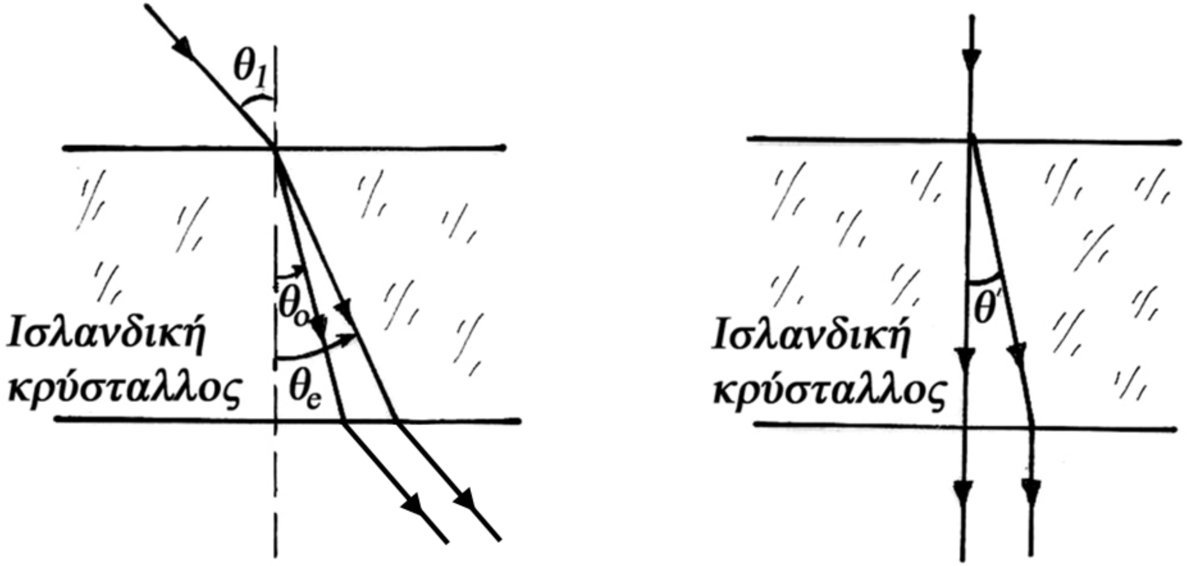
ΔΙΠΛΗ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΙΣΛΑΝΔΙΚΗ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟ (ΑΣΒΕΣΤΙΤΗΣ)

- **<u>Ισλανδική κρύσταλλος ($CaCO_3$)</u>: ρομβοεδρικός κρύσταλλος (πλάγιο παραλληλεπίπεδο) διάφανος και σχισμογενής**



- ✓ **a=b= 4.99 Å, c= 17.06 Å**

- ❖ **Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός που προσπίπτει στον ασβεστίτη**



<u>Διπλή διάθλαση</u>

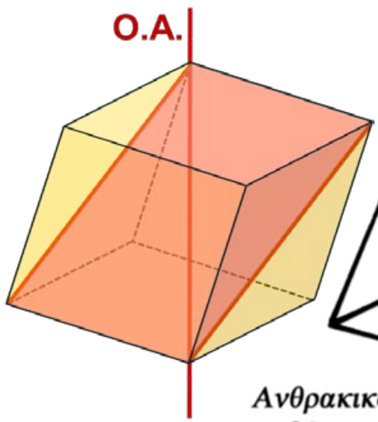
Η τακτική ακτίνα (o) υπακούει στο ν. Snell

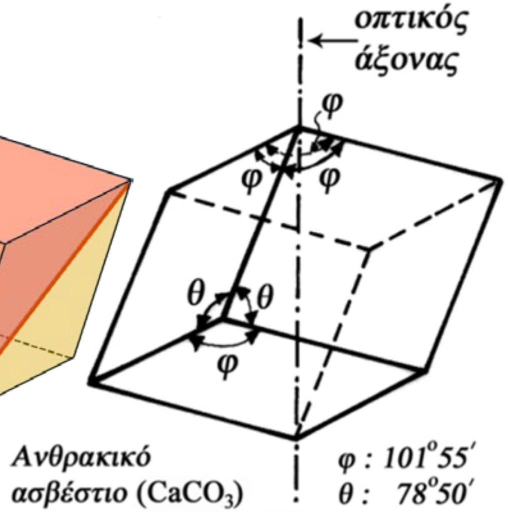
Η έκτακτη ακτίνα (e) δεν υπακούει

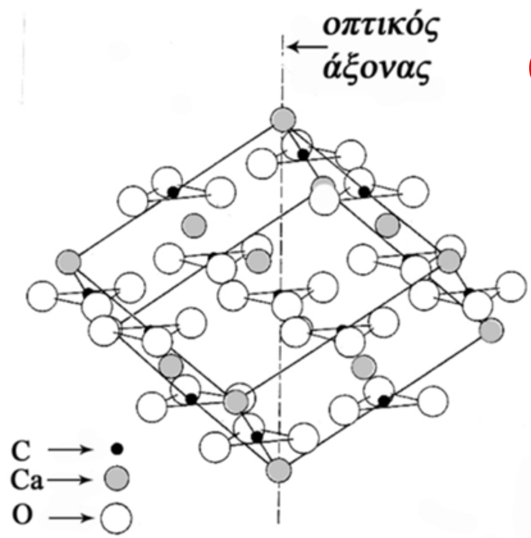
Η ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΑΣΒΕΣΤΙΤΗ (ΜΟΝΟΑΞΟΝΑΣ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΣ)

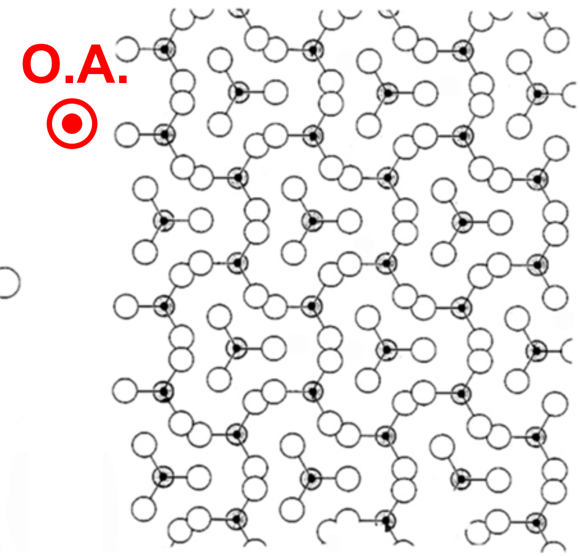
- **Ο οπτικός άξονας του ασβεστίτη είναι άξονας 3ης τάξης**

✓ **Για Γ.Π.⊥Ο.Α.: n_o= 1.6584, για Γ.Π.||Ο.Α.: n_e= 1.4864 (λ_{Na}= 589.3 nm, n_D)**

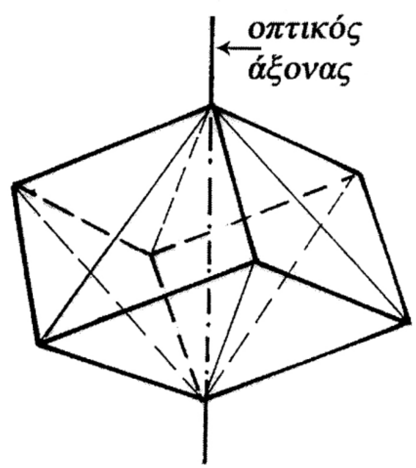


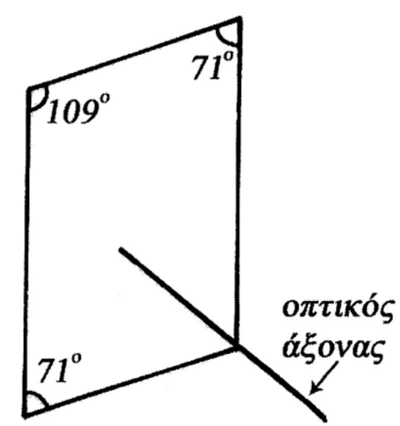






<u>3 κύριες τομές</u>:
επίπεδα κάθετα στις απέναντι έδρες που περιλαμβάνουν τον οπτικό άξονα και τις o, e





✓ **Αρνητικός κρύσταλλος**

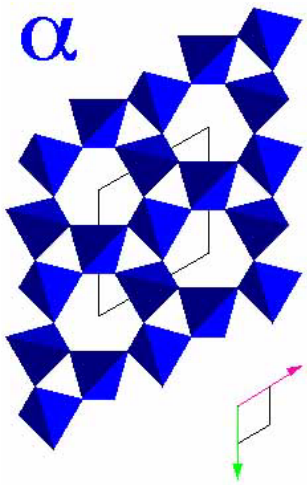
$\upsilon_{\perp}(\upsilon_o)<\upsilon_{\|}(\upsilon_e)$

α-ΧΑΛΑΖΙΑΣ, SiO_2 (ΜΟΝΟΑΞΟΝΑΣ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΣ)

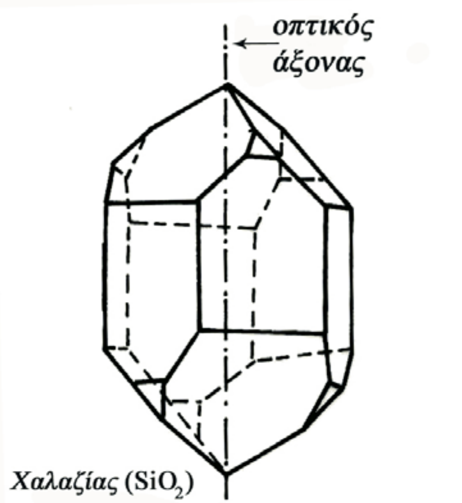
- **<u>α-χαλαζίας (SiO_2)</u>: τριγωνικός κρύσταλλος**

✓ **Για Γ.Π. ⊥ Ο.Α.: n_o= 1.5443, για Γ.Π. || Ο.Α.: n_e= 1.5534**

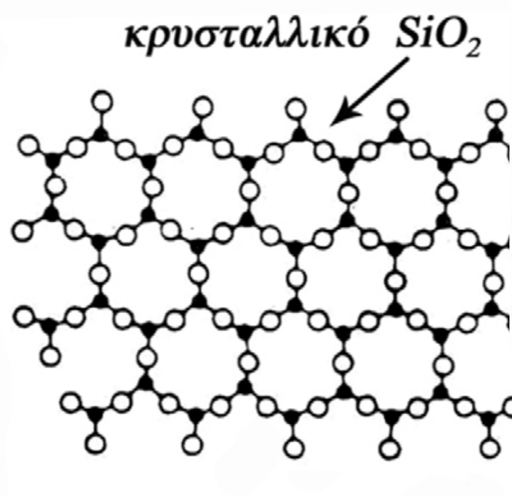
✓ **Θετικός κρύσταλλος ($u_{\perp}$>$u_{||}$)**

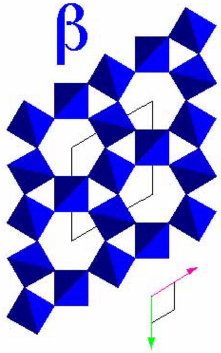


Ο Ο.Α. του α-χαλαζία είναι άξονας 3ης τάξης

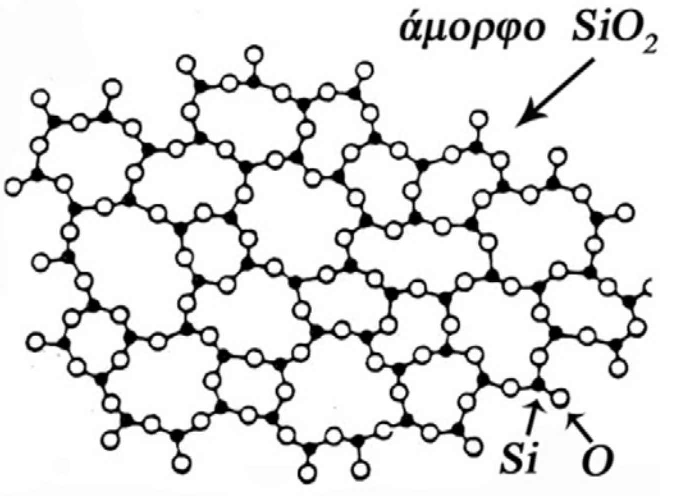


β-χαλαζίας (εξαγωνικός) ανισότροπος κρύσταλλος



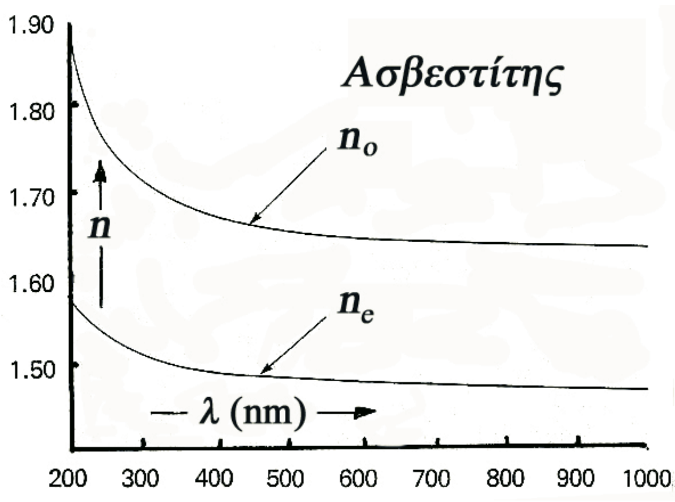


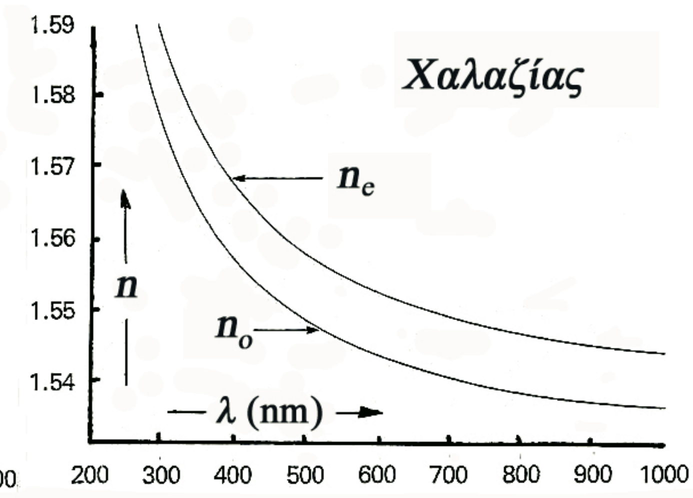
τετηγμένος χαλαζίας ισότροπο μέσο



ΜΟΝΟΑΞΟΝΕΣ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΙ - ΔΙΠΛΟΘΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ (Δn)

Material	Crystal system	n_o	n_e	$\Delta n = n_e - n_o$
calcite $CaCO_3$	Trigonal	1.658	1.486	-0.172
ice H_2O	Hexagonal	1.309	1.313	+0.004
lithium niobate $LiNbO_3$	Trigonal	2.272	2.187	-0.085
magnesium fluoride MgF_2	Tetragonal	1.380	1.385	+0.006
quartz SiO_2	Trigonal	1.544	1.553	+0.009
ruby Al_2O_3	Trigonal	1.770	1.762	-0.008
rutile TiO_2	Tetragonal	2.616	2.903	+0.287
sapphire Al_2O_3	Trigonal	1.768	1.760	-0.008
silicon carbide SiC	Hexagonal	2.647	2.693	+0.046
tourmaline (complex silicate)	Trigonal	1.669	1.638	-0.031
zircon, high $ZrSiO_4$	Tetragonal	1.960	2.015	+0.055
zircon, low $ZrSiO_4$	Tetragonal	1.920	1.967	+0.047

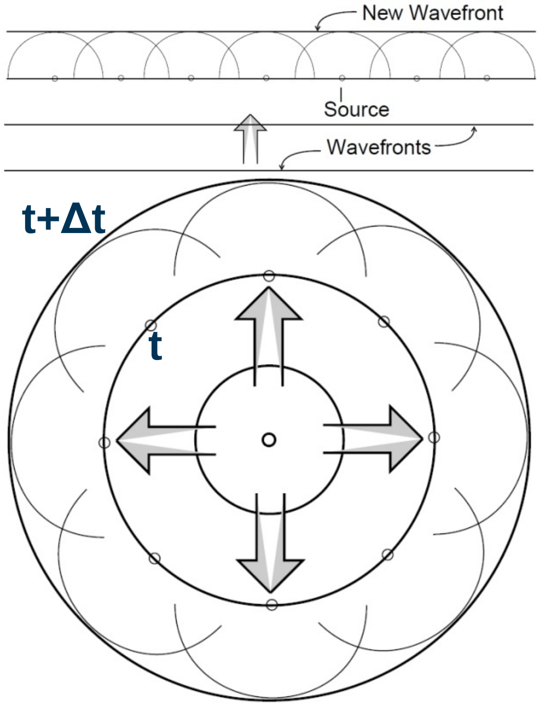




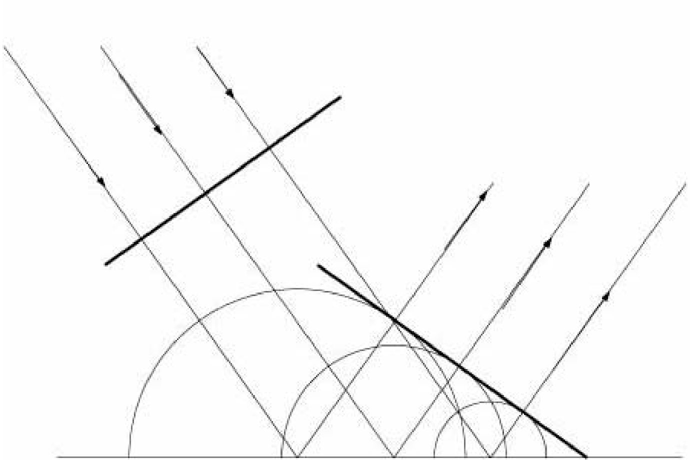
ΔΙΑΔΟΣΗ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ - ΑΡΧΗ ΤΟΥ HUYGENS

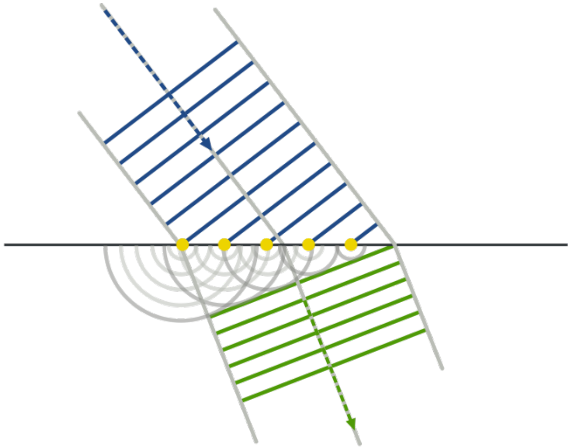
📖 **<u>ΑΡΧΗ ΤΟΥ HUYGENS</u>: κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος αποτελεί πηγή εκπομπής ενός σφαιρικού (ελλειψοειδούς) κυματίου της ίδιας συχνότητας**

- **Η περιβάλλουσα των κυματίων αποτελεί το νέο μέτωπο κύματος**
- **Περιγράφει τη διάδοση του μετώπου κύματος (ισοφασική επιφάνεια) σε ένα ισότροπο μέσο**



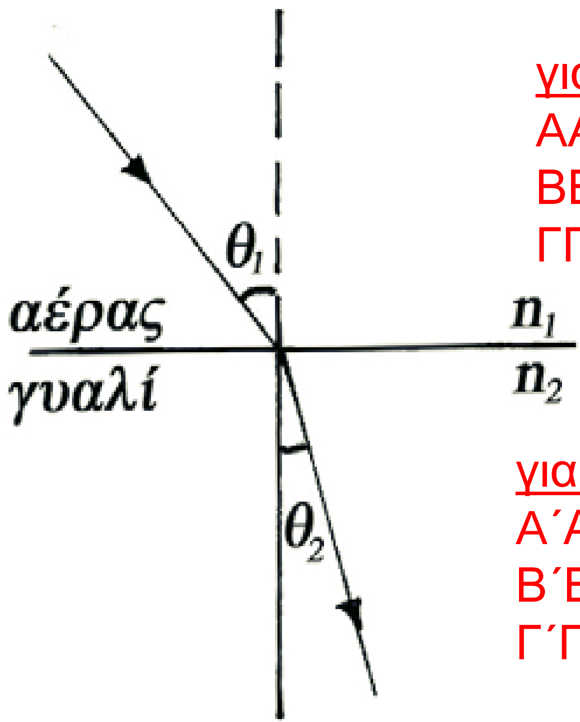
Ανάκλαση - διάθλαση





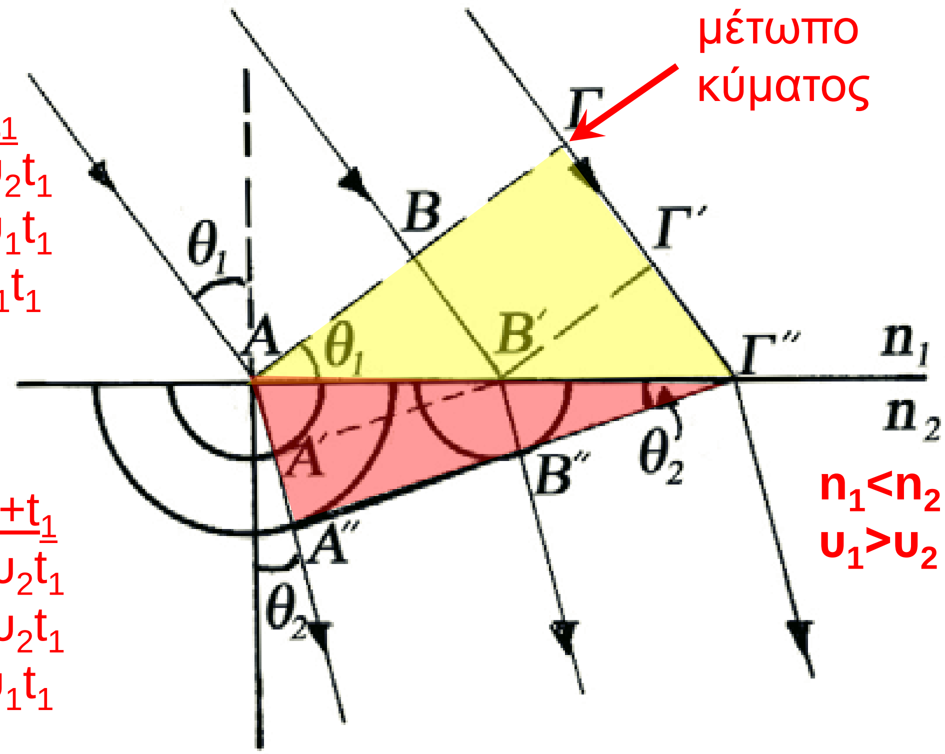
ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΦΩΤΟΣ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΗ ΚΑΙ ΙΣΟΤΡΟΠΑ ΜΕΣΑ

- **Κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος αποτελεί πηγή εκπομπής ενός σφαιρικού κυματίου, η περιβάλλουσα είναι το νέο μέτωπο (Huygens)**



<u>για t= t$_1$</u>
$AA' = υ_2 t_1$
$BB' = υ_1 t_1$
$ΓΓ' = υ_1 t_1$

<u>για t= t$_1$+t$_1$</u>
$A'A'' = υ_2 t_1$
$B'B'' = υ_2 t_1$
$Γ'Γ'' = υ_1 t_1$



$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ΑΓΓ''}: \dfrac{ΓΓ''}{\sin\theta_1} = \dfrac{ΑΓ''}{1} \\[2ex] \overset{\Delta}{ΑΑ''Γ''}: \dfrac{ΑΑ''}{\sin\theta_2} = \dfrac{ΑΓ''}{1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{ΓΓ''}{ΑΑ''} = \frac{2υ_1 t_1}{2υ_2 t_1} = \frac{υ_1}{υ_2} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \ (1)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c/υ_2}{c/υ_1} = \frac{υ_1}{υ_2} \ (2)$$

Οι (1)+(2):
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$$
(ν. Snell)

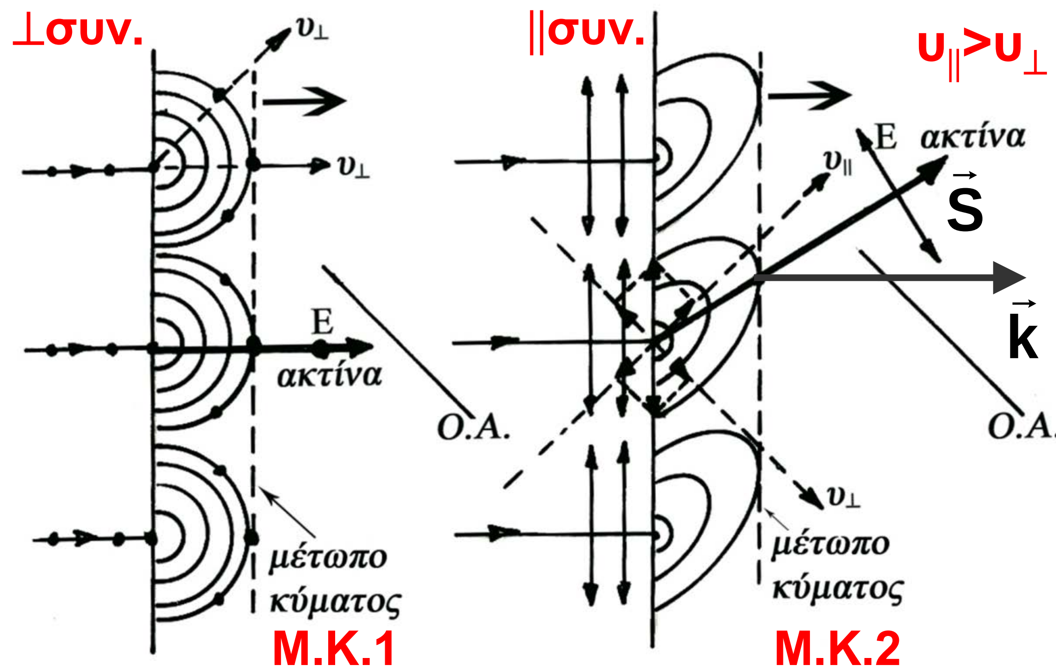
ΑΡΧΗ ΤΟΥ HUYGENS ΓΙΑ ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΑ ΜΕΣΑ

❖ **Η τυχαία διεύθυνση πόλωσης Γ.Π. φωτός που προσπίπτει σε ανισότροπο κρύσταλλο αναλύεται σε 2 συνιστώσες (κάθετα και παράλληλα στο επίπεδο που περιλαμβάνει τον Ο.Α. - κύριο επίπεδο)**

➢ **Για μονάξονα κρύσταλλο και για $\bar{E}\perp$Ο.Α. η υ είναι ίδια σε κάθε διεύθυνση, $υ_\perp$**

✓ **<u>Δευτερεύοντα κυμάτια</u> → σφαιρικές επιφάνειες**

✓ **<u>Περιβάλλουσα</u>: επίπεδο Μ.Κ. που διαδίδεται όπως η προσπίπτουσα και είναι Γ.Π.$\perp$Ο.Α.**



➢ **Για $\bar{E}$//κύριο επίπεδο η διαταραχή αναλύεται σε 2 συνιστώσες (⊥,// ΟΑ)**

✓ **<u>Δευτερεύοντα κυμάτια</u> → ελλειψοειδή, $υ_{\|}>υ_\perp$**

✓ **<u>Περιβάλλουσα</u>: επίπεδο Μ.Κ. που διαδίδεται πάνω και δεξιά, οι ακτίνες (διάδοση ενέργειας, διάνυσμα Poynting-S) δεν είναι κάθετες στο Μ.Κ.**

ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΕ ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΑ ΜΕΣΑ

📖 **<u>ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΚΥΜΑΤΟΣ (ΤΑΚΤΙΚΗ, ΕΚΤΑΚΤΗ)</u>: επιφάνειες ταχύτητας ακτίνας, ταυτίζονται σε μορφή με τα ελλειψοειδή κυμάτια Huygens (ερμηνεία διάδοσης Η/Μ κυμάτων σε κρυστάλλους, ανισότροπα μέσα)**

- **Θεωρούμε εσωτερική σημειακή πηγή που εκπέμπει φυσικό φως**

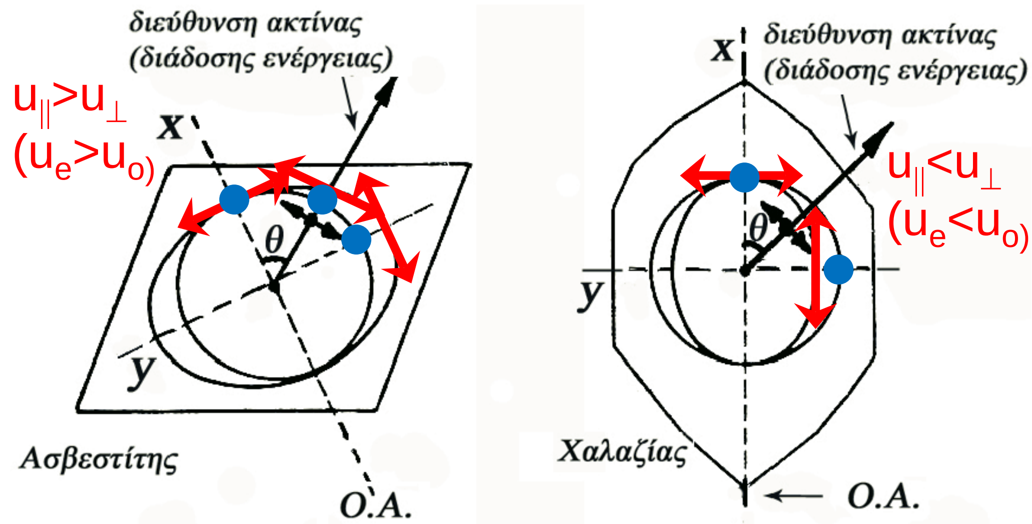
- **Σε τυχαία γωνία θ διαδίδονται δύο Η/Μ διαταραχές**

✓ **<u>Ταχύτητες ακτίνας {u_o,u_e(θ)}</u>:**

Ταχύτητες διάδ. διαταραχών

✓ **<u>Ταχύτητες φάσης {υ_o,υ_e}</u>:**

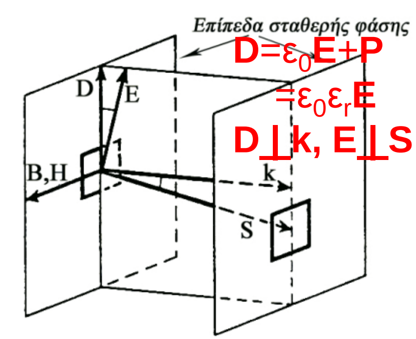
Ταχύτητες διάδ. Μ.Κ. (n= c/υ)



- **Κατά μήκος και κάθετα στον Ο.Α.: $u_o = \upsilon_o$, $u_e = \upsilon_e$**

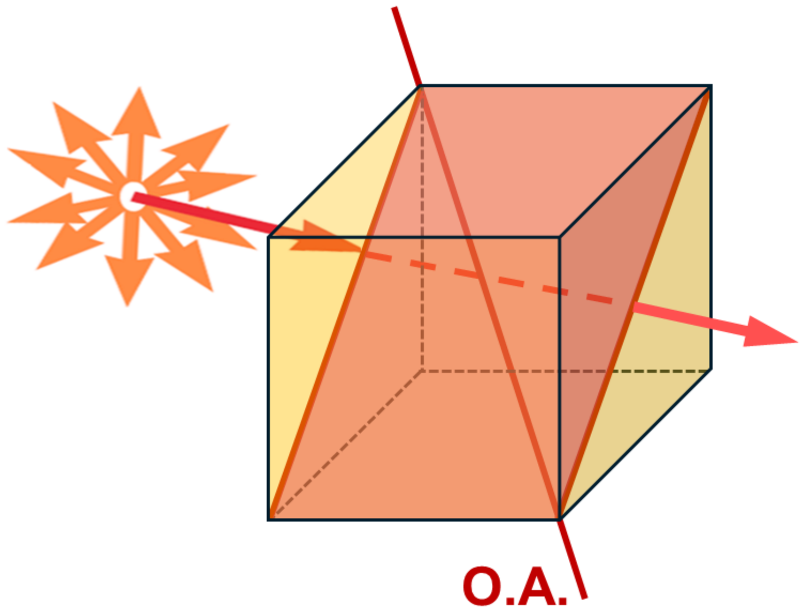
- **Σε τυχαία γωνία θ: $u_o(\theta) = \upsilon_o$, $\dfrac{1}{u_e(\theta)^2} = \dfrac{\sin^2\theta}{\upsilon_e^2} + \dfrac{\cos^2\theta}{\upsilon_o^2}$**

- **Διαταραχή σε t: $l_o = u_o t$ (κύκλος), $l_e = u_e(\theta) t$ (έλλειψη)**

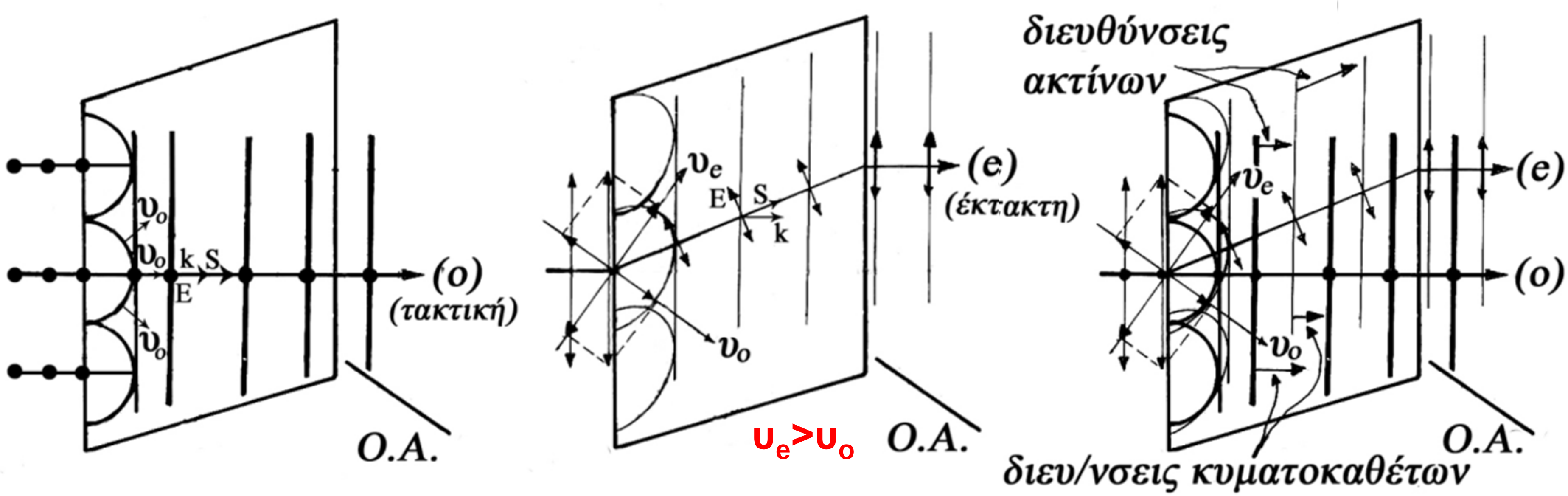


ΔΙΑΔΟΣΗ ΚΥΜΑΤΟΣ ΣΤΗ ΚΥΡΙΑ ΤΟΜΗ ΤΟΥ ΑΣΒΕΣΤΙΤΗ

- **Επίπεδο μέτωπο κύματος φυσικού φωτός με επίπεδο πρόσπτωσης μία κύρια τομή του ασβεστίτη**



- **<u>Αναλύεται σε 2 συνιστώσες (Γ.Π.)</u>:**
- ✓ **Μία κάθετη στην τομή, Ο.Α. (●)**
- ✓ **Μία παράλληλη στην τομή (↔)**



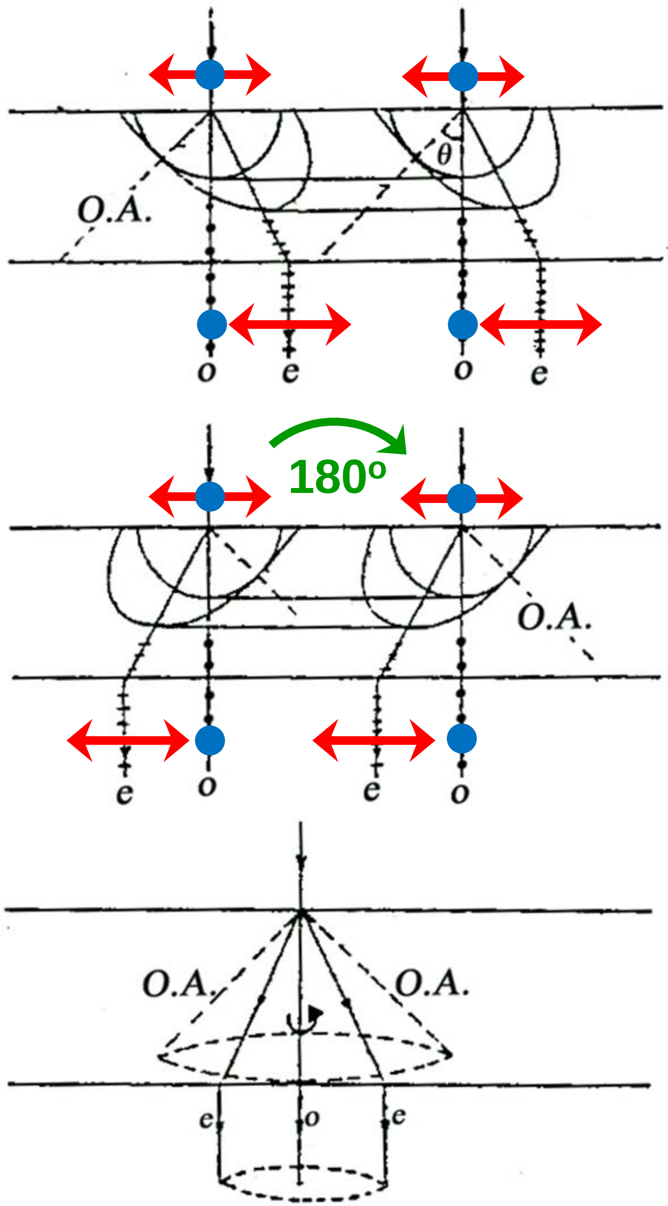
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΜΟΝΟΑΞΟΝΑΣ ΔΙΠΛΟΘΛΑΣΤΙΚΟΣ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΣ

- **Επίπεδο μέτωπο κύματος προσπίπτει κάθετα σε αρνητικό κρύσταλλο ($\upsilon_e > \upsilon_o$) όπου η κάθετη στην επιφάνεια σχηματίζει γωνία θ με τον οπτικό άξονα**

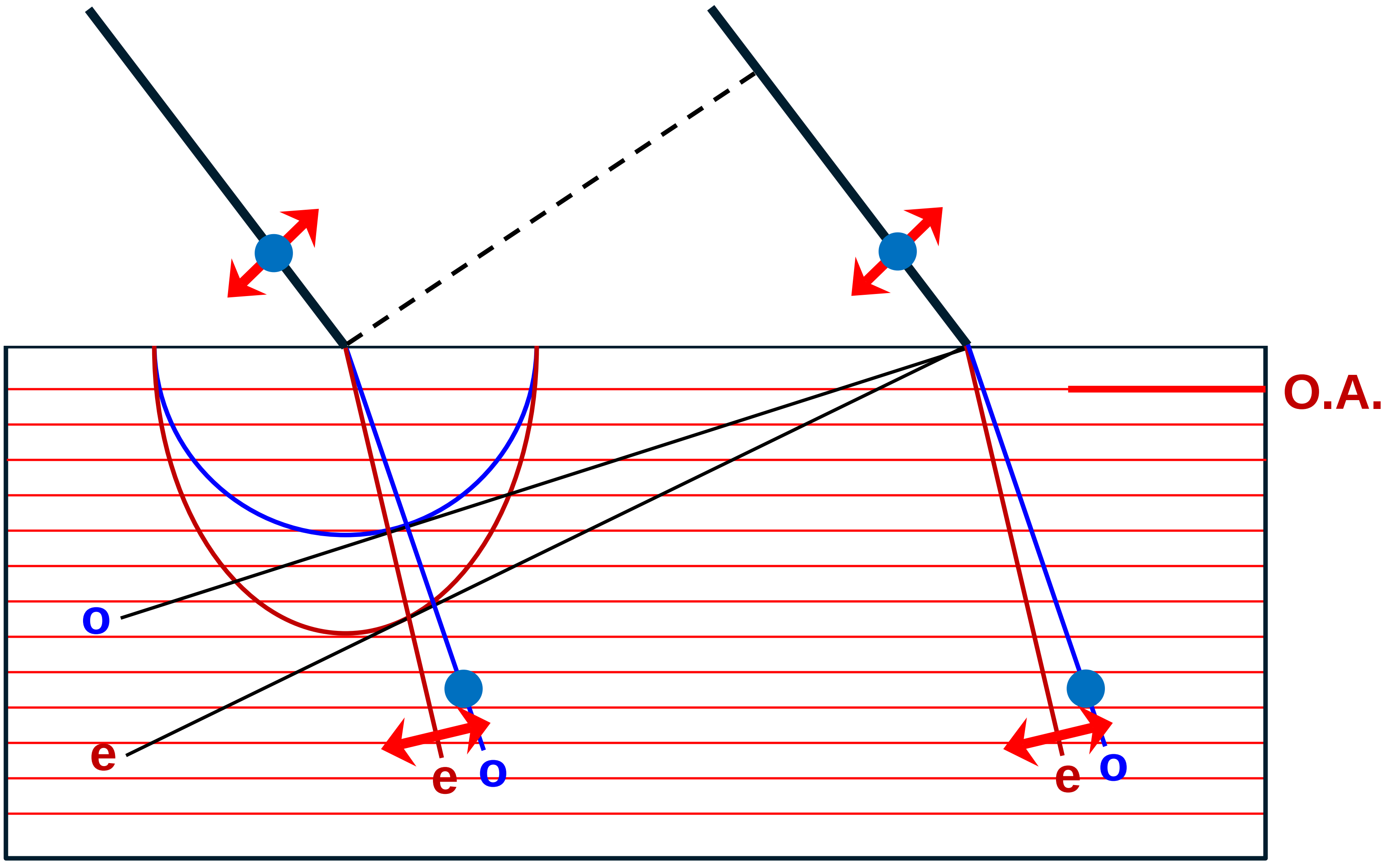
- **Τι θα συμβεί κατά την περιστροφή του κρυστάλλου γύρω από την κάθετο;**

$\upsilon_e > \upsilon_o$

$\upsilon_{\parallel} > \upsilon_{\perp}$



ΤΡΟΠΟΙ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΓΙΑ ΜΗ ΚΑΘΕΤΗ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗ



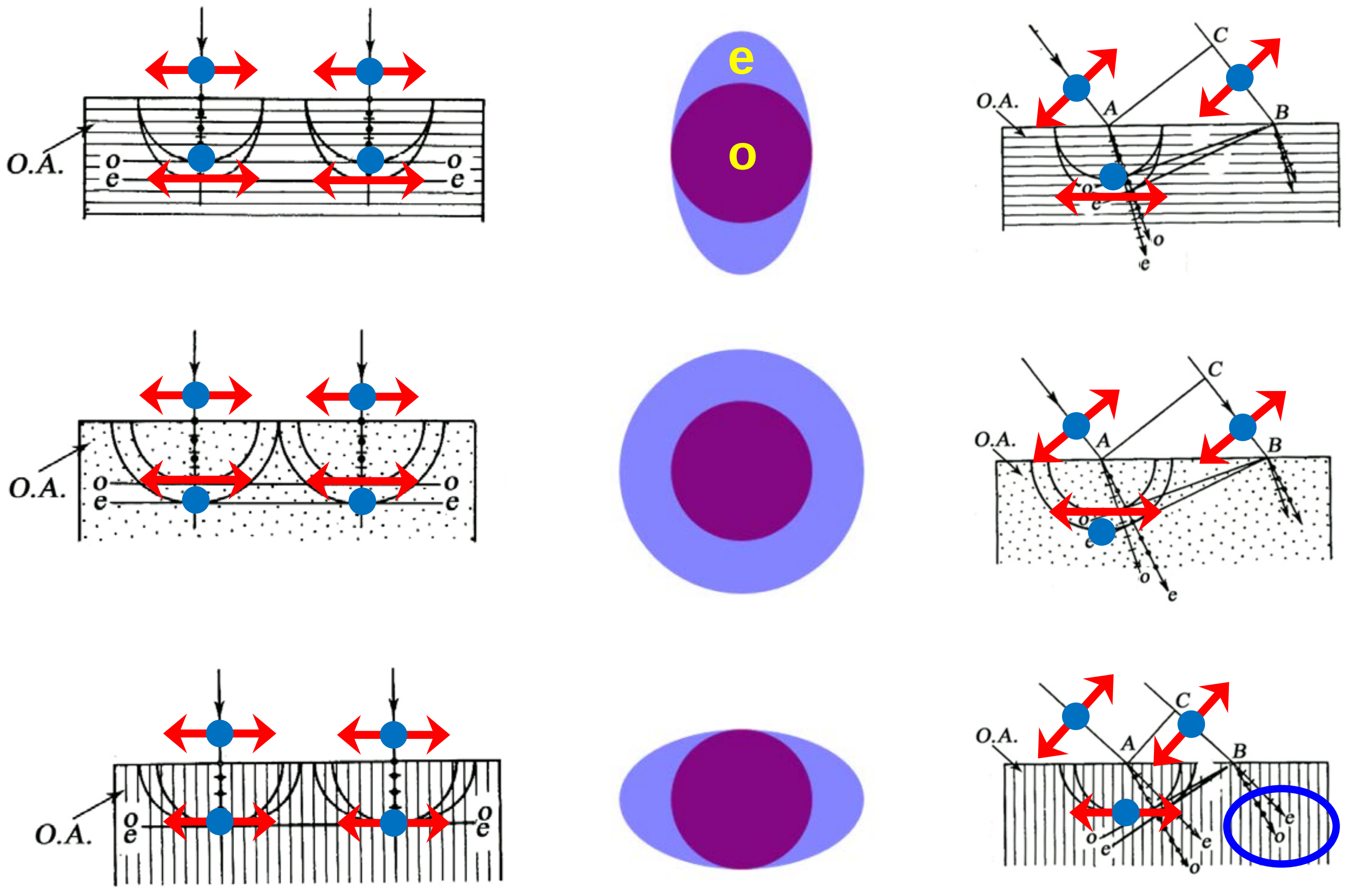
<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΜΟΝΟΑΞΟΝΑΣ ΔΙΠΛΟΘΛΑΣΤΙΚΟΣ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΣ

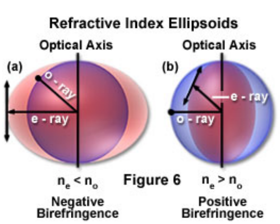
📖 **Επίπεδο μέτωπο κύματος προσπίπτει σε αρνητικό κρύσταλλο ($υ_e$>$υ_o$) που είναι κομμένος παράλληλα ή κάθετα στον οπτικό άξονα**

⇨ **Να σχεδιαστούν οι τρόποι διάδοσης για κάθετη και μη κάθετη πρόσπτωση**

$υ_e > υ_o$

$υ_{\parallel} > υ_{\perp}$

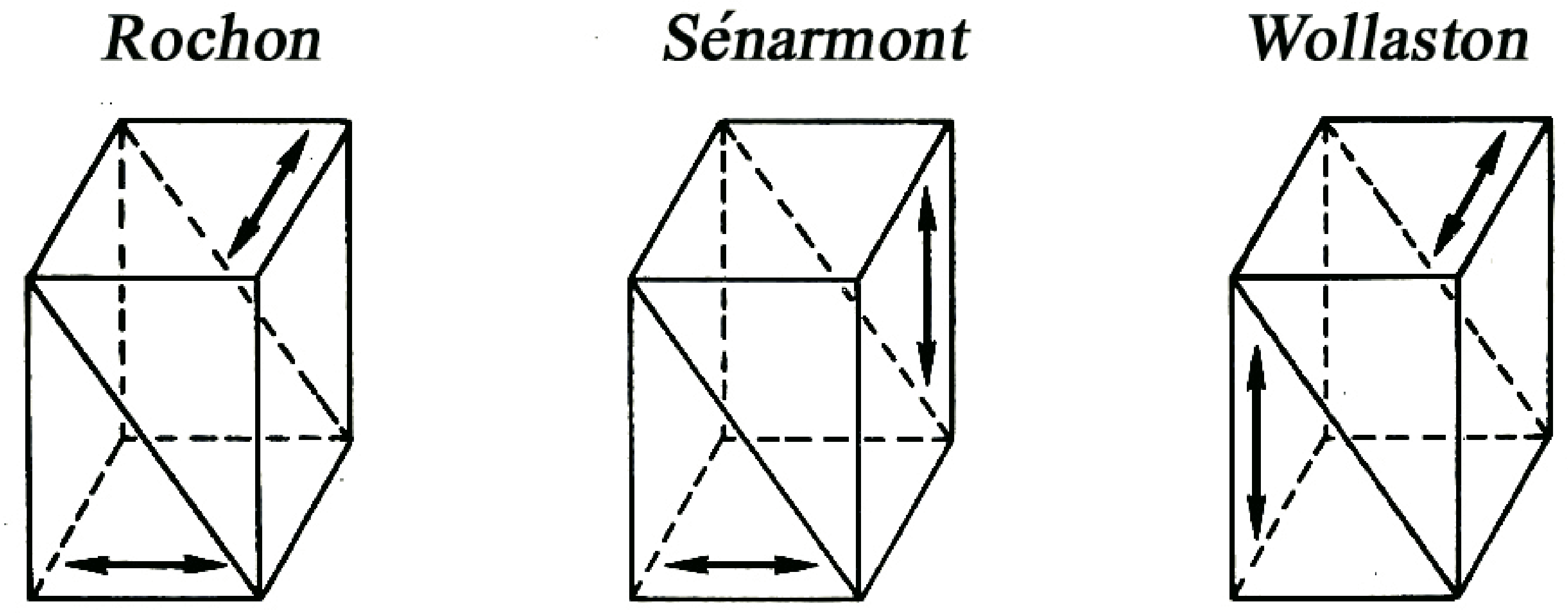




ΠΟΛΩΤΙΚΟΙ ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΕΣ ΔΕΣΜΗΣ

- **Ορθά πρίσματα από ασβεστίτη ή χαλαζία που είναι διαχωρισμένοι σε κάποιο από τα διαγώνια επίπεδα και οι Ο.Α. είναι κάθετοι μεταξύ τους**

✓ **Διαχωριστές Rochon, Sénarmont και Wollaston**



<u>διαχωρισμός</u>: ασβεστίτης ~10°, χαλαζίας ~0.5°

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>: ΠΡΙΣΜΑ WOLLASTON

⇨ **Να βρεθεί η γωνία των εξερχομένων ακτινών**

Νόμος του Snell (1):

$$n_e \sin 15^o = n_o \sin\theta_{o1} \Rightarrow$$
$$\sin\theta_{o1} = 0.232 \Rightarrow \theta_{o1} = 13.4^o$$

$$n_o \sin 15^o = n_e \sin\theta_{e1} \Rightarrow$$
$$\sin\theta_{e1} = 0.288 \Rightarrow \theta_{e1} = 16.8^o$$

$$\theta_{o2} = 15^o - \theta_{o1} = 1.6^o$$

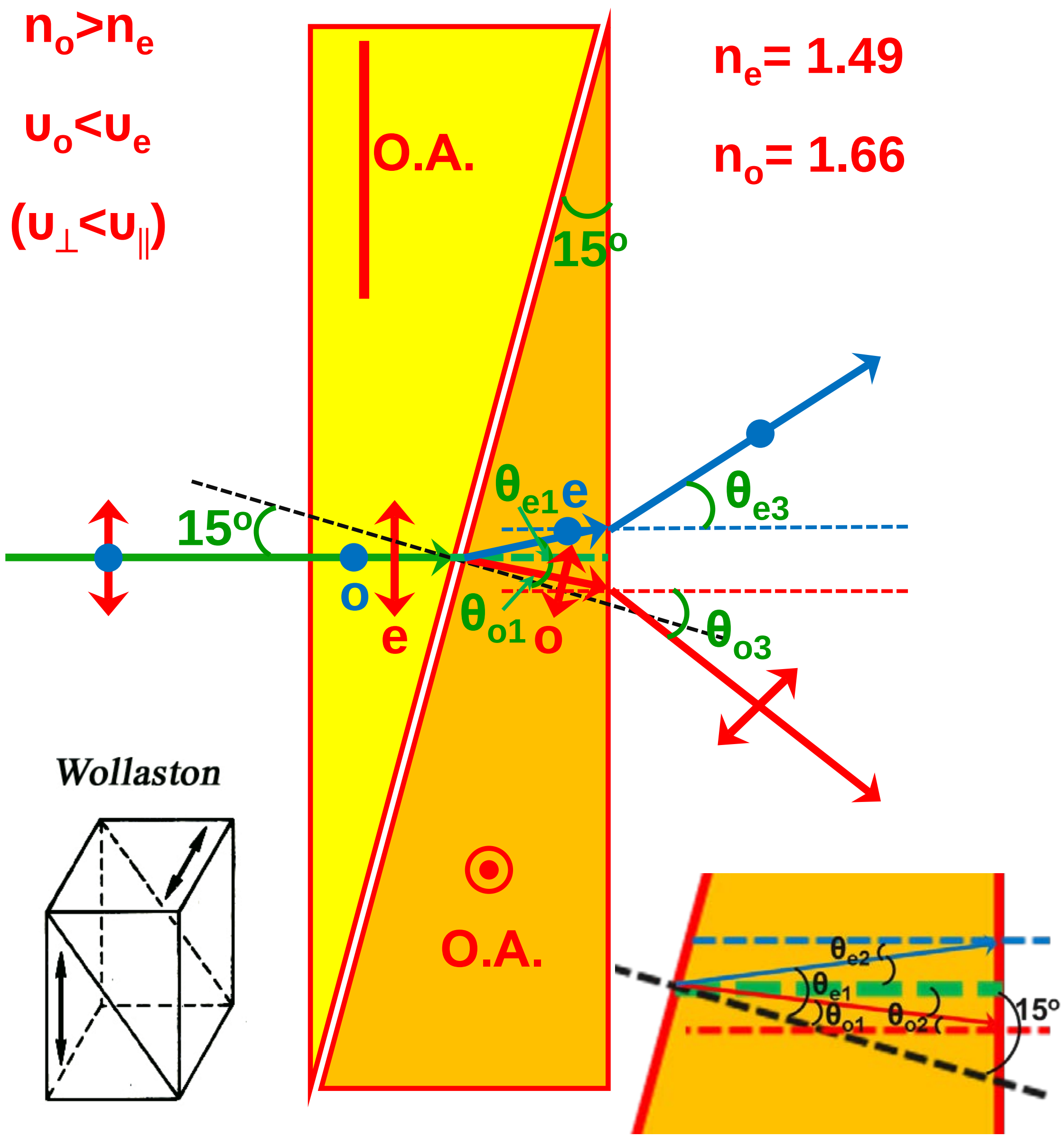
$$\theta_{e2} = \theta_{e1} - 15^o = 1.8^o$$

Νόμος του Snell (2):

$$n_o \sin\theta_{o2} = 1 \sin\theta_{o3} \Rightarrow$$
$$\sin\theta_{o3} = 0.046 \Rightarrow \theta_{o3} = 2.66^o$$

$$n_e \sin\theta_{e2} = 1 \sin\theta_{e3} \Rightarrow$$
$$\sin\theta_{e3} = 0.047 \Rightarrow \theta_{e3} = 2.68^o$$

$$\theta = \theta_{o3} + \theta_{e3} = 5.34^o$$

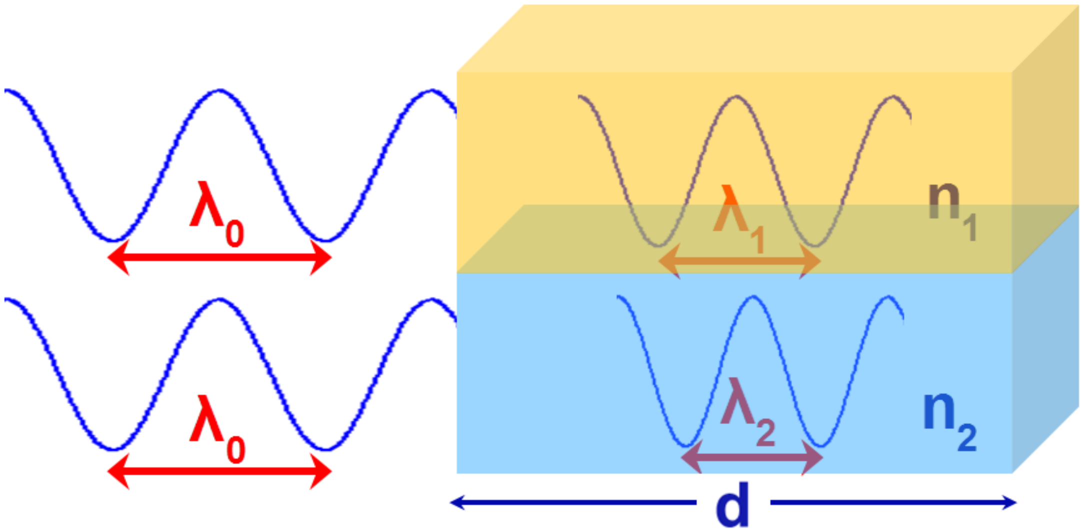


ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΛΟΓΩ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΥ ΟΠΤΙΚΟΥ ΔΡΟΜΟΥ

- **Διαφορά φάσης κατά τη διάβαση φωτός μήκους κύματος λ_0 από 2 διαφορετικά οπτικά μέσα πάχους d και δ. δ. n_1 και n_2**

⇨ **Οπτικός δρόμος:**

$$L=\sum_{i=1}^{m} n_i s_i,\quad L=\int_S^P n(s)\,ds$$



⇨ **Διαφορά οπτικών δρόμων:**

$$\Delta L = |n_2 d - n_1 d| = |n_2 - n_1| d$$

⇨ **Διαφορά φάσης:**

$$\Delta\varphi = k_0 \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\left|n_2 - n_1\right|$$

$$\Delta\varphi = |k_2 r_2 - k_1 r_1| = d|k_2 - k_1| =$$

$$2\pi d|1/\lambda_2 - 1/\lambda_1| = 2\pi d/\lambda_0 |n_2 - n_1|$$

$$n_1 = \frac{c}{\upsilon_1} = \frac{\lambda_0 v}{\lambda_1 v} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}$$

$$n_2 = \frac{c}{\upsilon_2} = \frac{\lambda_0 v}{\lambda_2 v} = \frac{\lambda_0}{\lambda_2}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi d\left|\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right|$$

ΠΛΑΚΙΔΙΑ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ (ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΤΕΣ)

- **Προκαλούν καθυστέρηση φάσης σε μία από τις δύο συνιστώσες, στις οποίες αναλύεται κάθε κατάσταση πόλωσης, σε σχέση με την άλλη**

- **Παραγωγή, μεταβολή και ανίχνευση καταστάσεων πόλωσης**

- **Οπτικός δρόμος:**

$$L=\sum_{i=1}^{m} n_i s_i,\ L=\int_S^P n(s)\,ds$$

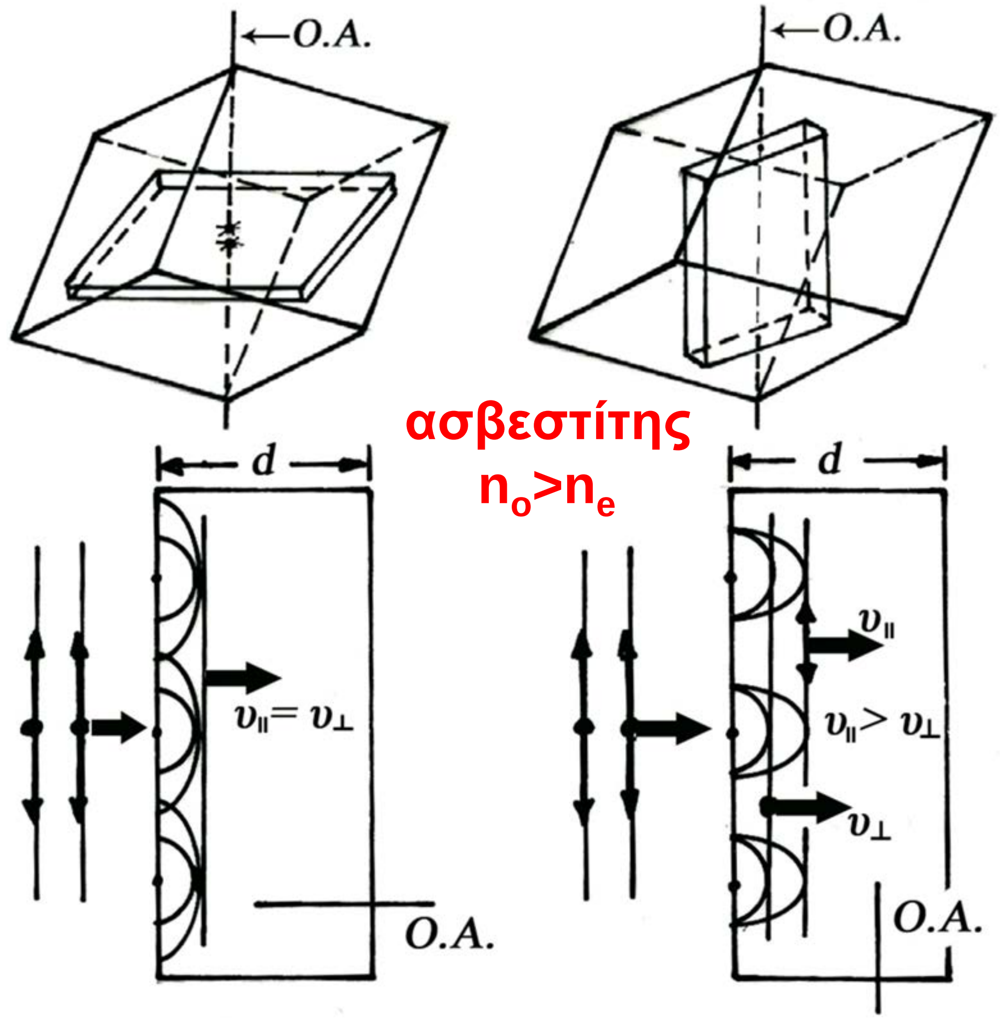
- **Διαφορά οπτικών δρόμων:**

$$\Delta L=|n_e d-n_o d|=|n_e-n_o|d$$

- **Διαφορά φάσης συνιστωσών:**

$$\Delta\varphi=k_0\Delta L=\frac{2\pi}{\lambda_0}d\left|n_e-n_o\right|$$

- ✓ **Ταχύς (βραδύς) άξονας: διεύθυνση ταλάντωσης της ταχύτερης συνιστώσας (//O.A.)**



ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ λ/4 (Δφ=π/2)

- **Εισάγει διαφορά φάσης π/2 μεταξύ των 2 ορθογώνιων συνιστωσών του προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος ($\lambda/x \rightarrow 2\pi/x$)**

- **Διαφορά οπτικού δρόμου:** $d|n_e - n_o| = m\lambda + \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{(4m+1)\lambda}{4}$ $(m = 0, 1, 2, \ldots)$

Πριν το πλακίδιο (Γ.Π.):

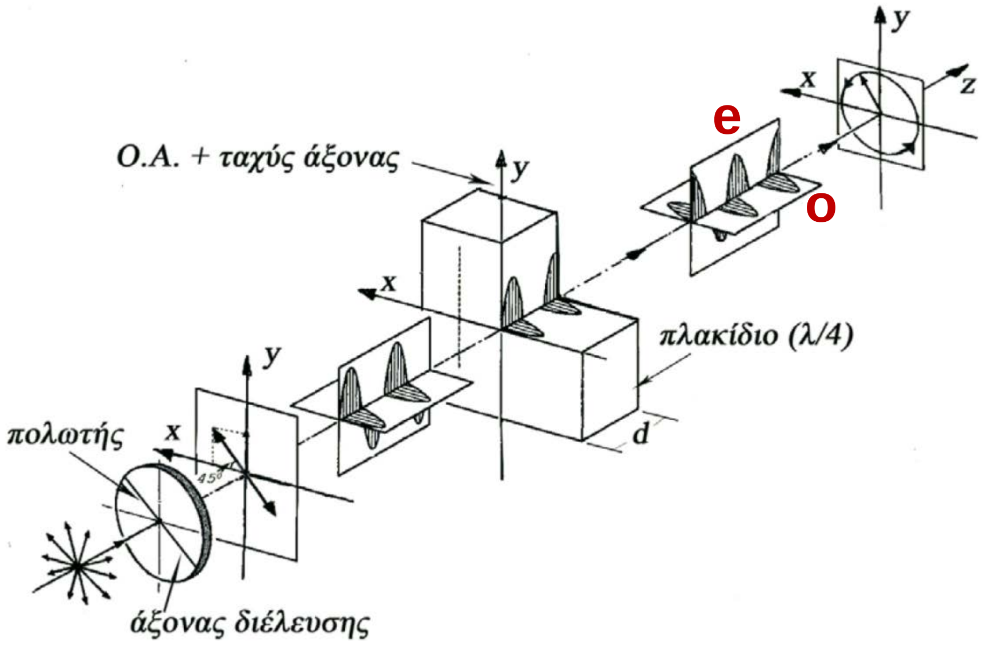
$$\vec{E}(z,t) = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}, \quad \left.\begin{aligned} E_x &= A_x\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A_y\cos(\omega t - kz) \end{aligned}\right\}$$

επίπεδο ταλάντωσης: $\psi = \tan^{-1}(A_y / A_x)$

Μετά το πλακίδιο: (Τ.Α.//y):

$$\vec{E}(z,t) = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}, \quad \left.\begin{aligned} E_x &= A_x\cos(\omega t - kz) \\ E_y &= A_y\cos(\omega t - kz + \pi/2) \end{aligned}\right\}$$

Δ.Ε.Π.: $A_y \neq A_x$, **Δ.Κ.Π.:** $A_y = A_x$



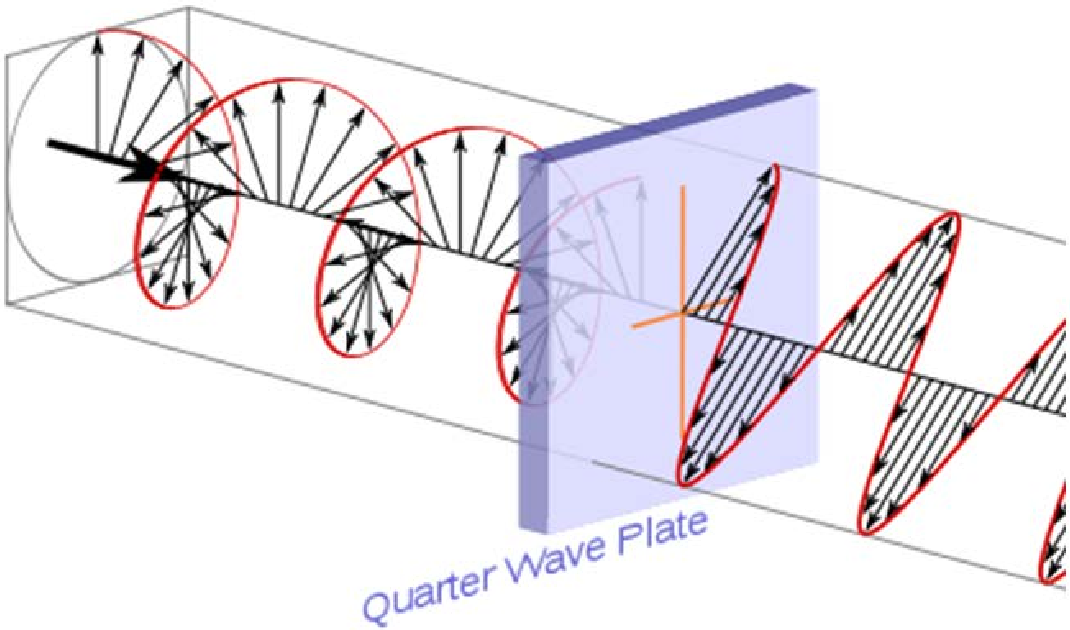
ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ λ/4 (Δφ=π/2)

- **Πρόσπτωση φυσικού φωτός (περιγράφεται στιγμιαία από 2 ασύμφωνες, κάθετες Γ.Π. συνιστώσες με ίσα πλάτη) σε πλακίδιο λ/4:**

$$\vec{E}(z,t)=E_x\hat{i}+E_y\hat{j}\,,\quad \left.\begin{matrix} E_x=A\cos\{\omega t-kz+\varphi_x(t)\} \\ E_y=A\cos\{\omega t-kz+\varphi_y(t)\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} E_x=A\cos\{\omega t-kz+\varphi_x(t)\} \\ E_y=A\cos\{\omega t-kz+\varphi_y(t)+\pi/2\} \end{matrix}\right\} \text{Φ.Φ.}$$

- **Πρόσπτωση Δ.Κ.Π. (A_y=A_x=A, φ=φ_y-φ_x= +π/2) σε πλακίδιο λ/4 (ΤΑ//y):**

$$\left.\begin{matrix} E_x=A\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y=A\cos\{\omega t-kz+\pi/2\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} E_x=A\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y=A\cos\{\omega t-kz+\pi/2+\pi/2\} \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} E_x=A\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y=-A\cos\{\omega t-kz\} \end{matrix}\right\}$$



$$\text{Γ.Π.},\ \tan\psi=A_y/A_x=-1$$

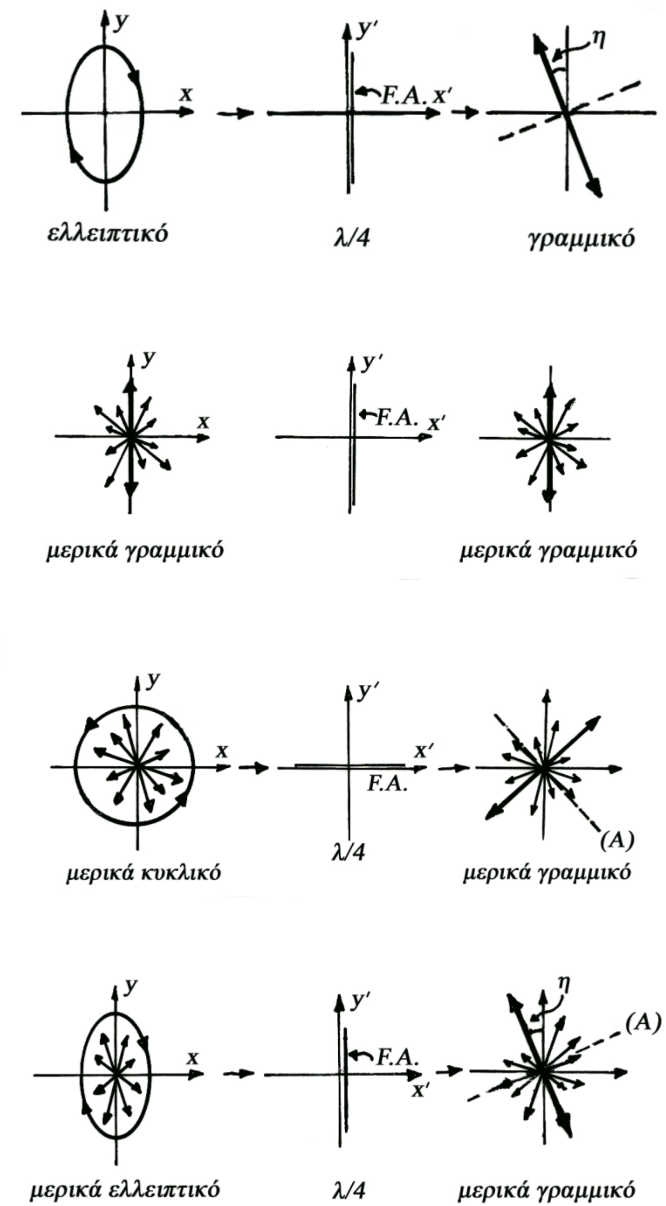
$$\text{αζιμούθιο}: \psi=-45^{o}$$

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΟΛΩΣΗΣ (λ/4+ΠΟΛΩΤΗΣ)

Φωτεινή δέσμη διέρχεται διαμέσου περιστρεφόμενου πολωτή.
Παρατηρούνται μεταβολές στη διερχόμενη ένταση;

- **ΝΑΙ**
  - ελάχιστο=0 → **ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ**
  - ελάχιστο≠0 → Διάταξη πολωτή και πλακιδίου λ/4 (*)
    - ελάχιστο=0 → ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ
    - ελάχιστο≠0 → Το πλακίδιο λ/4 απομακρύνεται
      - Ελάχιστο εμφανίζεται στην ίδια θέση του πολωτή → **ΜΕΡΙΚΩΣ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ**
      - Ελάχιστο δεν εμφανίζεται την ίδια θέση του πολωτή → **ΜΕΙΓΜΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟΥ & ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟΥ ΦΩΤΟΣ**
- **ΟΧΙ** → Τοποθετείται πλακίδιο λ/4 προ του πολωτή. Παρατηρούνται μεταβολές στην ένταση;
  - **ΝΑΙ**
    - ελάχιστο=0 → **ΚΥΚΛΙΚΑ ΠΟΛΩΜΕΝΟ ΦΩΣ**
    - ελάχιστο≠0 → **ΜΕΙΓΜΑ ΚΥΚΛΙΚΑ & ΜΗ ΠΟΛΩΜΕΝΟΥ ΦΩΤΟΣ**
  - **ΟΧΙ** → **ΦΥΣΙΚΟ ΦΩΣ**

(*) Θέτουμε τον πολωτή σε θέση μέγιστης έντασης. Κατόπιν τοποθετείται πλακίδιο λ/4 προ του πολωτή, με κατάλληλο προσανατολισμό, έτσι ώστε οι οπτικοί άξονες πολωτή - πλακιδίου να συμπίπτουν.



ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ λ/2 (Δφ=π)

- Εισάγει διαφορά φάσης π μεταξύ των 2 ορθογώνιων συνιστωσών του προσπίπτοντος επιπέδου μετώπου κύματος

- **Διαφορά οπτικού δρόμου:** $d\left|n_e - n_o\right| = m\lambda + \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{(2m+1)\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \ldots)$

Πριν το πλακίδιο (Γ.Π.):

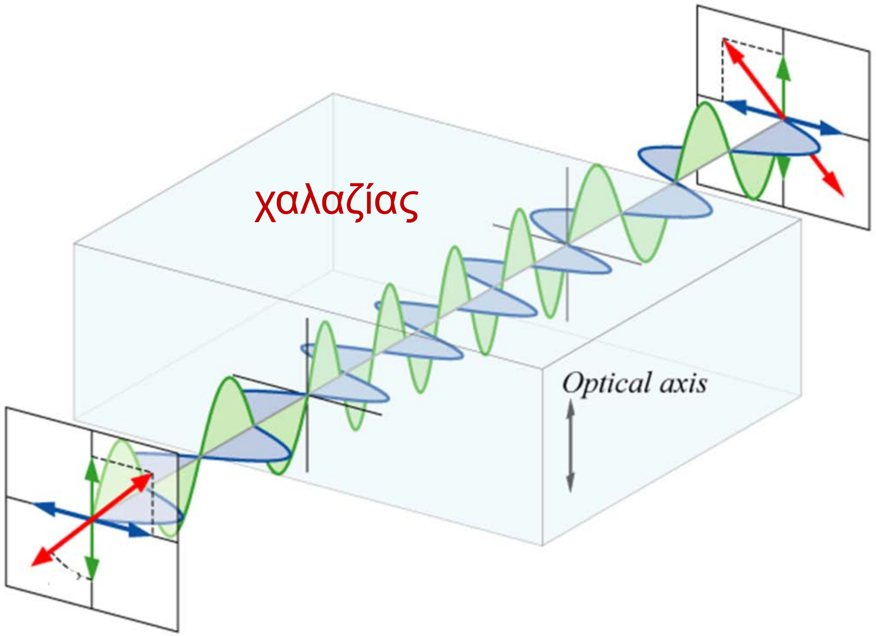
$$\vec{E}(z,t) = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}, \quad \left.\begin{array}{l} E_x = A_x\cos(\omega t - kz) \\ E_y = A_y\cos(\omega t - kz) \end{array}\right\}$$

επίπεδο ταλάντωσης: $\psi = \tan^{-1}(A_y / A_x)$

Μετά το πλακίδιο: (Τ.Α.//y):

$$\vec{E}(z,t) = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}, \quad \left.\begin{array}{l} E_x = A_x\cos(\omega t - kz) \\ E_y = A_y\cos(\omega t - kz + \pi) \end{array}\right\}$$

Γ.Π.: $\psi' = \tan^{-1}(-A_y / A_x) = -\psi$



ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ λ/2 (Δφ=π)

- **Γ.Π. φως με αζιμούθιο -θ ως προς τον x, Τ.Α. του πλακιδίου // y**

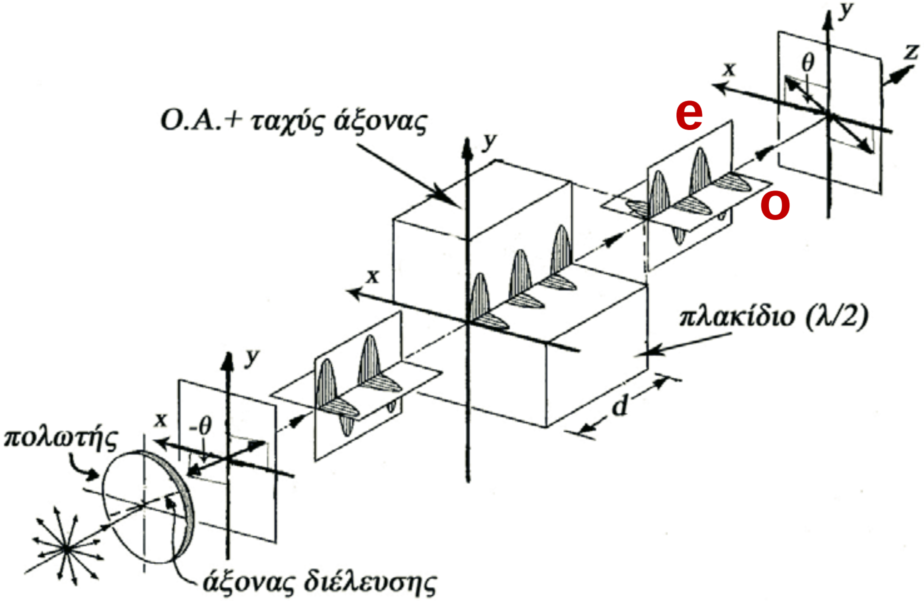
$$\left.\begin{matrix} E_x = A_x\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y = A_y\cos\{\omega t-kz+\pi\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} E_x = A_x\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y = A_y\cos\{\omega t-kz+2\pi\} \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} E_x = A_x\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y = A_y\cos\{\omega t-kz\} \end{matrix}\right\}$$

$\tan\psi = -(A_y / A_x)$

αζιμ.: $\psi = -\theta$

Γ.Π., $\tan\psi' = (A_y / A_x)$

αζιμ.: $\psi' = -(-\theta) = \theta$



- **Πρόσπτωση Α.Κ.Π. (A_y=A_x=A, $\varphi=\varphi_y-\varphi_x= -\pi/2$) σε πλακίδιο λ/2:**

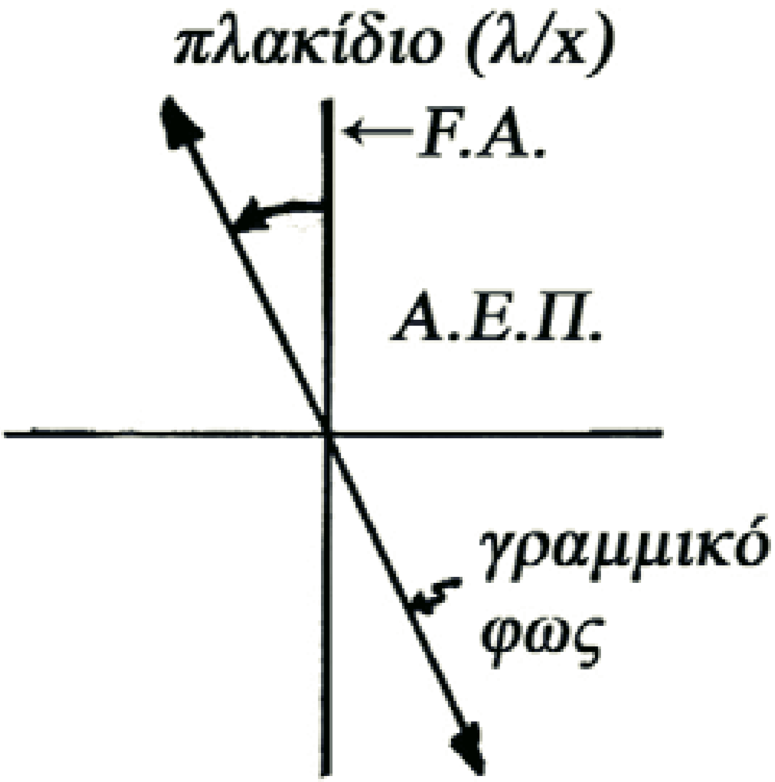
$$\left.\begin{matrix} E_x = A\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y = A\cos\{\omega t-kz-\pi/2\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} E_x = A\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y = A\cos\{\omega t-kz-\pi/2+\pi\} \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} E_x = A\cos\{\omega t-kz\} \\ E_y = A\cos\{\omega t-kz+\pi/2\} \end{matrix}\right\}$$

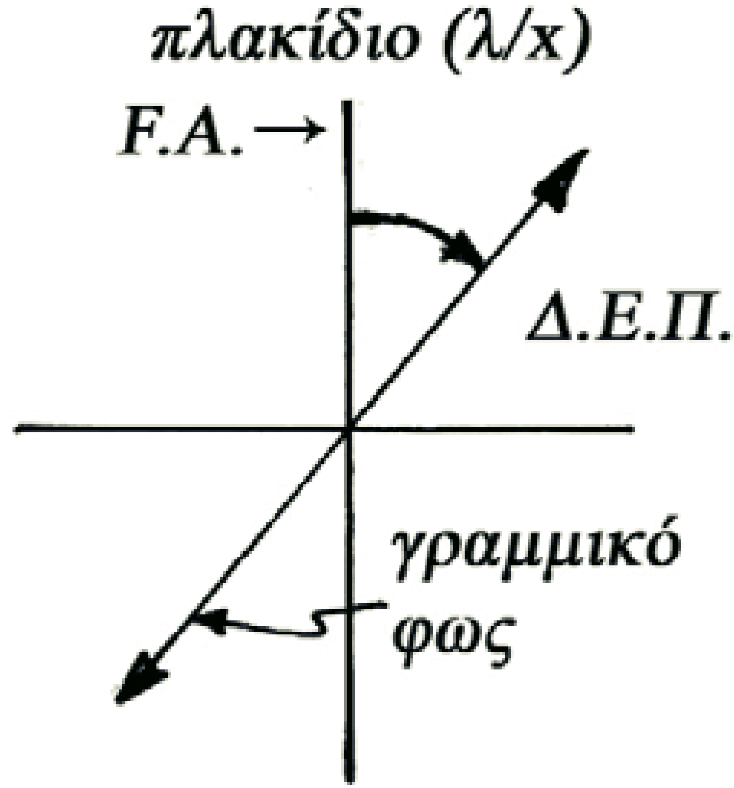
Δ.Κ.Π. ($\varphi = +\pi/2$)

ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗΣ λ/x ΚΑΙ ΣΤΡΟΦΙΚΟΤΗΤΑ

- **Στροφικότητα του παραγόμενου Ε.Π. (στη γενική περίπτωση) φωτός από ένα προσπίπτον Γ.Π. φως σε πλακίδιο λ/x**

- **Συμπίπτει με τη φορά περιστροφής του ταχύ άξονα του πλακιδίου ώστε να συμπέσει με το επίπεδο πόλωσης διανύοντας όμως τη μικρότερη γωνία (φως που διαδίδεται προς τον παρατηρητή)**

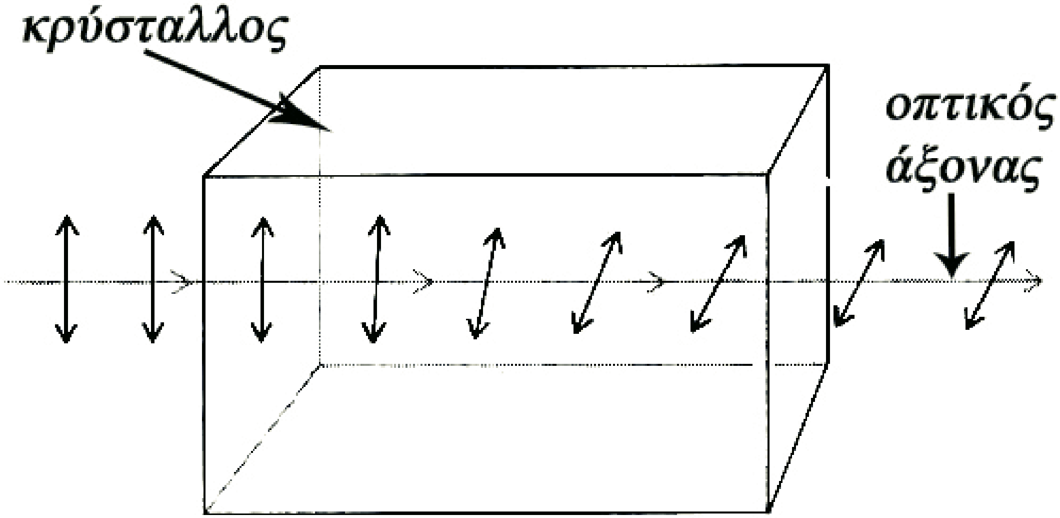


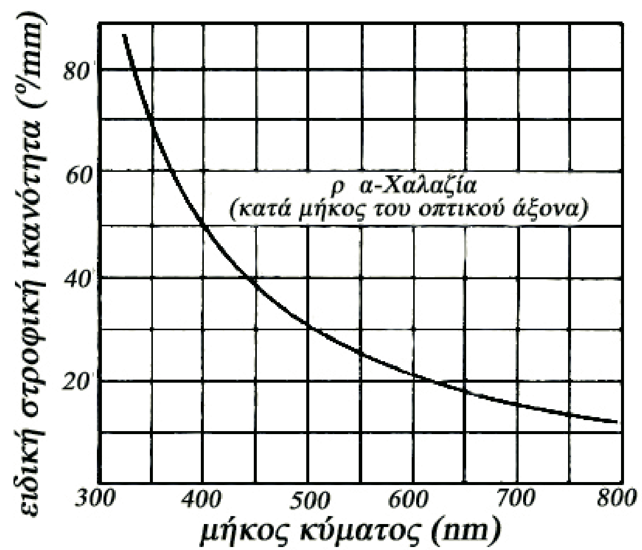


ΟΠΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ - ΕΝΑΝΤΙΟΜΟΡΦΙΣΜΟΣ

🕮 Ένα υλικό είναι οπτικά ενεργό όταν περιστρέφει το επίπεδο πόλωσης διαδιδόμενου φωτός (δεξιόστροφα ή αριστερόστροφα ενεργά υλικά)

Χαλαζίας, ζάχαρη, HgS, διαλύματα νικοτίνης, γλυκόζης, φυσικής ζάχαρης



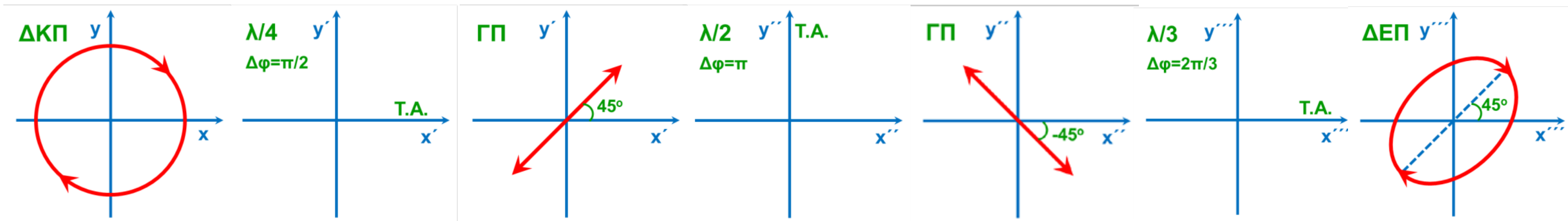


- Η γωνία περιστροφής εξαρτάται από το πάχος του υλικού και από τη συγκέντρωσή του (εφόσον βρίσκεται σε διάλυμα)

- Η οπτική ενεργότητα καθορίζεται από τη μοριακή ασυμμετρία

- <u>Ειδική στροφική ικανότητα</u>: γωνία στροφής ανά μονάδα μήκους

📖 Δ.ΚΠ φως πέφτει διαδοχικά σε πλακίδια λ/4 με τον ταχύ του άξονα οριζόντιο (άξονα x) σε πλακίδιο λ/2 με τον ταχύ του άξονα να σχηματίζει γωνία 90° και σε πλακίδιο λ/3 με τον ταχύ του άξονα οριζόντιο. Να βρεθεί η κατάσταση πολώσεως του εξερχομένου φωτός. Στην περίπτωση που το φώς που θα προκύψει είναι Γ.Π. ή Ε.Π. να βρεθεί ο προσανατολισμός του.



ΔΚΠ:

$$\left.\begin{aligned} A_x &= A_y = A \\ \varphi &= \varphi_y - \varphi_x = \pi/2 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}(z,t) &= E_x\hat{i} + E_y\hat{j} \\ \theta &= \omega t - kz + \varphi_x \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x &= A\cos\theta \\ E_y &= A\cos(\theta+\pi/2) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x' &= A\cos(\theta+\pi/2) \\ E_y' &= A\cos(\theta+\pi/2) \end{aligned}\right\} \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{2}}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x' &= A\cos\theta \\ E_y' &= A\cos\theta \end{aligned}\right\}$$

$$A_x = A_y,\ \varphi = 0\ (\Gamma\Pi)$$

$$\tan\psi = \frac{A_y}{A_x} = 1$$

$$\psi = 45^{o}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x'' &= A\cos\theta \\ E_y'' &= A\cos(\theta+\pi) \end{aligned}\right\}$$

$$A_x = A_y,\ \varphi = \pi\ (\Gamma\Pi)$$

$$\left.\begin{aligned} E_x'' &= A\cos\theta \\ E_y'' &= -A\cos\theta \end{aligned}\right\}$$

$$\tan\psi = \frac{A_y}{A_x} = -1$$

$$\psi = -45^{o}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x''' &= A\cos(\theta+2\pi/3) \\ E_y''' &= A\cos(\theta+\pi) \end{aligned}\right\} \frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{3}}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x''' &= A\cos\theta \\ E_y''' &= A\cos(\theta+\pi/3) \end{aligned}\right\}$$

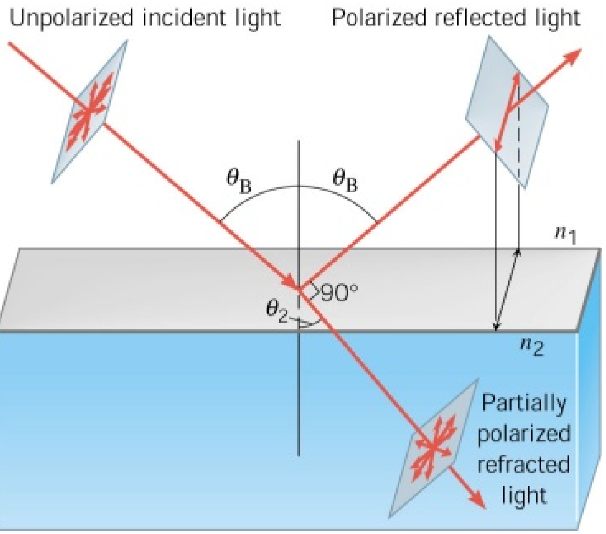
$$A_x = A_y,\ \varphi = \pi/3\ (\Delta E\Pi)$$

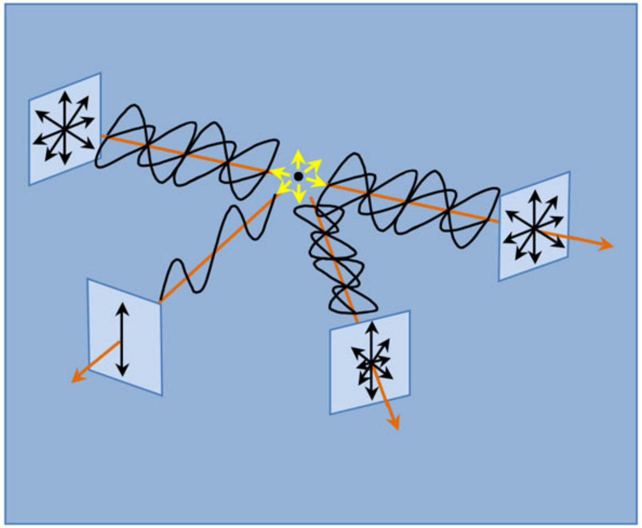
$$\tan(2\psi) = \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\varphi \rightarrow +\infty$$

$$\Rightarrow 2\psi = 90^{o} \Rightarrow \psi = 45^{o}$$

$$e = \frac{A_n}{A_\xi} = \frac{A_x\sin\varphi_x\sin\psi - A_y\sin\varphi_y\cos\psi}{A_x\cos\varphi_x\cos\psi + A_y\cos\varphi_y\sin\psi} = -0.577\ (\Delta E\Pi)$$

ΑΝΑΚΛΑΣΗ-ΔΙΑΘΛΑΣΗ, ΣΚΕΔΑΣΗ





ΠΟΛΩΣΗ ΑΠΟ ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ

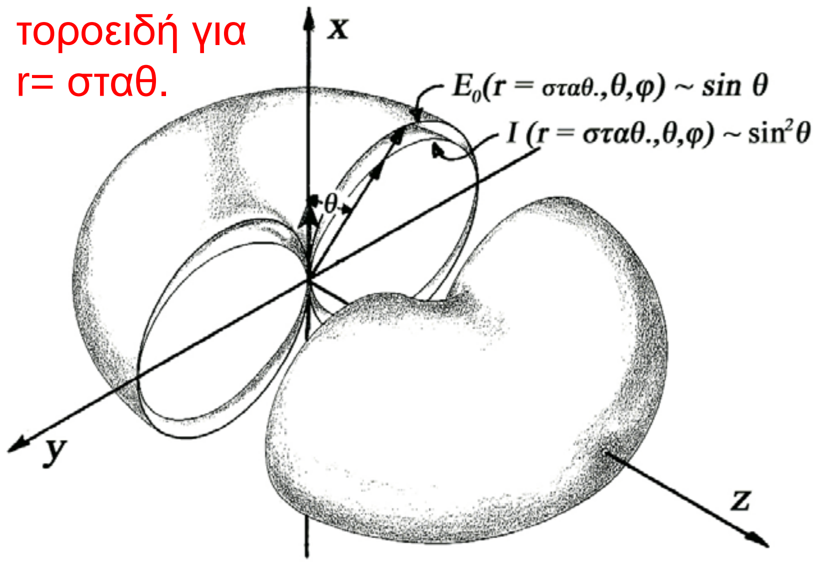
- **Για φυσικό φως που προσπίπτει σε επιφάνεια διηλεκτρικού η ανακλώμενη και η διαθλώμενη δέσμη είναι μερικώς γραμμικά πολωμένες**

- **Στη ζώνη ακτινοβολίας του διπόλου:**

$$E(r,\theta)=\frac{p_0 k^2 \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos(\omega t-kr)}{r}=E_0(r,\theta)\cos(\omega t-kr)$$

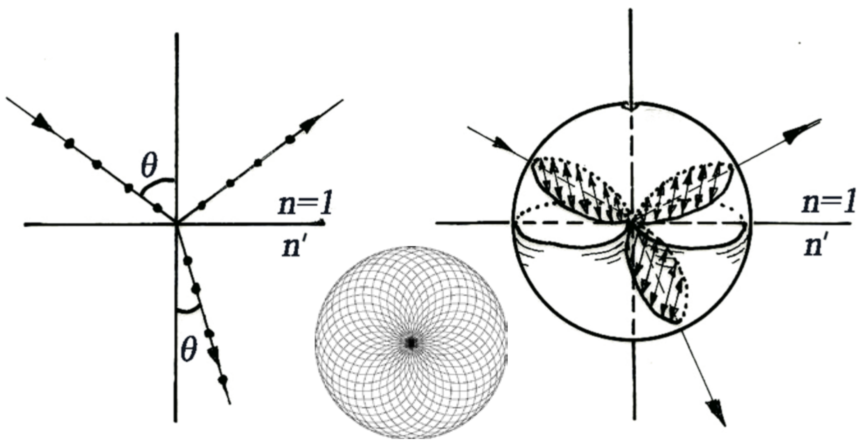
$$I(r,\theta)=\frac{c\varepsilon_0 E_0^2}{2}=\frac{p_0^2\omega^4}{32\pi^2c^3\varepsilon_0}\frac{\sin^2\theta}{r^2}\quad \left(p_0=ql,\, k=2\pi/\lambda=\omega/c\right)$$

τοροειδή για r= σταθ.



- ✓ **Δεν εκπέμπεται ακτινοβολία στη διεύθυνση ταλάντωσης**

- **<u>Γ.Π. δέσμη</u> με επίπεδο ταλάντωσης κάθετο στο επίπεδο πρόσπτωσης προσπίπτει με γωνία θ σε ένα διηλεκτρικό → ταλάντωση μορίων**

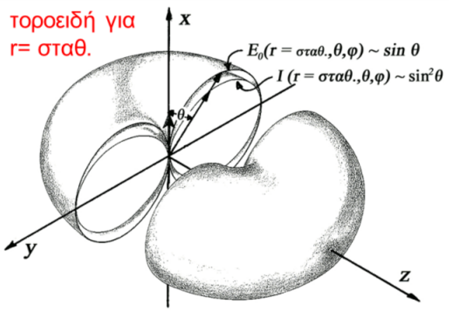


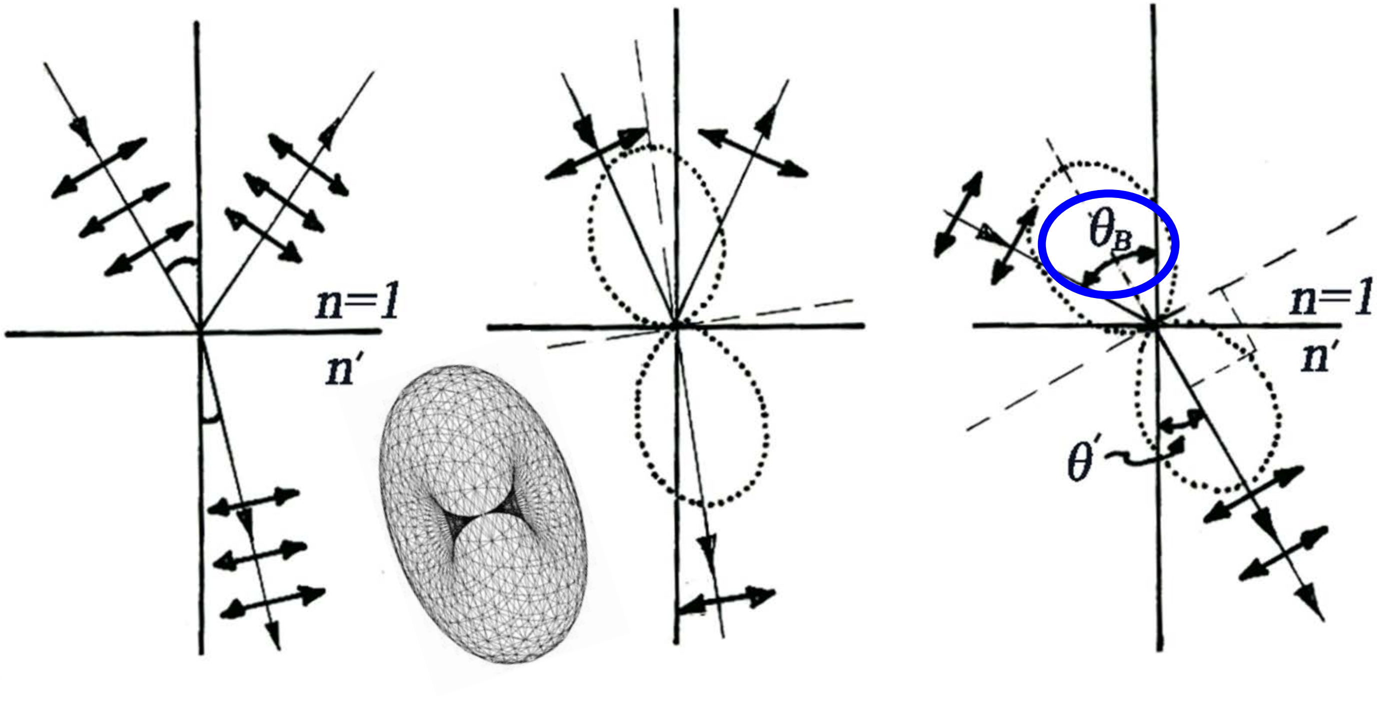
- ✓ **Εκπομπή ακτινοβολίας στις διευθύνσεις ανάκλασης, διάθλασης**

ΠΟΛΩΣΗ ΑΠΟ ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ

➢ **<u>Δέσμη Γ.Π.</u> παράλληλα με το επίπεδο πρόσπτωσης προσπίπτει με γωνία θ σε ένα διηλεκτρικό**

✓ **Εκπομπή ακτινοβολίας στις διευθύνσεις ανάκλασης (χαμηλή ένταση), διάθλασης (υψηλή ένταση)**

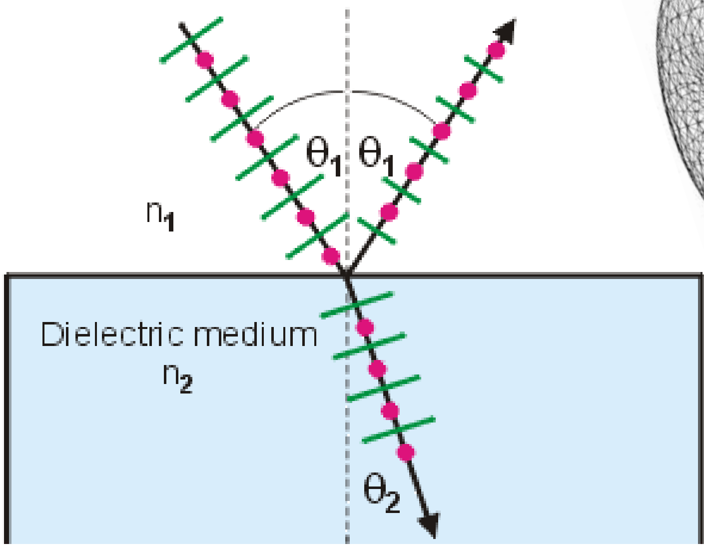


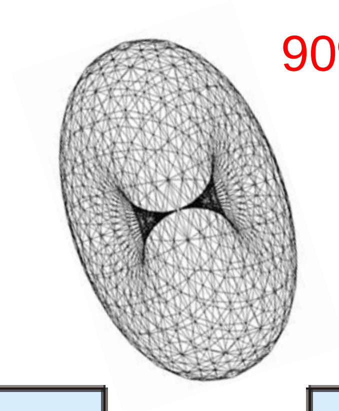


❖ **Όταν η γωνία ανακλώμενης-διαθλώμενης γίνει 90^o τότε η διεύθυνση ταλάντωσης των διπόλων συμπίπτει με της ανακλώμενης (κατάσβεση)**

ΓΩΝΙΑ BREWSTER ΚΑΙ ΠΟΛΩΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΚΛΩΜΕΝΗΣ

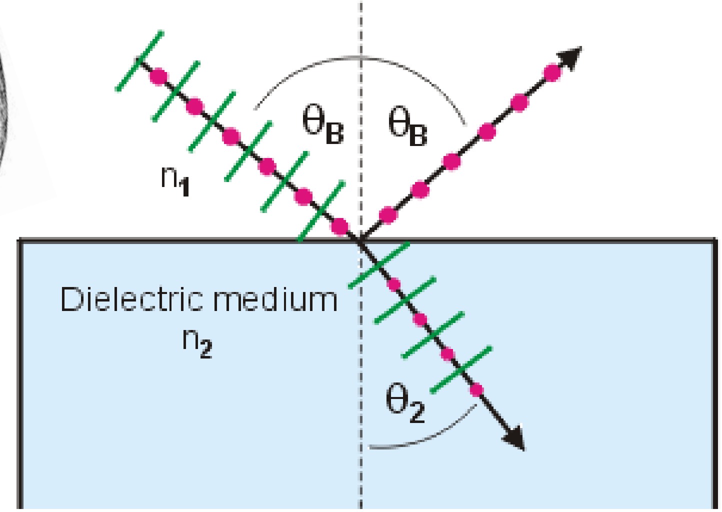
- **Δέσμη φυσικού φωτός που προσπίπτει σε διηλεκτρικό με γωνία θ_B (γωνία Brester) οδηγεί σε Γ.Π. της ανακλώμενης δέσμης κάθετα στο επίπεδο πρόσπτωσης (αποκοπή παράλληλης συνιστώσας)**





$90^o-\theta_B+90^o-\theta_2= 90^o \Rightarrow \theta_B+\theta_2=90^o$

$\theta_2=90^o-\theta_B$

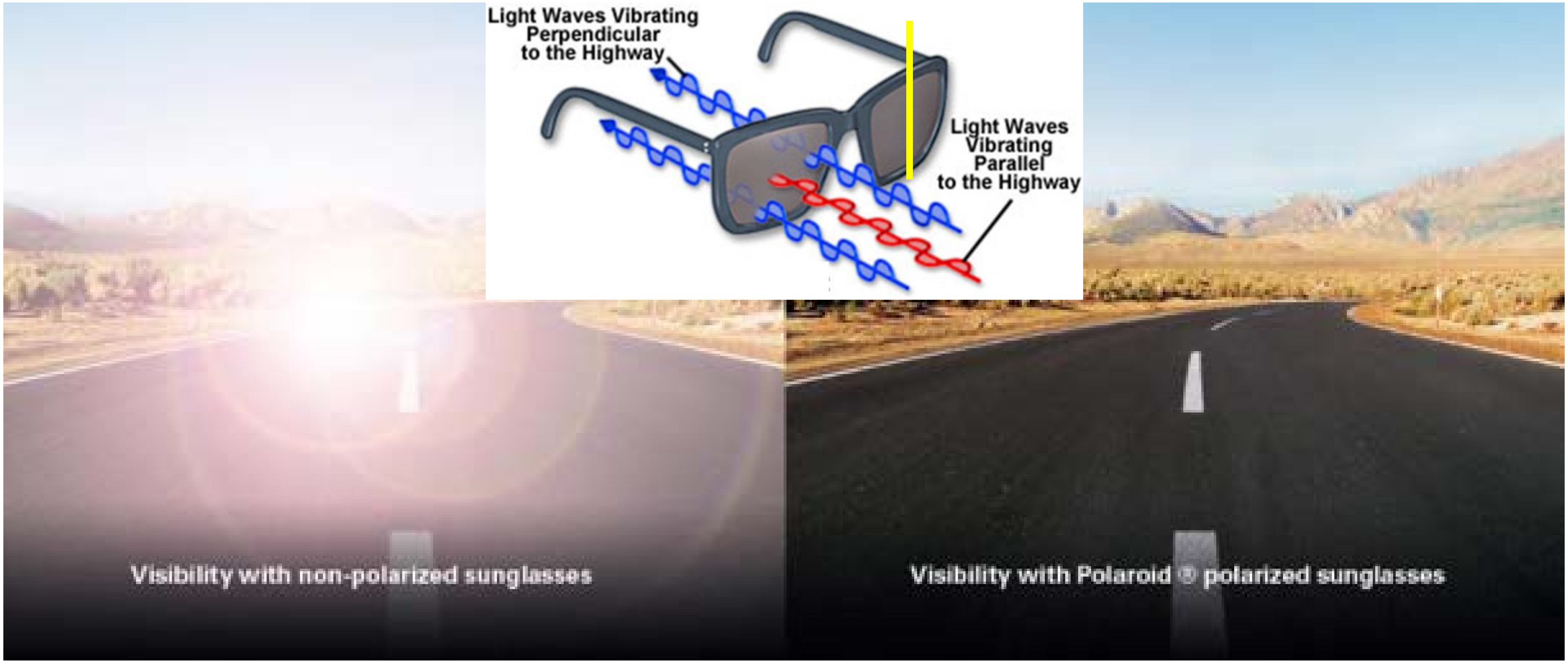


- **Snell: $n_1\sin\theta_B= n_2\sin\theta_2$ ($\theta_2= 90^o-\theta_B$) $\rightarrow$ $n_1\sin\theta_B= n_2\sin(90^o-\theta_B)$ $\Rightarrow$ $n_1\sin\theta_B= n_2\cos\theta_B$ $\Rightarrow$ $\tan\theta_B= n_2/n_1$ (νόμος του Brewster, για $n_1= 1 \rightarrow n_2= \tan\theta_B$)**
- **Για $\theta\neq\theta_B$ η ανακλώμενη δέσμη είναι μερικώς Γ.Π. (μίγμα Φ.Φ.+Γ.Π.)**

<u>ΕΦΑΡΜΟΓΗ</u>: ΓΥΑΛΙΑ ΗΛΙΟΥ POLAROID

- 🕮 **Τα γυαλιά αυτά ελαττώνουν την λάμψη του εκτυφλωτικά ανακλώμενου φωτός**

- ⇨ **Ο άξονας διέλευσης είναι κατακόρυφος ώστε να κόβεται η οριζόντια συνιστώσα του ανακλώμενου φωτός που είναι η ισχυρότερη**



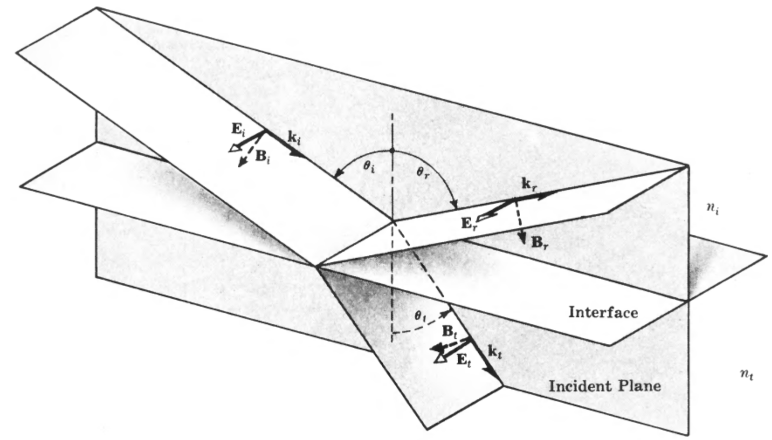
ΑΝΑΚΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

📖 **<u>ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ FRESNEL</u>: Ποσοστό ανακλώμενου και διερχόμενου φωτός (ποσοτική περιγραφή πόλωσης από ανάκλαση και διάθλαση)**

r: συντελεστής ανακλαστικότητας πλάτους

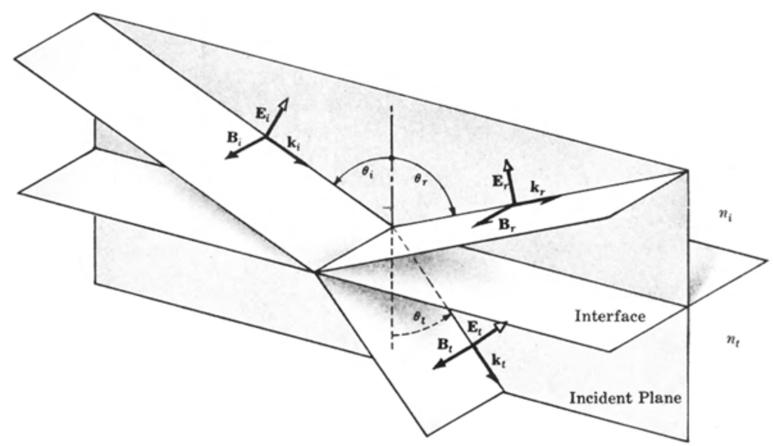
$\bar{E}$ κάθετο στο επίπεδο πρόσπτωσης

$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}$$



$\bar{E}$ παράλληλο με το επίπεδο πρόσπτωσης

$$r_{\parallel} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{n_t\cos\theta_i - n_i\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}$$



R: ανακλαστικότητα

$$R_{\perp} = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\perp}^2 = r_{\perp}^2 = \frac{\sin^2(\theta_i-\theta_t)}{\sin^2(\theta_i+\theta_t)}$$

$$R_{\parallel} = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_{\parallel} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\parallel}^2 = r_{\parallel}^2 = \frac{\tan^2(\theta_i-\theta_t)}{\tan^2(\theta_i+\theta_t)}$$

Για $\theta_i + \theta_t = 90^o \Rightarrow \tan(\theta_i+\theta_t) \to \infty$

$$\Rightarrow R_{\parallel} = 0$$

ΑΝΑΚΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΦΩΤΟΣ

- **Για $\theta_i+\theta_t = 90^o$ δεν υφίσταται ανακλώμενη συνιστώσα παράλληλη με το επίπεδο πρόσπτωσης αλλά μόνο διαθλώμενη (νόμος του Brewster)**

Για πρόσπτωση φυσικού φωτός I_i στη διαχωριστική επιφάνεια:

$$(I_i)_{\|} = (I_i)_{\perp} = \frac{I_i}{2}$$

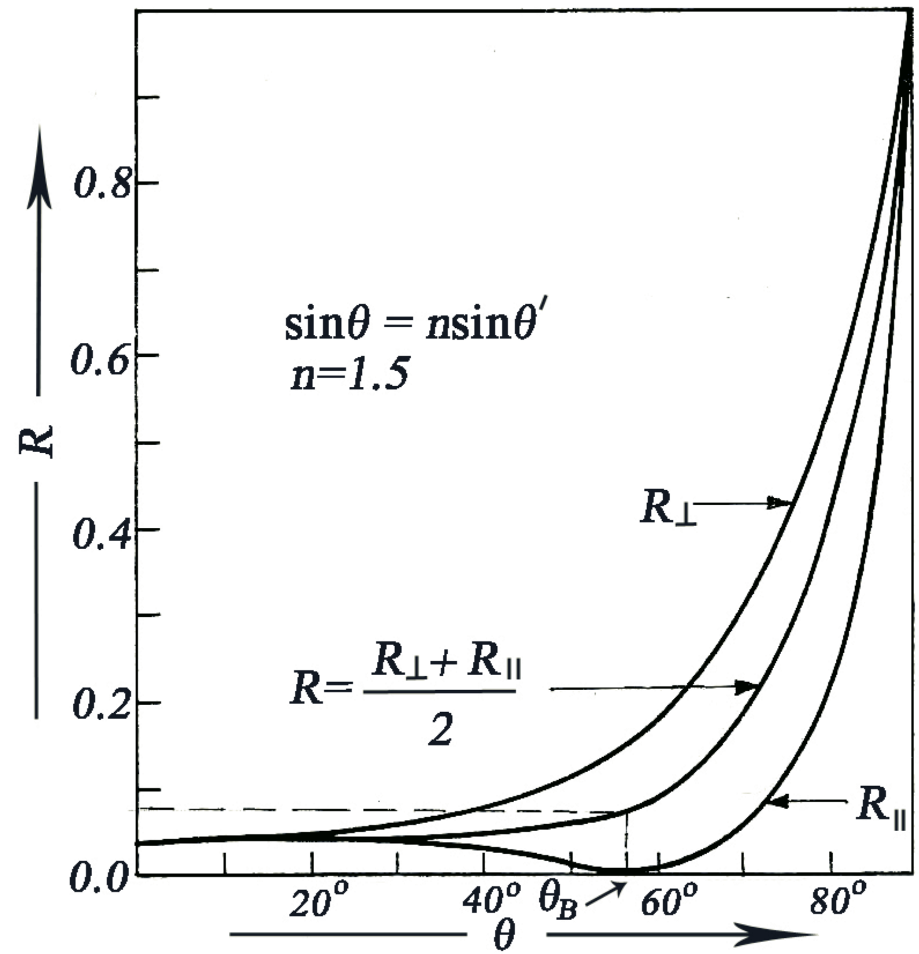
Ανακλαστικότητα επιφάνειας διηλεκτρικού:

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{(I_r)_{\|} + (I_r)_{\perp}}{I_i} \quad (1)$$

$$R_{\|} = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_{\|} = \frac{2(I_r)_{\|}}{I_i} \Rightarrow (I_r)_{\|} = \frac{R_{\|} I_i}{2} \quad (2)$$

$$R_{\perp} = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_{\perp} = \frac{2(I_r)_{\perp}}{I_i} \Rightarrow (I_r)_{\perp} = \frac{R_{\perp} I_i}{2} \quad (3)$$

$$\text{Η } (1) \overset{(2),(3)}{\Longrightarrow} R = \frac{R_{\|} + R_{\perp}}{2}$$



$$\text{Για } n = 1.5 \rightarrow R\% = 7.5\% \ (\theta = \theta_B)$$

ΑΝΑΚΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΕ ΚΑΘΕΤΗ ΠΡΟΣΠΤΩΣΗ

- **Για σχεδόν κάθετη πρόσπτωση φυσικού φωτός σε διηλεκτρικό (θ_i, θ_t<<) $\rightarrow$ $\tan(\theta_i \pm \theta_t) \approx \sin(\theta_i \pm \theta_t)$**

$$R_\perp = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\perp = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\perp^2 = r_\perp^2 = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \quad R_\parallel = R_\perp = \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}\right)^2 = \left(\frac{\sin\theta_i \sin\theta_t - \cos\theta_i \cos\theta_t}{\sin\theta_i \sin\theta_t + \cos\theta_i \cos\theta_t}\right)^2 \quad (1)$$

$$R_\parallel = \left(\frac{I_r}{I_i}\right)_\parallel = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_\parallel^2 = r_\parallel^2 = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$\text{Νόμος του Snell: } 1\sin\theta_i = n\sin\theta_t \Rightarrow n = \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} \quad (2)$$

$$(1) \times \frac{\sin^2\theta_t}{\sin^2\theta_t} \overset{(2)}{\Longrightarrow} R_\parallel = R_\perp (= R) = \left(\frac{n\cos\theta_t - \cos\theta_i}{n\cos\theta_t + \cos\theta_i}\right)^2 \approx \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

Για $n = 1.5$ (γυαλί) $\rightarrow R\% = 4\%$

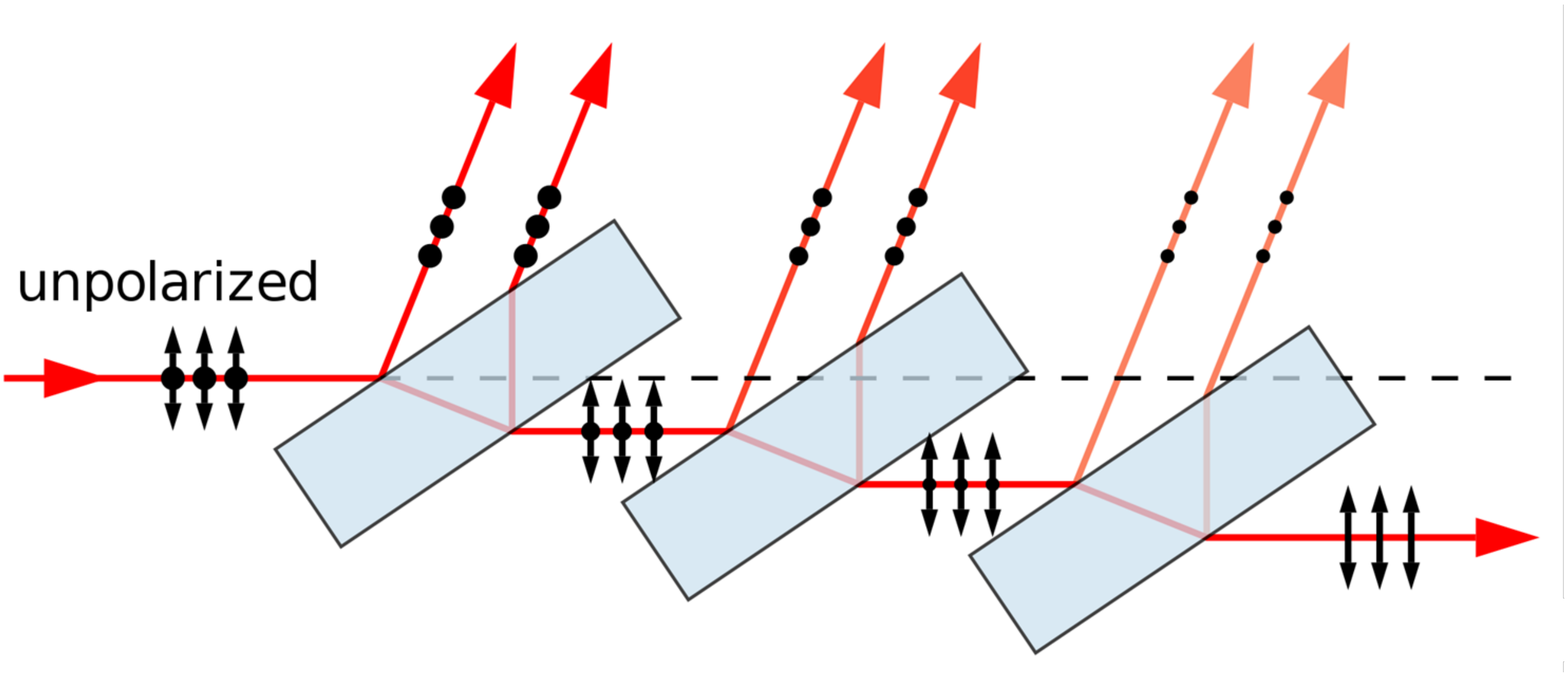
Για $n = 2.5$ (διαμάντι) $\rightarrow R\% = 18\%$

Για 10 γυάλινες επιφάνειες $\rightarrow R\% = 40\%$ αυξάνεται η ανακλαστικότητα, μειώνεται η διαπερατότητα

ΠΟΛΩΣΗ ΑΠΟ ΔΙΑΘΛΑΣΗ - ΠΟΛΩΤΗΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

➢ **Για πρόσπτωση με γωνία Brewster, η ανακλώμενη είναι Γ.Π. κάθετα στο επίπεδο πρόσπτωσης, $I_{ΓΠ}/I_i$~ 0.1 (+ πολλαπλές ανακλάσεις)**

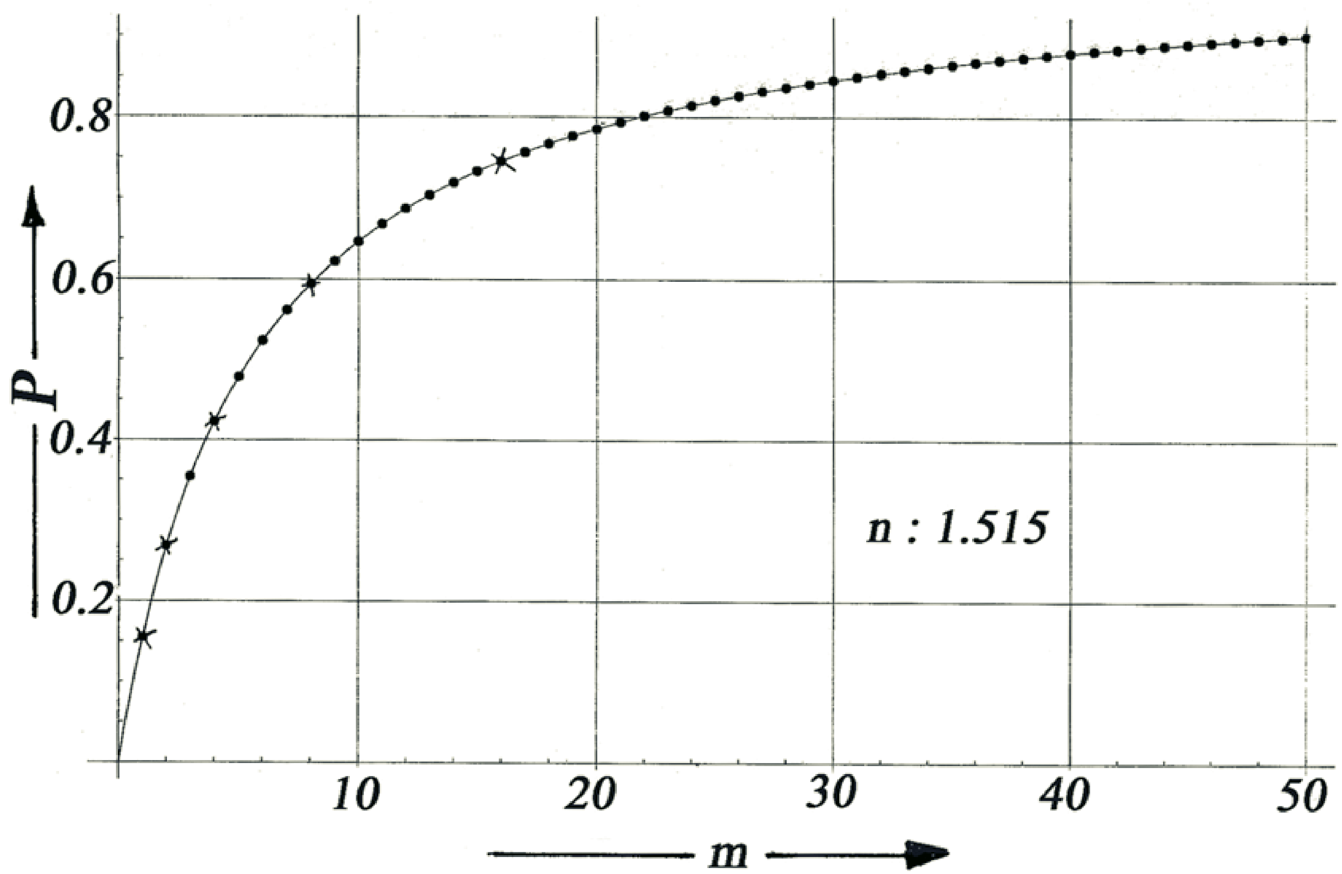
✓ **Η αφαίρεση ποσοστού της κάθετης συνιστώσας καθιστά τη διαθλώ-μενη δέσμη μερικώς Γ.Π. παράλληλα με το επίπεδο πρόσπτωσης**



❖ **Η συστοιχία πολλών παραλλήλων πλακών μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν γραμμικός πολωτής**

ΒΑΘΜΟΣ ΠΟΛΩΣΗΣ ΔΙΑΘΛΩΜΕΝΗΣ ΔΕΣΜΗΣ

- **Βαθμός πόλωσης διαθλώμενης δέσμης για m παράλληλες πλάκες (τύπος Provostaye-Desains):** $$P = \frac{I_p}{I_{tot}} = \frac{m}{m + \left(\frac{2n}{n^2 - 1}\right)^2}$$



ΠΟΛΩΣΗ ΑΠΟ ΣΚΕΔΑΣΗ

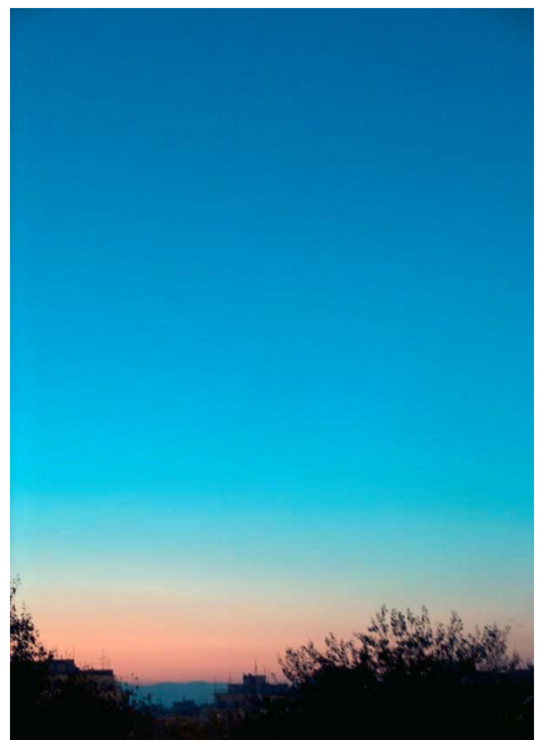
- **<u>ΣΚΕΔΑΣΗ</u>: εκτροπή του φωτός από την ευθύγραμμη πορεία στο μέσο διάδοσης από "ιδιομορφίες" (κέντρα σκέδασης: άτομα, μόρια, σωματίδια, φυσαλίδες, σταγονίδια, δομικές ατέλειες)**

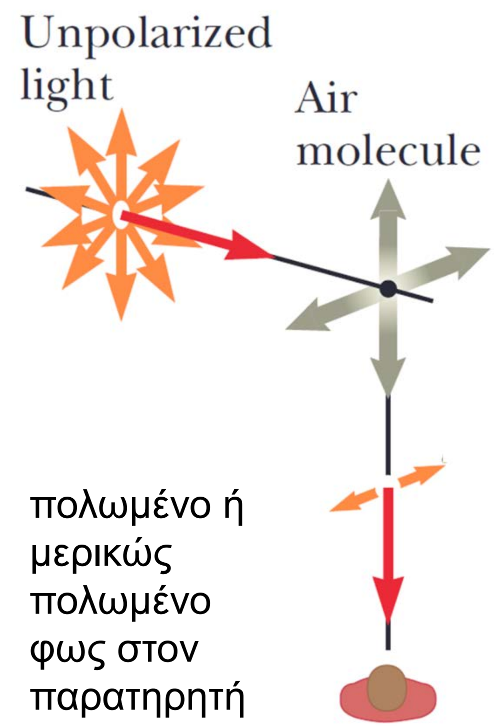
- **Ελαστική (Rayleigh: $\pi d/\lambda << 1$, $I \sim 1/\lambda^4$, Mie: $\pi d/\lambda \sim 1$) και ανελαστική σκέδαση (Brillouin, Raman, Compton)**

- **Η σκέδαση και η απορρόφηση καθορίζουν την εμφάνιση αντικειμένων**

- **Το προσπίπτον Η/Μ κύμα προκαλεί την ταλάντωση των μοριακών διπόλων και την εκπομπή ακτινοβολίας**

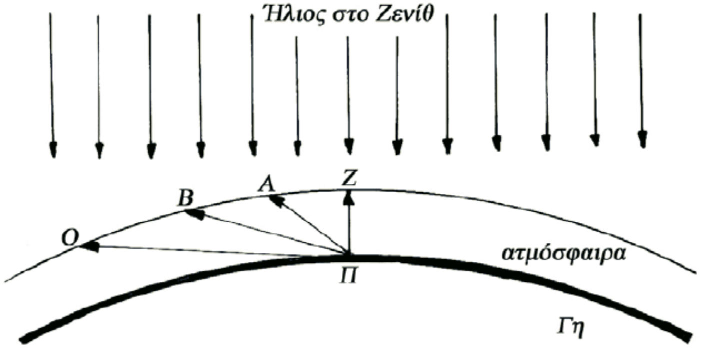
- **Σκέδαση Rayleigh και Mie από τα μόρια (O_2, N_2) και τα σωματίδια της ατμόσφαιρας (+σταγονίδια νερού) → χρώμα του ουρανού, σύννεφα κτλ.**

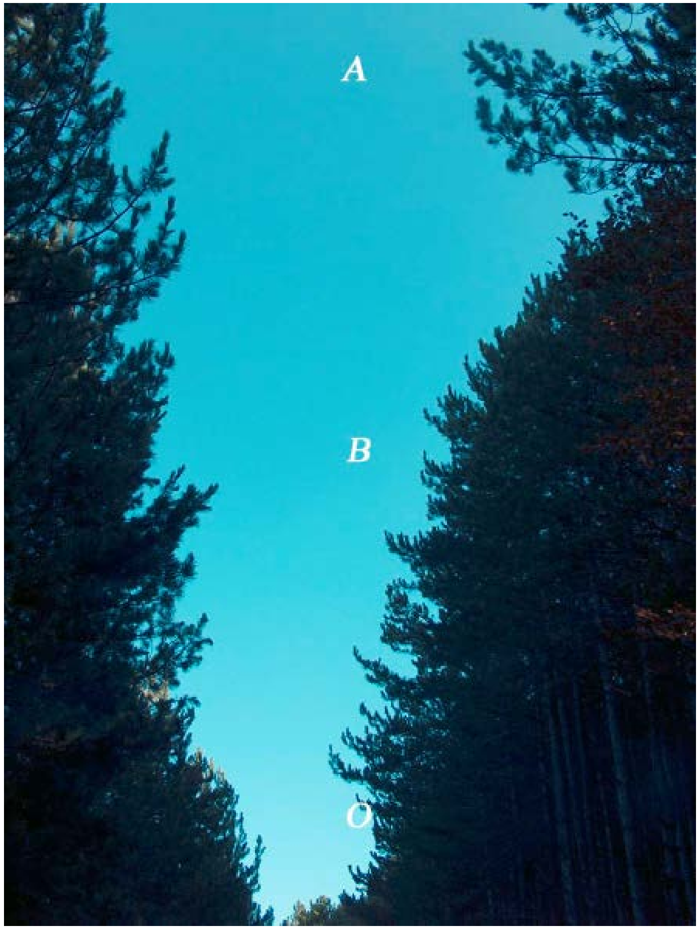




ΤΟ ΧΡΩΜΑ ΤΟΥ ΟΥΡΑΝΟΥ…

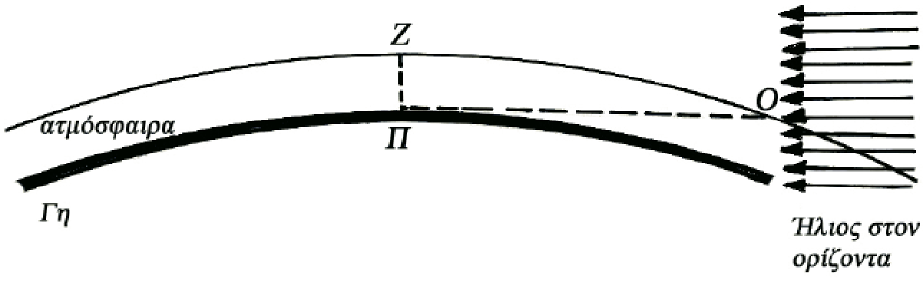
Το μπλε του ουρανού



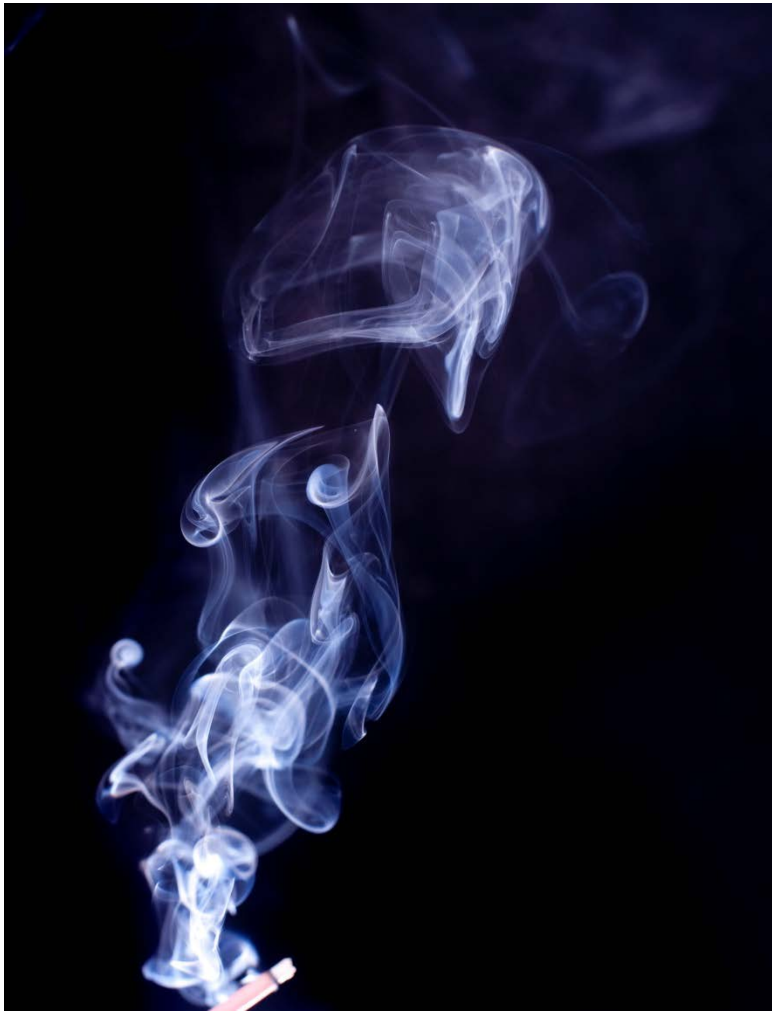


Σύννεφα

Ανατολή και δύση

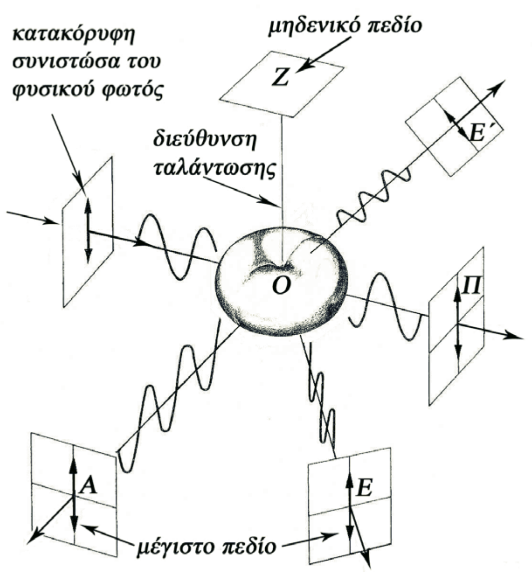


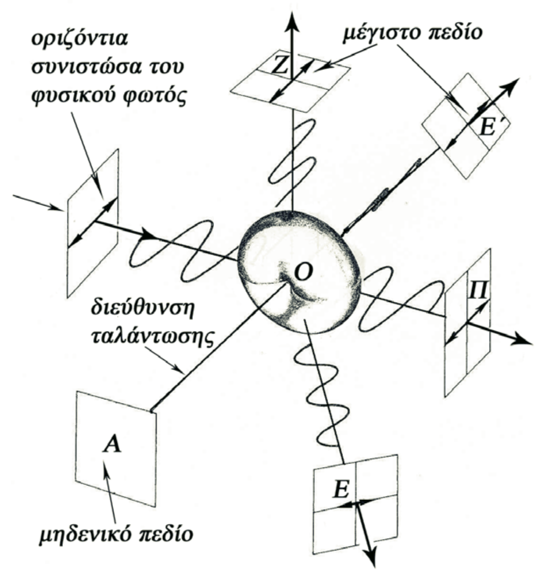
ΤΟ ΧΡΩΜΑ ΤΟΥ ΚΑΠΝΟΥ…

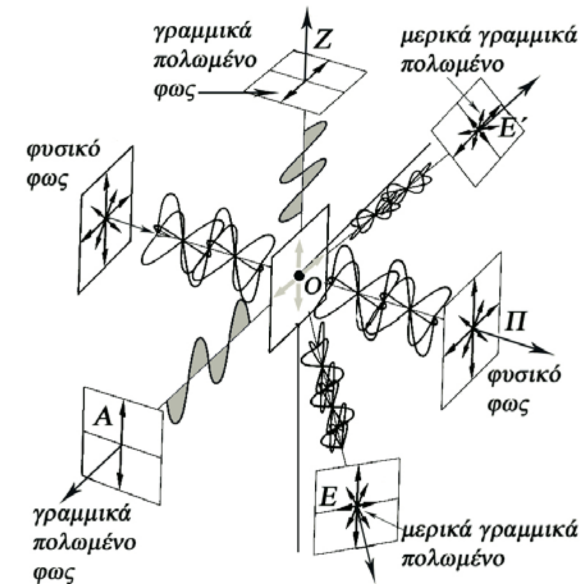


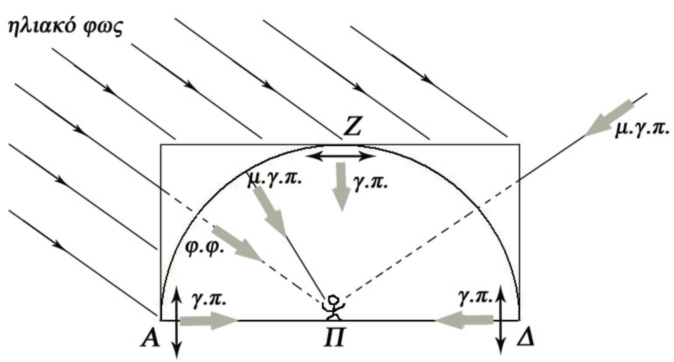
ΠΟΛΩΣΗ ΑΠΟ ΣΚΕΔΑΣΗ

- **Το φως που δεχόμαστε παρατηρώντας τον ήλιο κατ' ευθείαν είναι φυσικό, δεν συμβαίνει το ίδιο (όσον αφορά την κατάσταση πόλωσης) για φως που προέρχεται από διαφορετικά σημεία παρατήρησης του ουρανού**









φ.φ. : φυσικό φως   μ.γ.π. : μερικά γραμμικά πολωμένο
γ.π. : γραμμικά πολωμένο

Παράγοντες αποπόλωσης:

Ανισοτροπία μορίων ατμόσφαιρας

Σωματίδια μεγάλου μεγέθους

Πολλαπλή σκέδαση

VIKINGS & CORDIERITE

“Το φαινόμενο της περιοδικής μεταβολής της έντασης του φωτός στο χώρο που διαδίδονται ταυτόχρονα δύο ή περισσότερα φωτεινά κύματα”

ΣΥΜΒΟΛΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

- **<u>Συμβολή</u>: στενά συνδεδεμένη με την έννοια της επαλληλίας**

- **<u>Βασικό χαρακτηριστικό</u>: η κατανομή της έντασης του συνιστάμενου κύματος είναι διαφορετική του αθροίσματος των εντάσεων των συνιστώντων κυμάτων**

⇨ **Η συμβολή βασίζεται στη γραμμικότητα της κυματικής εξίσωσης:**

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2\psi_1(x,t)}{\partial x^2} &= \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\psi_1(x,t)}{\partial t^2}\\ \frac{\partial^2\psi_2(x,t)}{\partial x^2} &= \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\psi_2(x,t)}{\partial t^2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\partial^2[a\psi_1(x,t)+b\psi_2(x,t)]}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2[a\psi_1(x,t)+b\psi_2(x,t)]}{\partial t^2}$$

$$\psi(x,t) = a\psi_1(x,t) + b\psi_2(x,t) \qquad \psi(x,t) = f(x-\upsilon t)$$

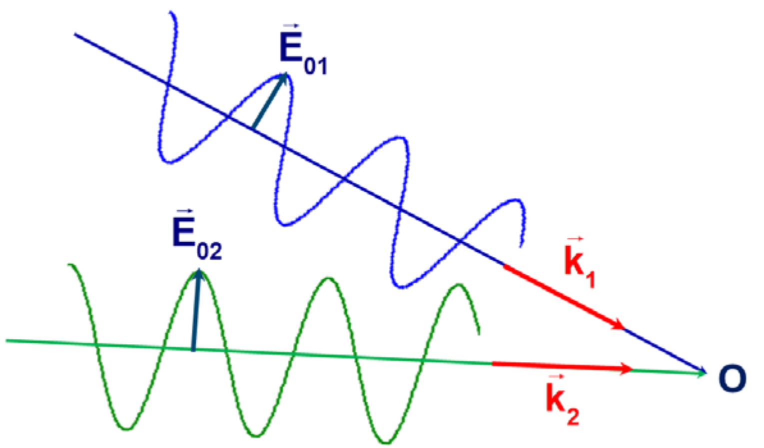
✓ **Επαλληλία 2 Γ.Π. αρμονικών και επίπεδων κυμάτων ίδιας συχνότητας**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_{01}\cos\{\omega t - \vec{k}_1\vec{r}_1 + \varphi_1(t)\}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r},t) = \vec{E}_{02}\cos\{\omega t - \vec{k}_2\vec{r}_2 + \varphi_2(t)\}$$

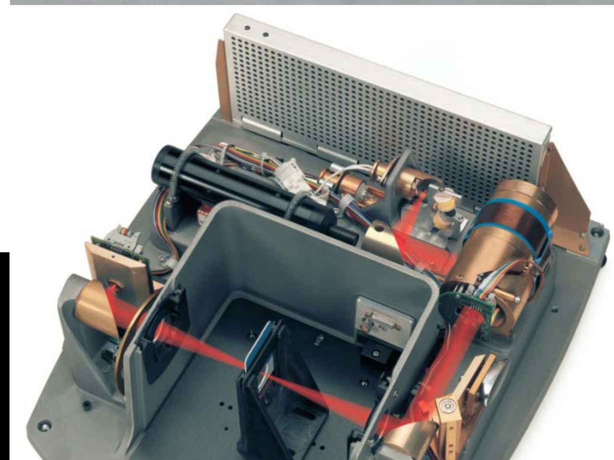
$$|k_1| = |k_2| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

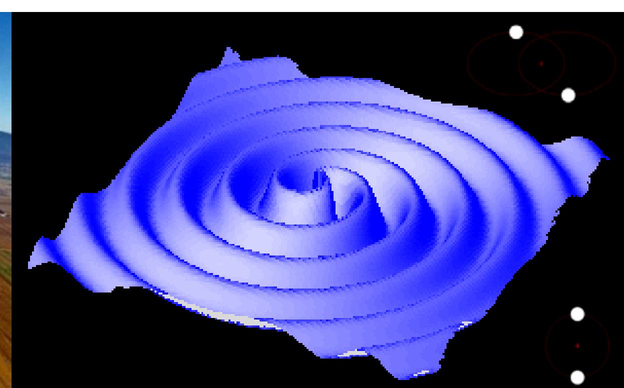
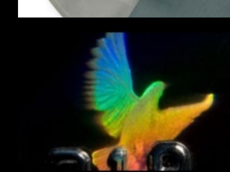


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

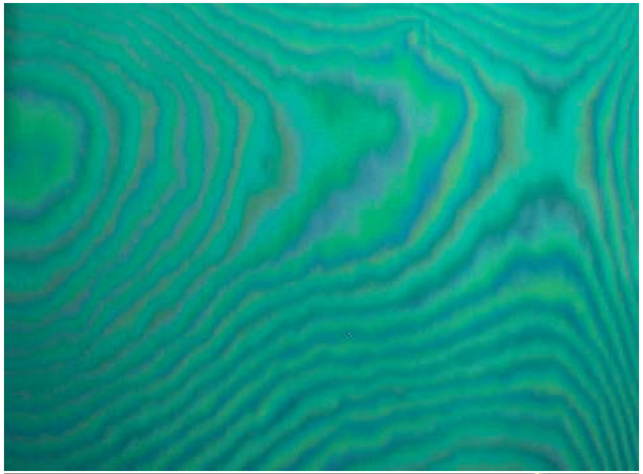
- **Εκτίμηση σφαλμάτων οπτικών στοιχείων (φακοί, πρίσματα, επίπεδες πλάκες)**
- **Υπολογισμός δείκτη διάθλασης**
- **Καθορισμός πάχους λεπτών υμενίων**
- **Φίλτρα συμβολής**
- **Φασματοσκοπικές διατάξεις για τη μελέτη οπτικών ιδιοτήτων υλικών (FTIR)**
- **Ανίχνευση βαρυτικών κυμάτων, ολογραφία**

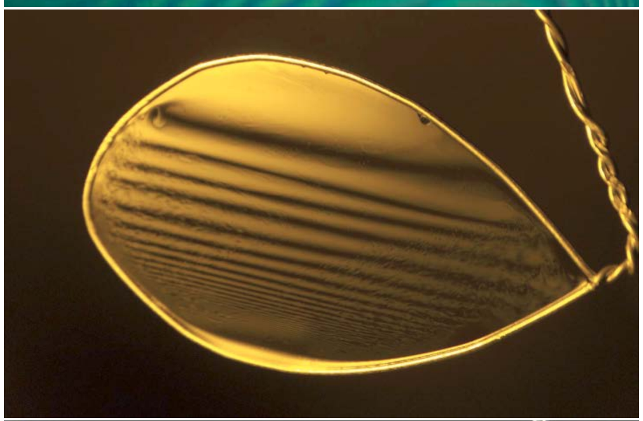


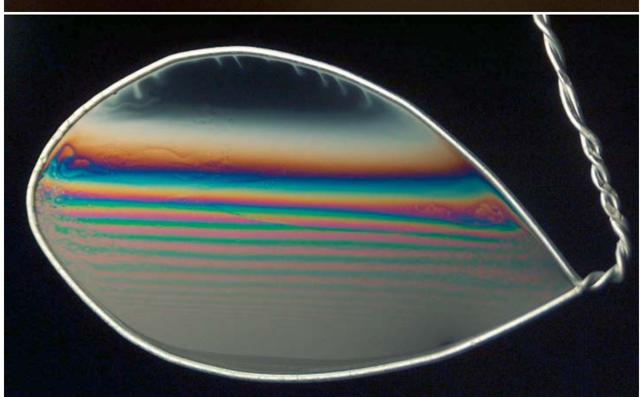


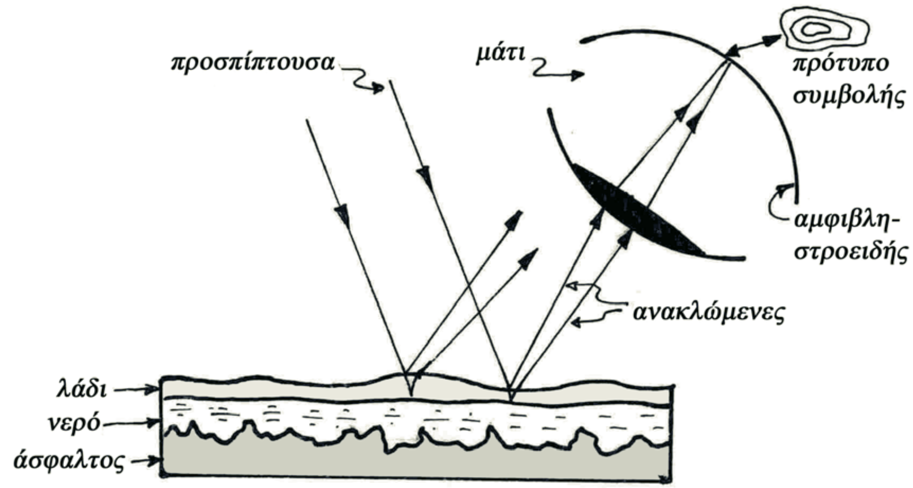



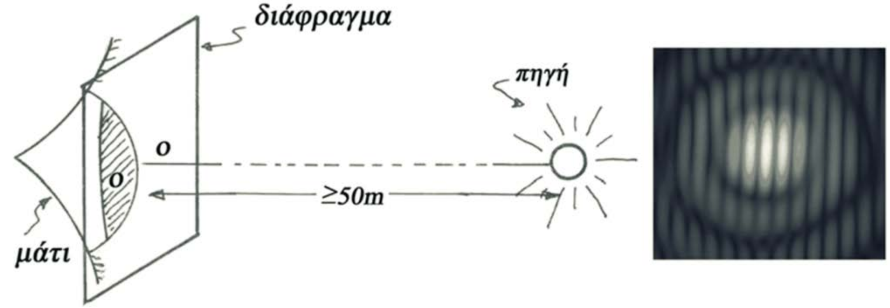

ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

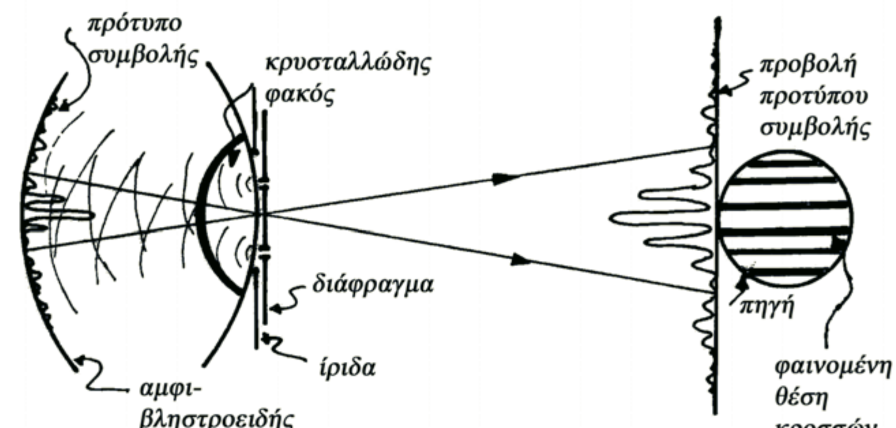












ΣΥΜΒΟΛΗ 2 ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ (ΜΑΚΡΙΝΟ ΠΕΔΙΟ: $r_1= r_2= r$)

⇨ **Ικανότητα ανίχνευσης ταχύτατα μεταβαλλόμενων πεδίων (>10^{14} Hz)**

⇨ **<u>Πειραματικά μετρήσιμο μέγεθος</u>: ένταση της ακτινοβολίας (ενέργεια ανά μονάδα επιφανείας και χρόνου, W/m^2), I=<S>=$c\varepsilon_0$<$\bar{E}^2$> (I=$\varepsilon\upsilon$<$\bar{E}^2$>)**

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2,\ \vec{E}_1(\vec{r},t)=\vec{E}_{01}\cos\left\{\omega t-\vec{k}_1\vec{r}+\varphi_1(t)\right\},\ \vec{E}_2(\vec{r},t)=\vec{E}_{02}\cos\left\{\omega t-\vec{k}_2\vec{r}+\varphi_2(t)\right\}\quad(\vec{r}=\vec{r}_1=\vec{r}_2)$$

$$I=\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}^2\right\rangle=\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}\cdot\vec{E}\right\rangle=\varepsilon\upsilon\left\langle\left(\vec{E}_1+\vec{E}_2\right)\cdot\left(\vec{E}_1+\vec{E}_2\right)\right\rangle=I_1+I_2+I_{12}\quad(I_{12}:\text{ παράγοντας συμβολής})$$

$$I_1=\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}_1^{\,2}\right\rangle,\quad I_2=\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}_2^{\,2}\right\rangle,\quad I_{12}=2\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2\right\rangle\qquad \left\langle f\right\rangle_\tau=\frac{1}{\tau}\int_0^\tau f(t)\,dt\ \ (\text{μέση τιμή για } t=\tau)$$

$$I_1=\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}_1^{\,2}\right\rangle=\varepsilon\upsilon\left\langle\vec{E}_{01}\cos\left\{\omega t-\vec{k}_1\vec{r}+\varphi_1(t)\right\}\cdot\vec{E}_{01}\cos\left\{\omega t-\vec{k}_1\vec{r}+\varphi_1(t)\right\}\right\rangle=\varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}^{\,2}\left\langle\cos^2\left\{\omega t-\vec{k}_1\vec{r}+\varphi_1(t)\right\}\right\rangle$$

$$I_1=\frac{\varepsilon\upsilon}{2}\vec{E}_{01}^{\,2}=\frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{01}^{\,2}\ \left(\left\langle\cos^2x\right\rangle=\frac{1}{2}\right),\ \text{ομοίως: } I_2=\frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{02}^{\,2}$$

$$I_{12}=2\varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\left\langle\cos\left\{\omega t-\vec{k}_1\vec{r}+\varphi_1(t)\right\}\cos\left\{\omega t-\vec{k}_2\vec{r}+\varphi_2(t)\right\}\right\rangle\quad\left\{2\cos x\cos y=\cos(x-y)+\cos(x+y)\right\}$$

$$I_{12}=\varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\left\langle\cos\left\{\left(\vec{k}_2-\vec{k}_1\right)\vec{r}+\varphi_1(t)-\varphi_2(t)\right\}+\cancel{\cos\left\{2\omega t-\left(\vec{k}_1+\vec{k}_2\right)\vec{r}+\varphi_1(t)+\varphi_2(t)\right\}}\right\rangle\quad\left(\left\langle\cos x\right\rangle=0\right)$$

$$\text{i) Αν } \varphi_1(t)-\varphi_2(t)=\text{σταθ.}\rightarrow I_{12}=\varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\cos\left\{\left(\vec{k}_2-\vec{k}_1\right)\vec{r}+\varphi_1-\varphi_2\right\}=\ \varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\cos\delta$$

$$\text{ii) Αν } \varphi_1(t)-\varphi_2(t)\neq\text{σταθ.}\rightarrow\left\langle\cos\left\{\left(\vec{k}_2-\vec{k}_1\right)\vec{r}+\varphi_1(t)-\varphi_2(t)\right\}\right\rangle=0\Rightarrow I_{12}=0$$

ΣΥΜΒΟΛΗ 2 ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

- **ΣΥΜΦΩΝΑ ΚΥΜΑΤΑ:** $I = I_1 + I_2 + I_{12} = \frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{01}^2 + \frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{02}^2 + \varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\cos\delta$

  (εξίσωση συμβολής) $\delta = \left(\vec{k}_2 - \vec{k}_1\right)\vec{r} + \varphi_1 - \varphi_2$

νόμος Arago

- **ΑΣΥΜΦΩΝΑ ΚΥΜΑΤΑ:** $I = I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{01}^2 + \frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{02}^2$

⇨ **Επαλληλία σύμφωνων κυμάτων με παράλληλα ηλεκτρικά πεδία**

$$\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02} = E_{01}E_{02} \quad (1)$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{01}^2 \Rightarrow E_{01} = \sqrt{\frac{2I_1}{\varepsilon\upsilon}} \quad (2), \quad I_2 = \frac{\varepsilon\upsilon}{2}E_{02}^2 \Rightarrow E_{02} = \sqrt{\frac{2I_2}{\varepsilon\upsilon}} \quad (3)$$

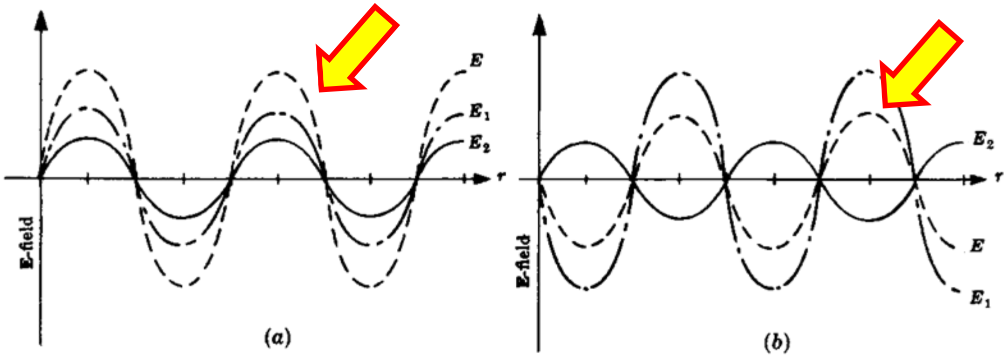
$$I_{12} = \varepsilon\upsilon\vec{E}_{01}\cdot\vec{E}_{02}\cos\delta \overset{(1)}{=} \varepsilon\upsilon E_{01}E_{02}\cos\delta \overset{(2)+(3)}{=} \varepsilon\upsilon\sqrt{\frac{2I_1}{\varepsilon\upsilon}}\sqrt{\frac{2I_2}{\varepsilon\upsilon}}\cos\delta \Rightarrow I_{12} = 2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta$$

Επομένως: $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta$

⇨ $I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}, \; I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$

⇨ $I > I_1 + I_2$ **(θετική συμβολή)**

$I < I_1 + I_2$ **(αρνητική συμβολή)**



ΣΥΜΒΟΛΗ 2 ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

⇨ **Επαλληλία σύμφωνων κυμάτων με παράλληλα ηλεκτρικά πεδία:**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

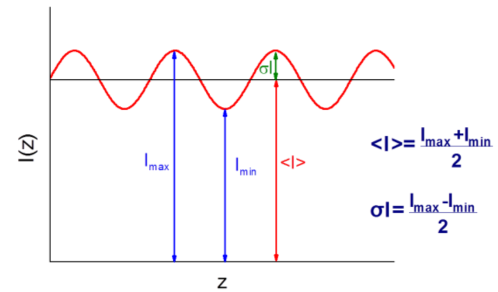
⇨ **Επαλληλία κυμάτων με παράλληλα ηλεκτρικά πεδία ίσου πλάτους:**

$$I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0}\cos\delta = 2I_0 + 2I_0\cos\delta = 2I_0(1+\cos\delta) \qquad (1+\cos 2x = 2\cos^2 x)$$

$$I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}$$

<u>ΚΡΟΣΣΟΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ</u>: ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που συνι-στούν μία φωτεινή (I_{max}) ή σκοτεινή περιοχή (I_{min}), περιοχή σταθερής I

<u>ΕΥΚΡΙΝΕΙΑ ΚΡΟΣΣΩΝ</u>: $$V = \frac{\sigma I}{\langle I \rangle} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (V \le 1)$$

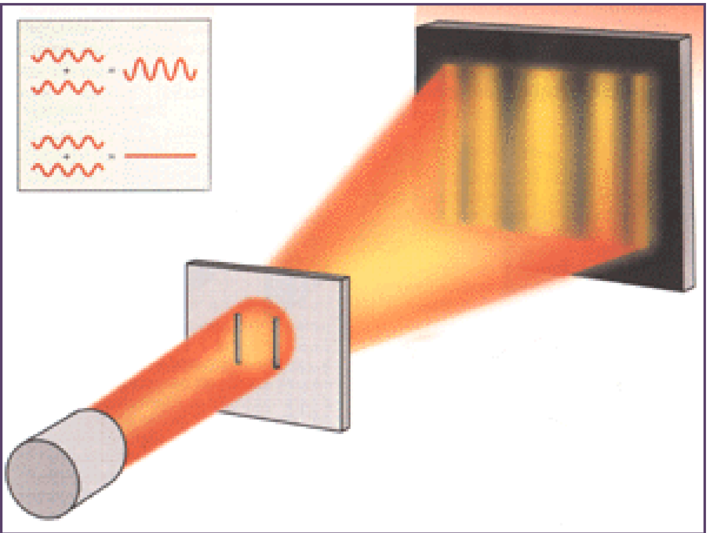


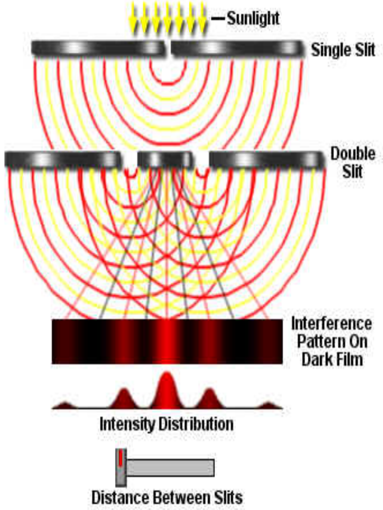
✓ **Για κύματα με παράλληλα πεδία:**

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{\left(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\right) - \left(I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\right)}{\left(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\right) + \left(I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\right)} \Rightarrow V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

✓ **Για κύματα με παράλληλα πεδία ίσου πλάτους:** $$V = \frac{2\sqrt{I_0^{\,2}}}{2I_0} = 1 = V_{max}$$

ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΑ
ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG





ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΑ - ΓΕΝΙΚΑ

- **<u>ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΟ</u>: Διάταξη σχηματισμού κροσσών συμβολής**

- **Διαίρεση κύματος σε δύο ΣΥΜΦΩΝΑ μέρη**

- **<u>Διαιρέσεως μετώπου κύματος</u>: 2 διαφορετικές περιοχές ενός μετώπου κύματος έρχονται σε επαλληλία αφού διανύσουν διαφορετικούς οπτικούς δρόμους (Young, Fresnel, Loyd)**

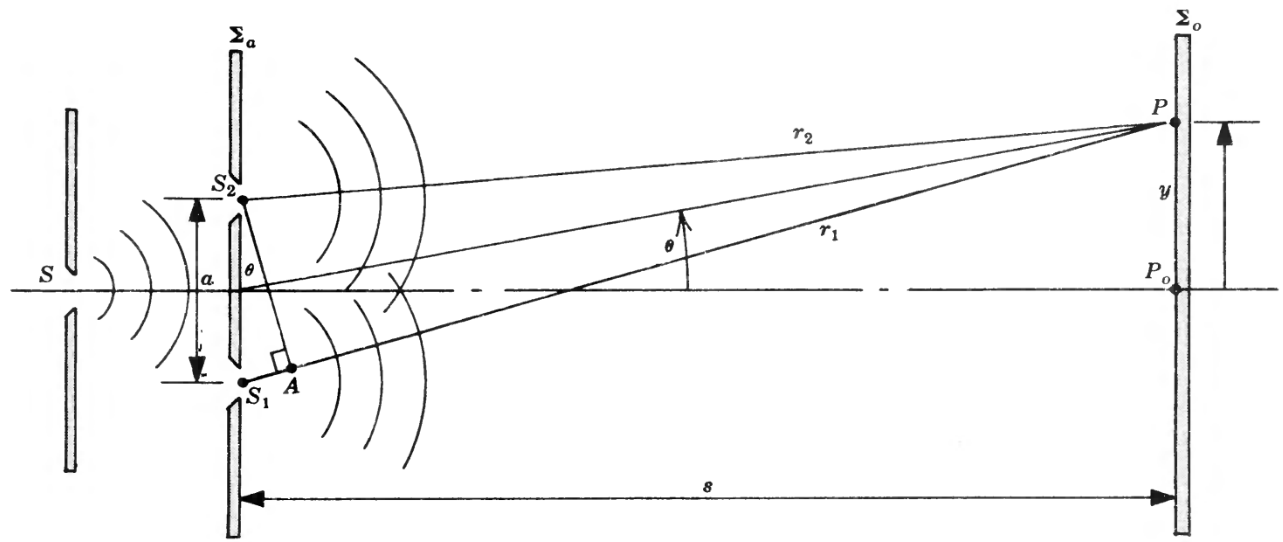
- **<u>Διαιρέσεως πλάτους</u>: διαίρεση του αρχικού μετώπου κύματος σε 2 μέρη διαφορετικού πλάτους που έρχονται σε επαλληλία αφού διανύσουν διαφορετικούς οπτικούς δρόμους (Newton, Michelson)**

<u>Διάταξη του Young</u>

S_1, S_2: χωρικά και χρονικά σύμφωνες

<u>Σημειακές</u>: αποφυγή περίθλασης

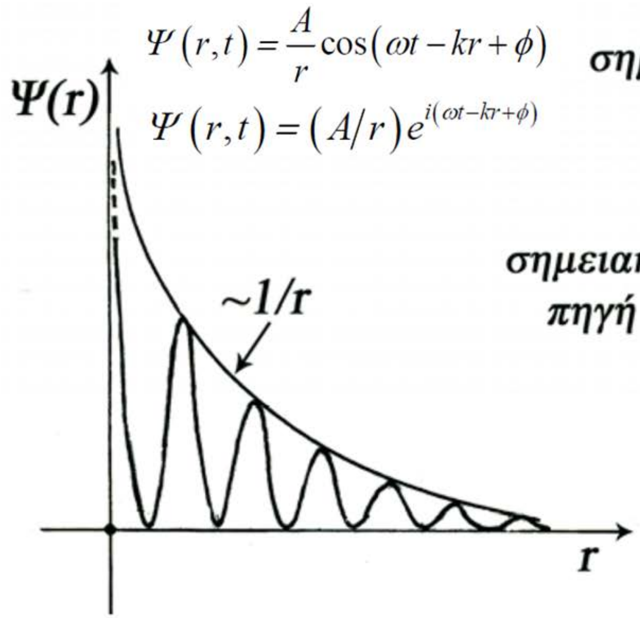
Συμβολή μακρινού πεδίου ($s >> \alpha^2/8\lambda$) $r_1 // r_2$

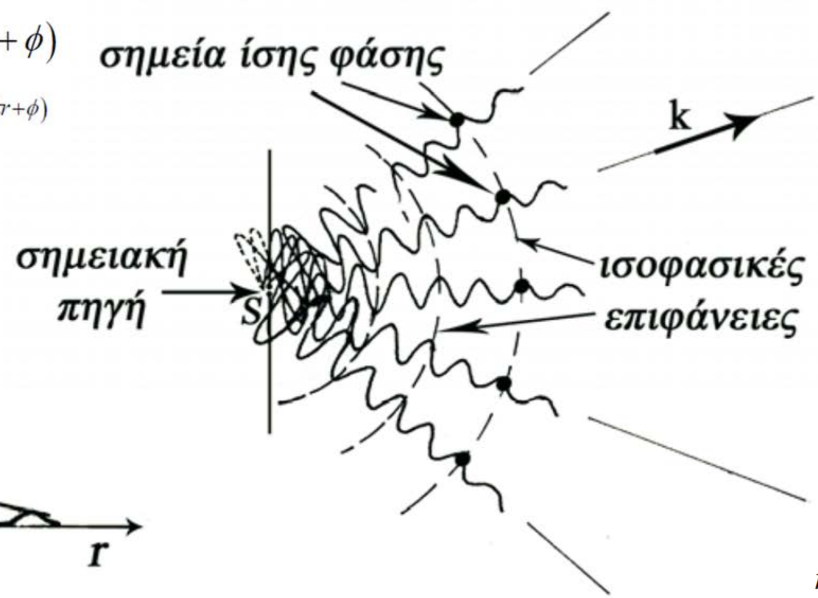


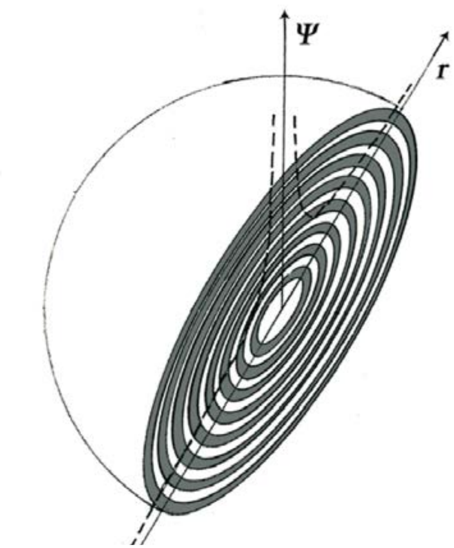
ΣΥΜΒΟΛΗ 2 ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ (ΜΑΚΡΙΝΟ ΠΕΔΙΟ: $r_1 \approx r_2$)

- **Συνθήκες μακρινού πεδίου:** $\vec{r}_1 // \vec{r}_2 \rightarrow \vec{E}_1(\vec{r}_1,t) // \vec{E}_2(\vec{r}_2,t) \rightarrow E_1(r_1,t), E_2(r_2,t)$

$$E_{ολ} = E_1(r_1,t) + E_2(r_2,t) = \frac{E_{01}}{r_1}\cos\{\omega t - kr_1 + \varphi_1\} + \frac{E_{02}}{r_2}\cos\{\omega t - kr_2 + \varphi_2\}$$







$r = σταθ.$ ή $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = σταθ.$

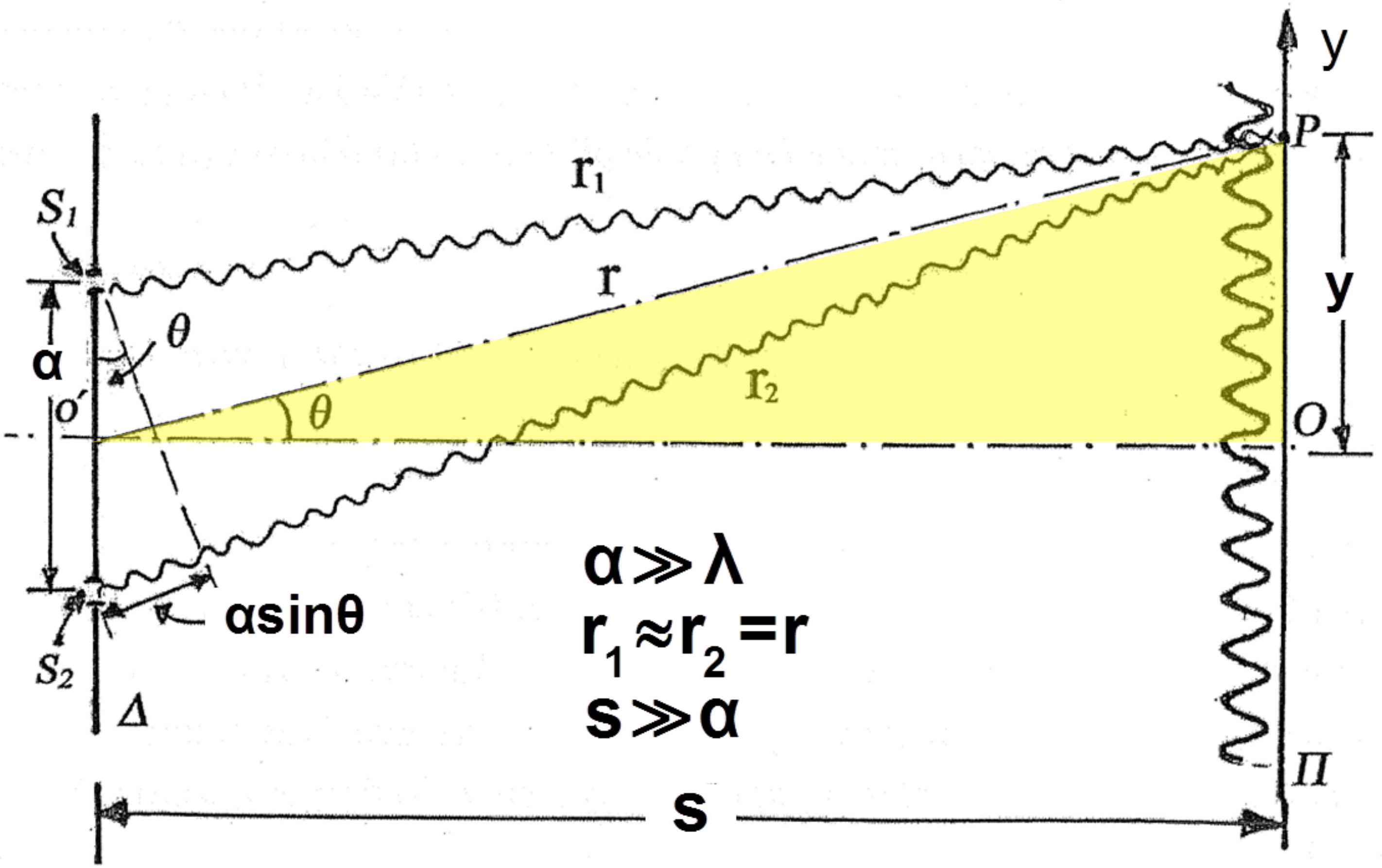
$$\boxed{\begin{gathered} I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \quad \left(I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}, I_1 = I_2 = I_0\right) \\ \delta = k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2) \end{gathered}}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_0 c}{2}\frac{E_{01}^2}{r_1^2}, \quad I_2 = \frac{\varepsilon_0 c}{2}\frac{E_{02}^2}{r_2^2}, \quad \sqrt{I_1 I_2} = \frac{\varepsilon_0 c}{2}\frac{E_{01}}{r_1}\frac{E_{02}}{r_2}$$

- ✓ **<u>Συνολική διαφορά φάσης δ</u>: διαφορά δρόμου διαταραχών + διαφορά αρχικών φάσεων**

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$
$$\delta = 2m\pi \qquad \delta = (2m+1)\pi$$

Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG

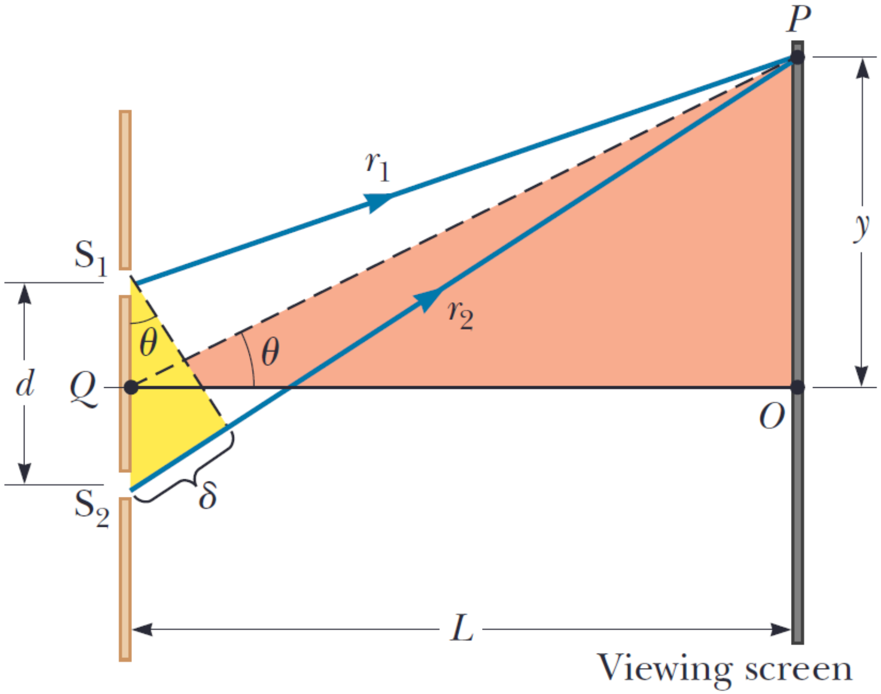


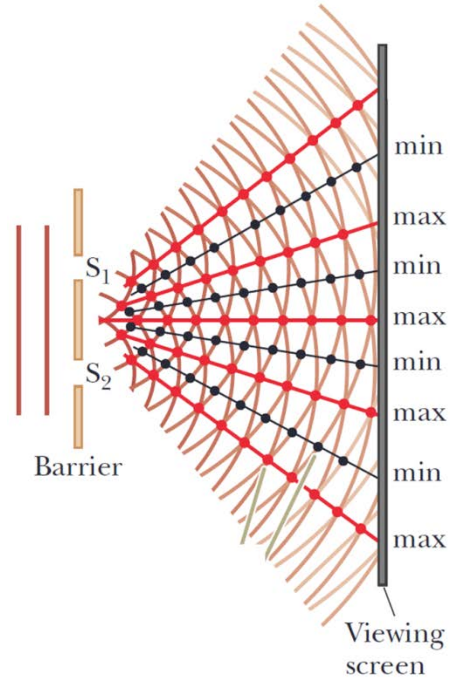
- Διαφορά οπτικού δρόμου στο P (για n≈1): $S_2P - S_1P = r_2 - r_1 \approx \alpha \sin\theta$

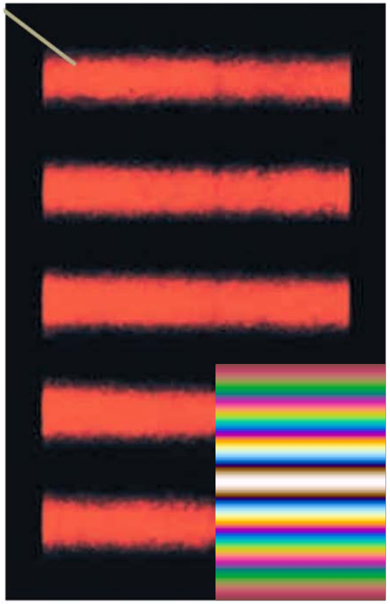
  $\tan\theta = OP/s = y/s$, $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$ (rad) (μακρινό πεδίο: $\theta <<$)

- Επομένως: $r_2 - r_1 \approx \alpha y/s$

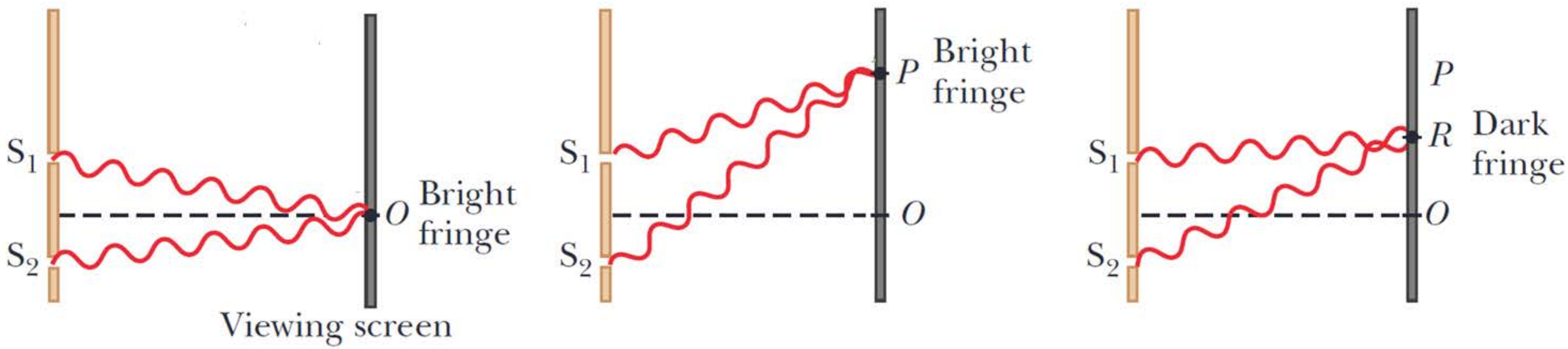
ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΡΟΤΥΠΟΥ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΤΑΞΗ YOUNG







Photograph from M. Cagnet, M. Françon, J. C. Thrierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag, 1962



- **Διαφορά οπτικού δρόμου στο P: r_2-r_1≈dsinθ≈ dy/L**

Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG

$$r_2 - r_1 = \frac{\alpha y}{s} \quad (1) \qquad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\{k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)\}, \quad k = 2\pi/\lambda \quad (2)$$

Για $\varphi_1 = \varphi_2$ η (2) $\overset{(1)}{\Rightarrow} I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left\{\frac{2\pi\alpha y}{\lambda s}\right\}$

✓ **Μέγιστα συμβολής:**

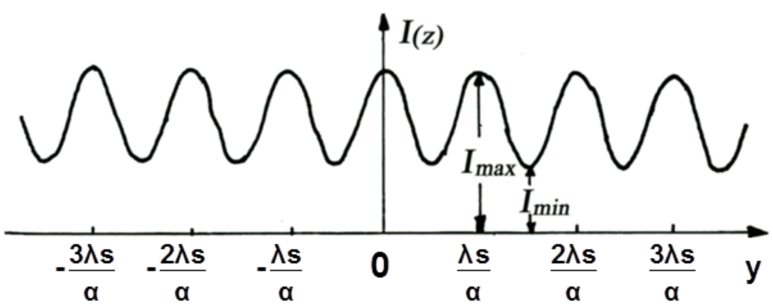
$$\frac{2\pi\alpha y}{\lambda s} = 2m\pi \Rightarrow y = \frac{m\lambda s}{\alpha} \quad (\text{για } y = 0 \rightarrow I = I_{max})$$

✓ **Ελάχιστα συμβολής:**

$$\frac{2\pi\alpha y}{\lambda s} = (2m+1)\pi \Rightarrow y = \frac{(2m+1)\lambda s}{2\alpha}$$

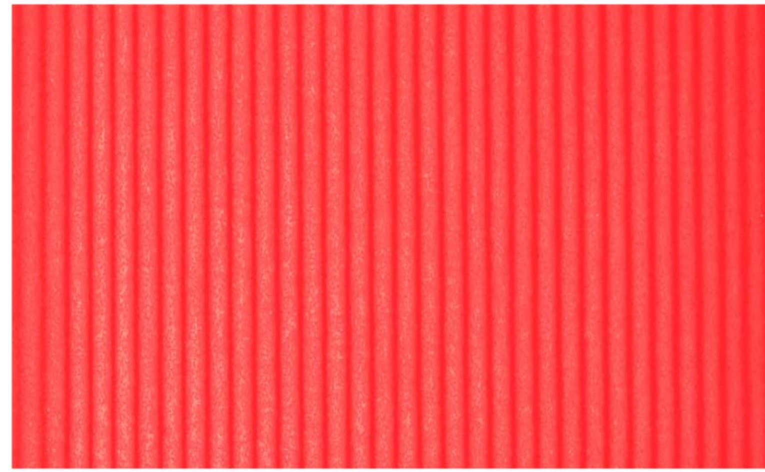
➢ **Ισαπέχοντες κροσσοί (Τ: περίοδος)**

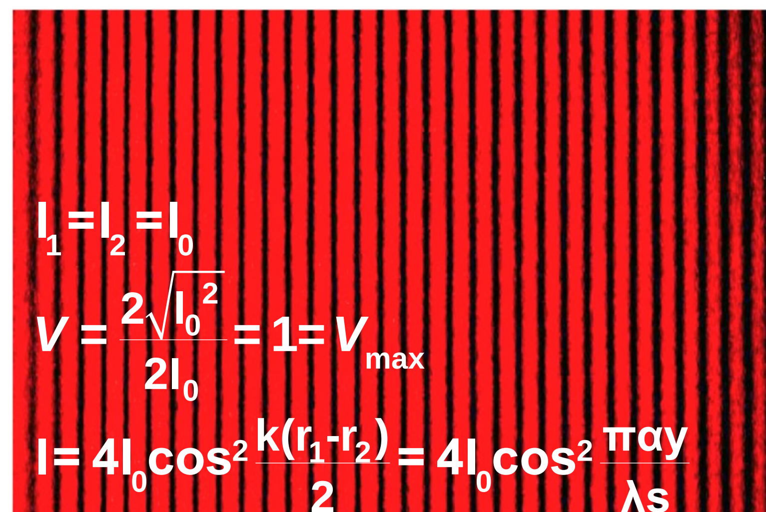
$$y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda s}{\alpha} - \frac{m\lambda s}{\alpha} = \frac{\lambda s}{\alpha} = T$$



$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Ευκρίνεια κροσσών (V):



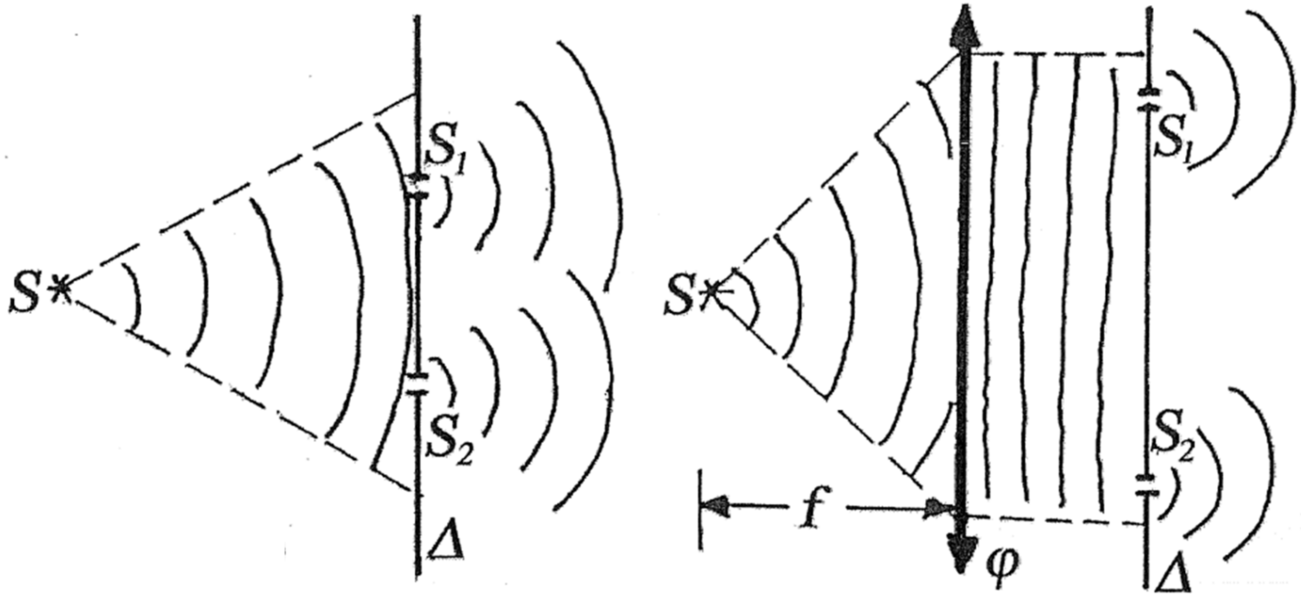


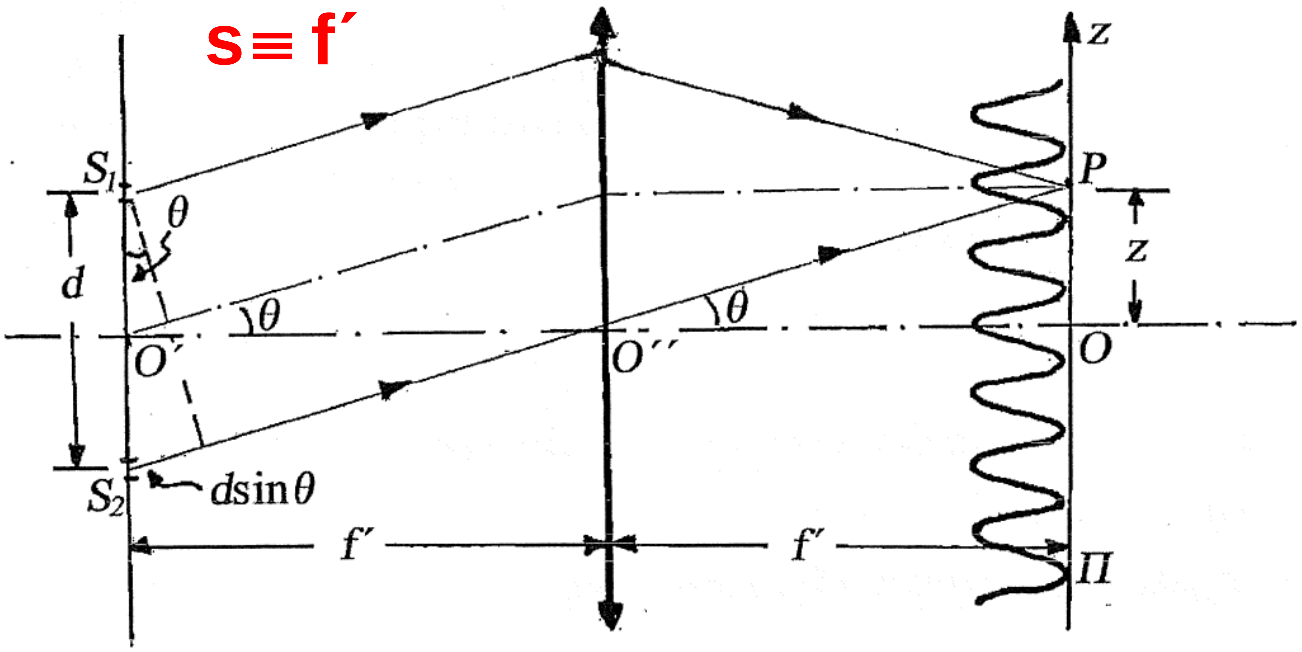
$$I_1 = I_2 = I_0$$

$$V = \frac{2\sqrt{I_0^2}}{2I_0} = 1 = V_{max}$$

$$I = 4I_0\cos^2\frac{k(r_1 - r_2)}{2} = 4I_0\cos^2\frac{\pi\alpha y}{\lambda s}$$

ΣΥΜΒΟΛΗ ΜΑΚΡΙΝΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΣΤΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ (ΦΑΚΟΣ)

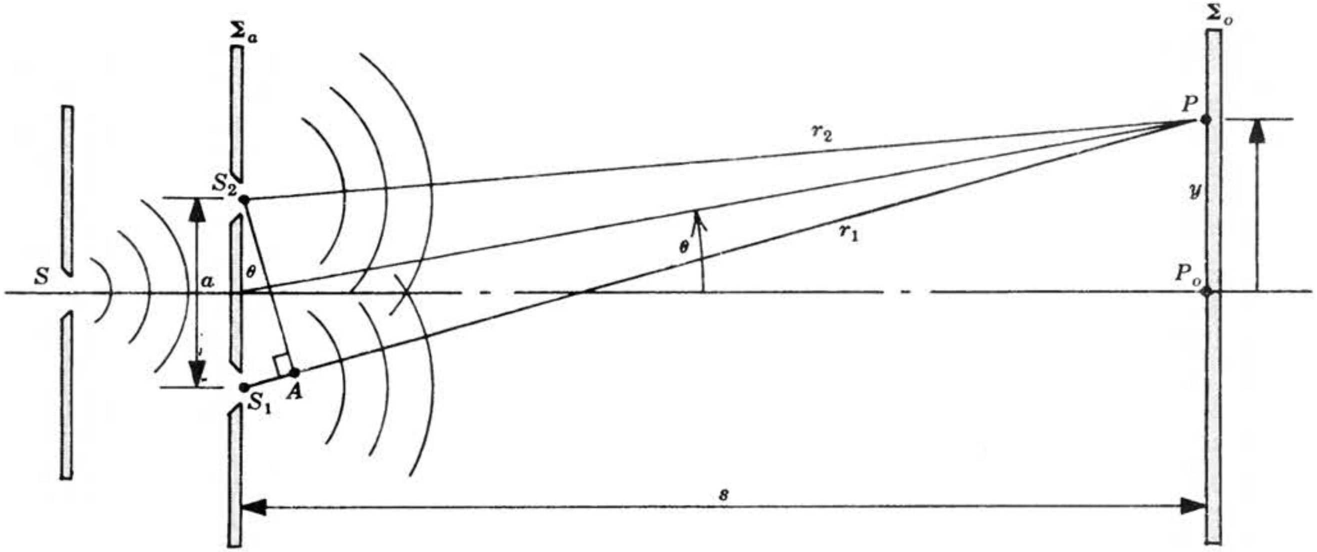


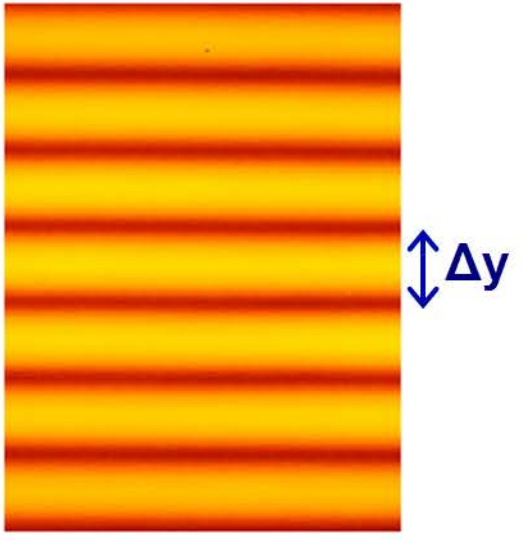


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG

📖 **Απόσταση διαδοχικών σκοτεινών κροσσών: Δy= 5.6 mm, απόσταση πηγών-πετάσματος s= 10 m, απόσταση πηγών S_1, S_2: α= 1 mm**

⇨ **Να βρεθεί το μήκος κύματος του φωτός**





- ✓ **Μέγιστα συμβολής:**

$$y=\frac{m\lambda s}{\alpha}\quad (m=0,\pm1,\pm2,\ldots)$$

- ✓ **Ελάχιστα συμβολής:**

$$y=\frac{(2m+1)\lambda s}{2\alpha}$$

➢ **Απόσταση κροσσών:**

$$\Delta y=\frac{\lambda s}{\alpha}\Rightarrow\lambda=\frac{\alpha\Delta y}{s}$$

$$\Rightarrow\lambda=560\,\text{nm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG

📖 **Θάλαμος x= 25 mm γεμάτος με αέρα (n_α= 1.000276), αντικαθιστούμε τον αέρα με άγνωστο αέριο (n_g) και η εικόνα συμβολής μετατοπίζεται κατά 21 κροσσσούς προς τη πλευρά του θαλάμου, λ_0= 656.2816 nm**

⇨ **Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης n_g του άγνωστου αερίου**

Οπτικός δρόμος με αέρα:

$$L_\alpha = n_\alpha x$$

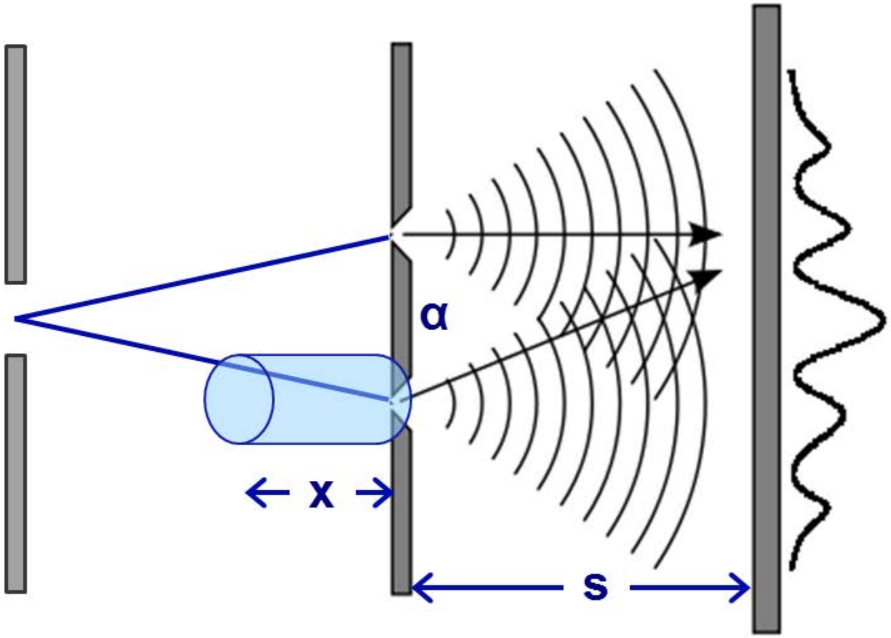
Οπτικός δρόμος με αέριο:

$$L_g = n_g x$$

Διαφορά οπτικών δρόμων

$$\Delta L = L_g - L_\alpha = x(n_g - n_\alpha) \quad (1)$$

λ_0 = 656.2816 nm (Fraunhofer line)



Αλλά

$$\Delta L = \Delta m \lambda_0 = 21\lambda_0 \quad (2)$$

$$\text{Οι (1), (2)} \Rightarrow 21\lambda_0 = x(n_g - n_\alpha) \Rightarrow n_g = n_\alpha + \frac{21\lambda_0}{x} \Rightarrow$$

$$n_g = 1.000827$$

ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ 2 ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΠΗΓΩΝ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

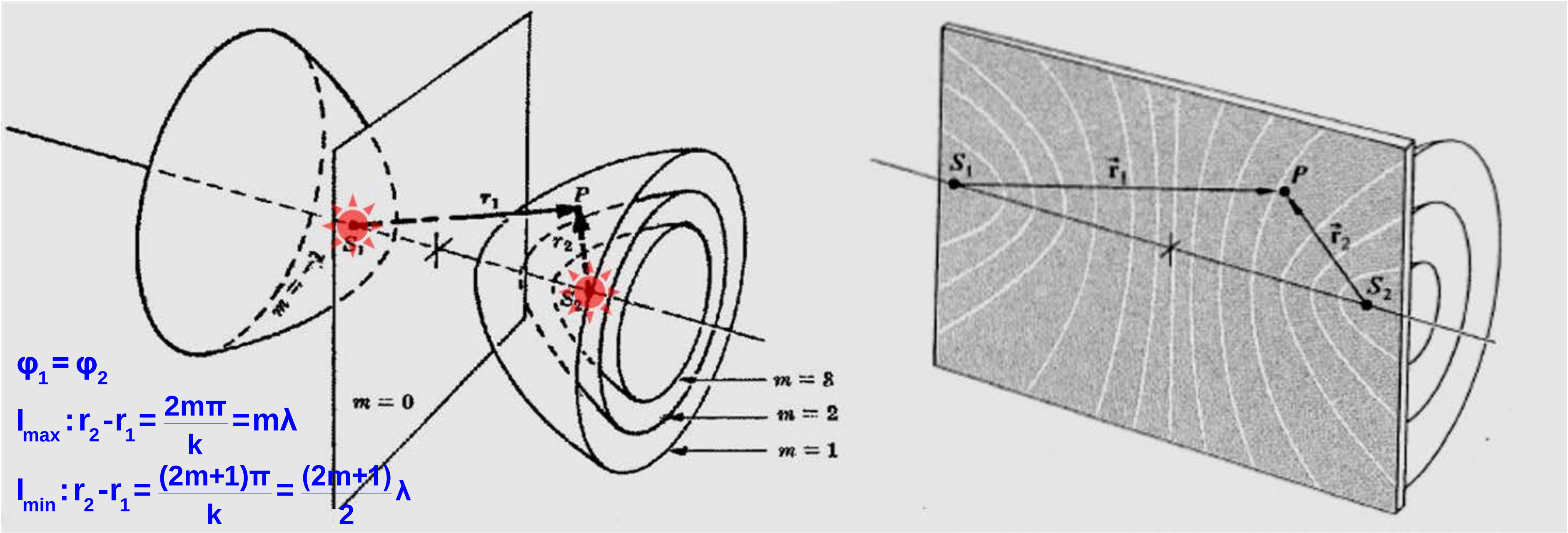
- **Κατανομή της έντασης του φωτός (εικόνα συμβολής) από την επαλληλία 2 σε φάση και σε συμφωνία σημειακών πηγών <u>σε όλο το χώρο</u>**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$
$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Περιοχές στο χώρο με σταθερή ένταση:

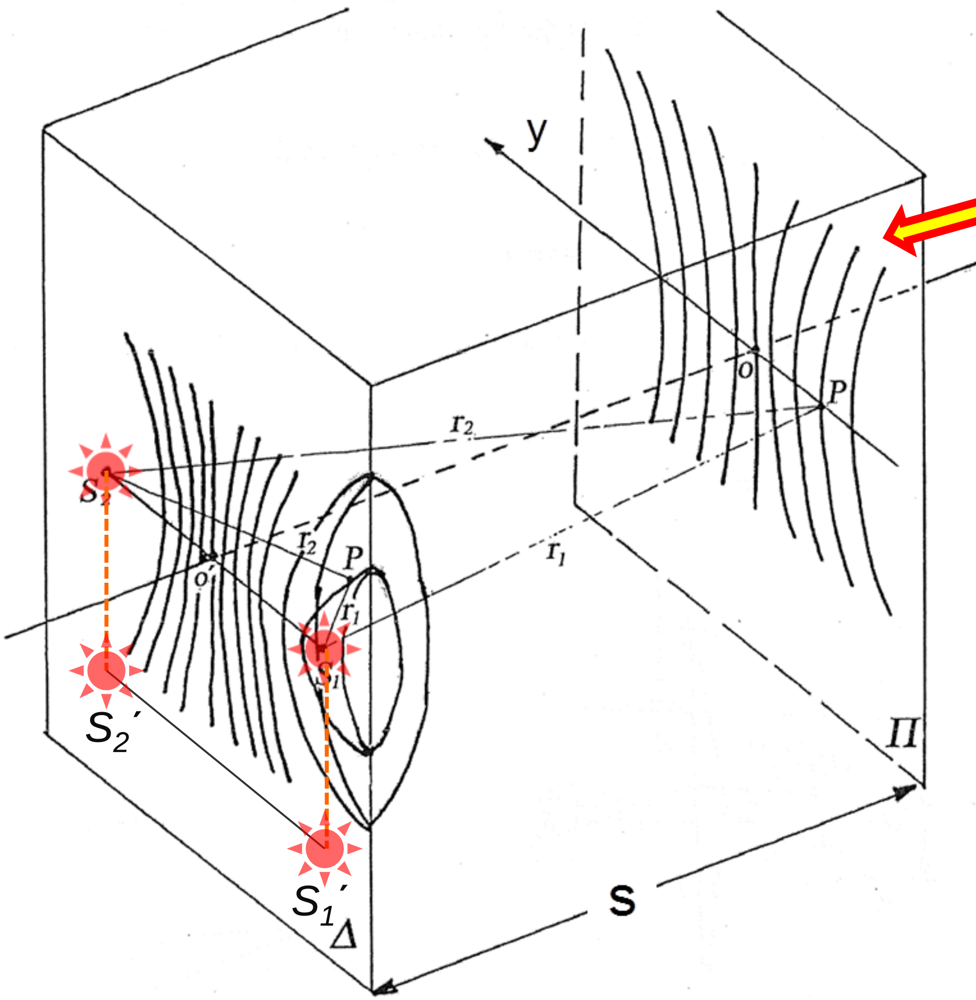
$$\delta = \text{σταθ.} \rightarrow k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2) = \text{σταθ.}$$
$$\rightarrow r_2 - r_1 = \text{σταθ.}$$

⇨ **Οι επιφάνειες r_2-r_1= σταθ. σχηματίζουν ισαπέχοντα ζεύγη υπερβολοειδών από περιστροφή γύρω από τον άξονα που ενώνει τις πηγές S_1 και S_2 με εστίες τα S_1, S_2 (μέγιστα, ελάχιστα προτύπου συμβολής)**

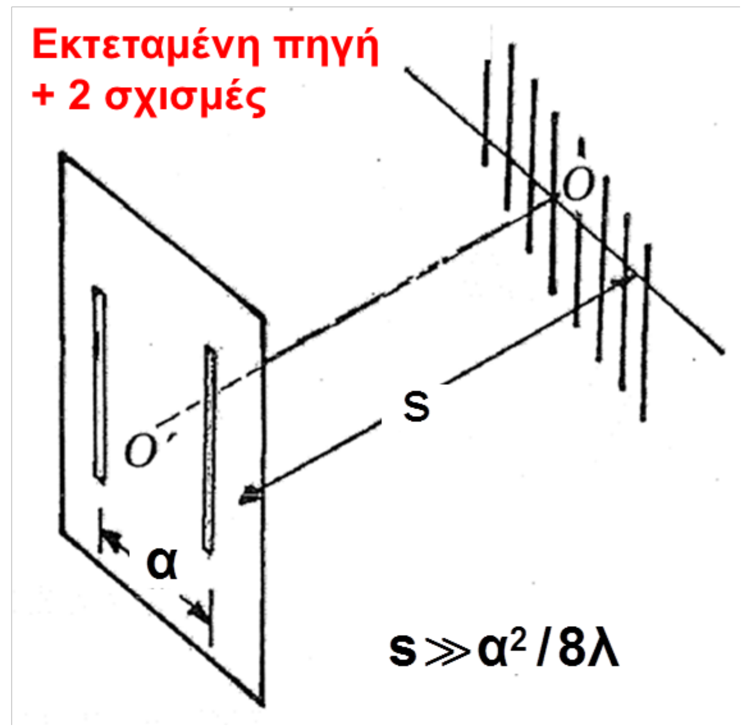


$$\varphi_1 = \varphi_2$$
$$I_{max} : r_2 - r_1 = \frac{2m\pi}{k} = m\lambda$$
$$I_{min} : r_2 - r_1 = \frac{(2m+1)\pi}{k} = \frac{(2m+1)}{2}\lambda$$

ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ 2 ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΠΗΓΩΝ ΣΤΟ ΧΩΡΟ



Πρότυπο συμβολής μακρινού πεδίου, $s >> \alpha^2/8\lambda$ (μεγάλη καμπυλότητα κοντά στο O)

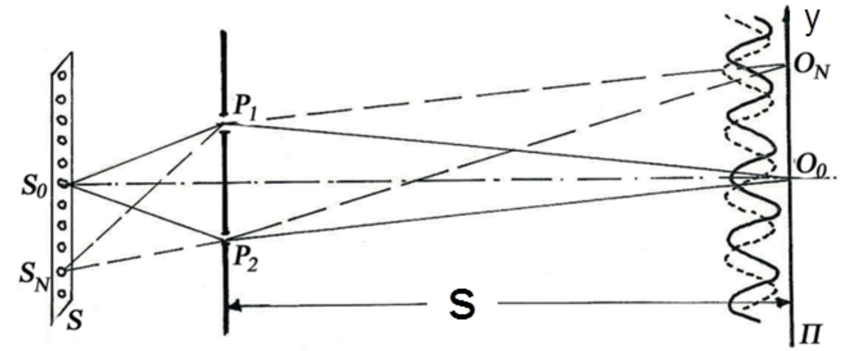


⇨ **Οι μετατοπισμένες πηγές $S_1´$, $S_2´$ δίνουν το ίδιο πρότυπο μακρινού πεδίου με τις S_1, S_2 (μετατοπισμένο) → αύξηση λαμπρότητας των κροσσών συμβολής (ασύμφωνη επαλληλία των 2 προτύπων)**

2 ΣΗΜΕΙΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ ΠΡΟΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ 1 ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΗ

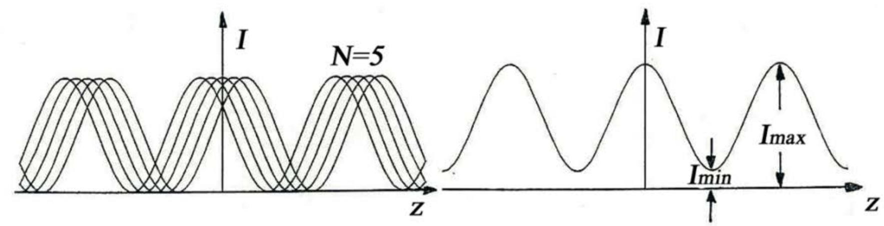
✓ **Η επαλληλία των διαταραχών που προέρχονται από τα P_1, P_2 όταν φωτίζονται από ένα σημείο S_o της πηγής S είναι σύμφωνη (συμβολή)**

✓ **Δεν συμβαίνει το ίδιο όταν τα P_1, P_2 φωτίζονται ταυτόχρονα από δύο ή και περισσότερα σημεία της πηγής S $\rightarrow$ μετατόπιση του κέντρου του προτύπου συμβολής O**

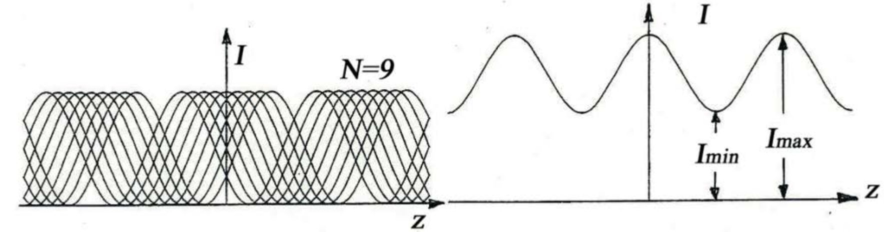


✓ **Συνολική κατανομή έντασης: άθροισμα των κατανομών (ασύμφωνη επαλληλία) που προέρχονται από κάθε S_i**

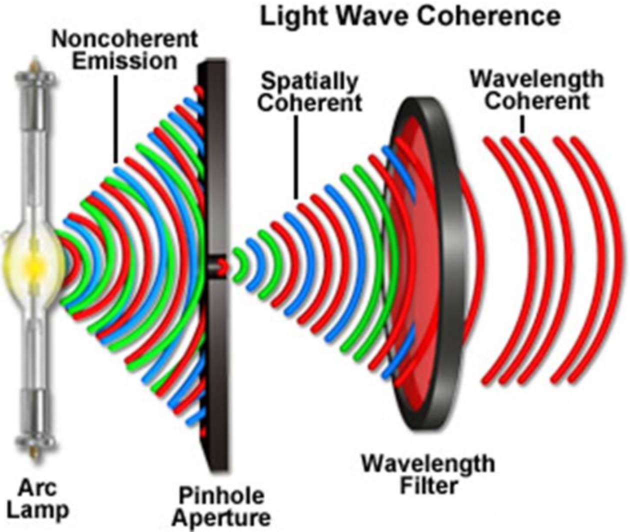
φωτεινοί κροσσοί: $y=\frac{m\lambda s}{\alpha}$, σκοτεινοί κροσσοί: $y=\frac{(2m+1)\lambda s}{2\alpha}$



❖ **Η αύξηση των διαστάσεων της πηγής έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση (ή μηδενισμό) της ευκρίνειας των κροσσών, *V***



ΣΥΜΦΩΝΙΑ

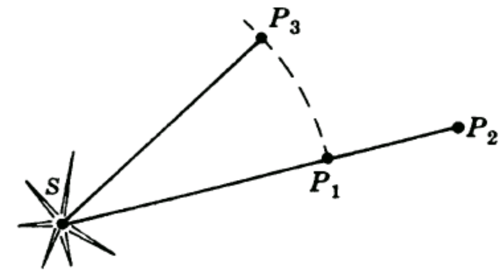

Light Wave Coherence
Noncoherent Emission
Spatially Coherent
Wavelength Coherent
Arc Lamp
Pinhole Aperture
Wavelength Filter

ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

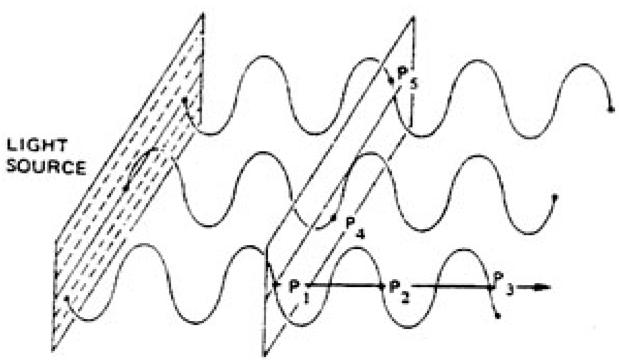
📖 **ΣΥΜΦΩΝΙΑ**: βαθμός συσχετισμού (βαθμός συμφωνίας) Η/Μ διαταραχών σε 2 ή περισσότερα σημεία ενός διαδιδόμενου μετώπου κύματος

❖ **ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΥΜΦΩΝΙΑ**: σχετίζεται με το φασματικό εύρος (ζώνη συχνοτήτων) των εκπεμπόμενων κυματοσυρμών

❖ **ΧΩΡΙΚΗ ΣΥΜΦΩΝΙΑ**: σχετίζεται με τις διαστάσεις των πηγών

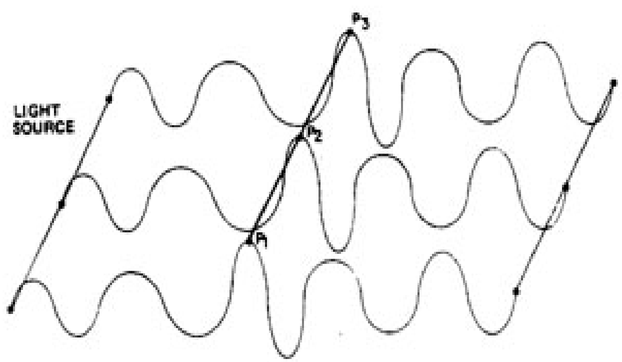


χρονική συμφωνία



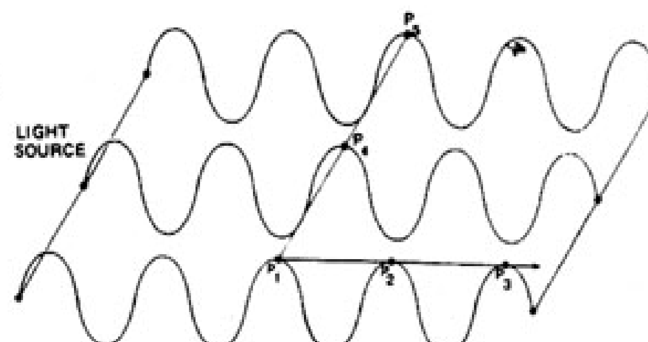
Οι διαφορές φάσης κατά τη διεύθυνση διάδοσης είναι σταθερές (P_1,P_2,P_3)

χωρική συμφωνία



Τα σημεία σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης είναι σε φάση

χρονική και χωρική συμφωνία



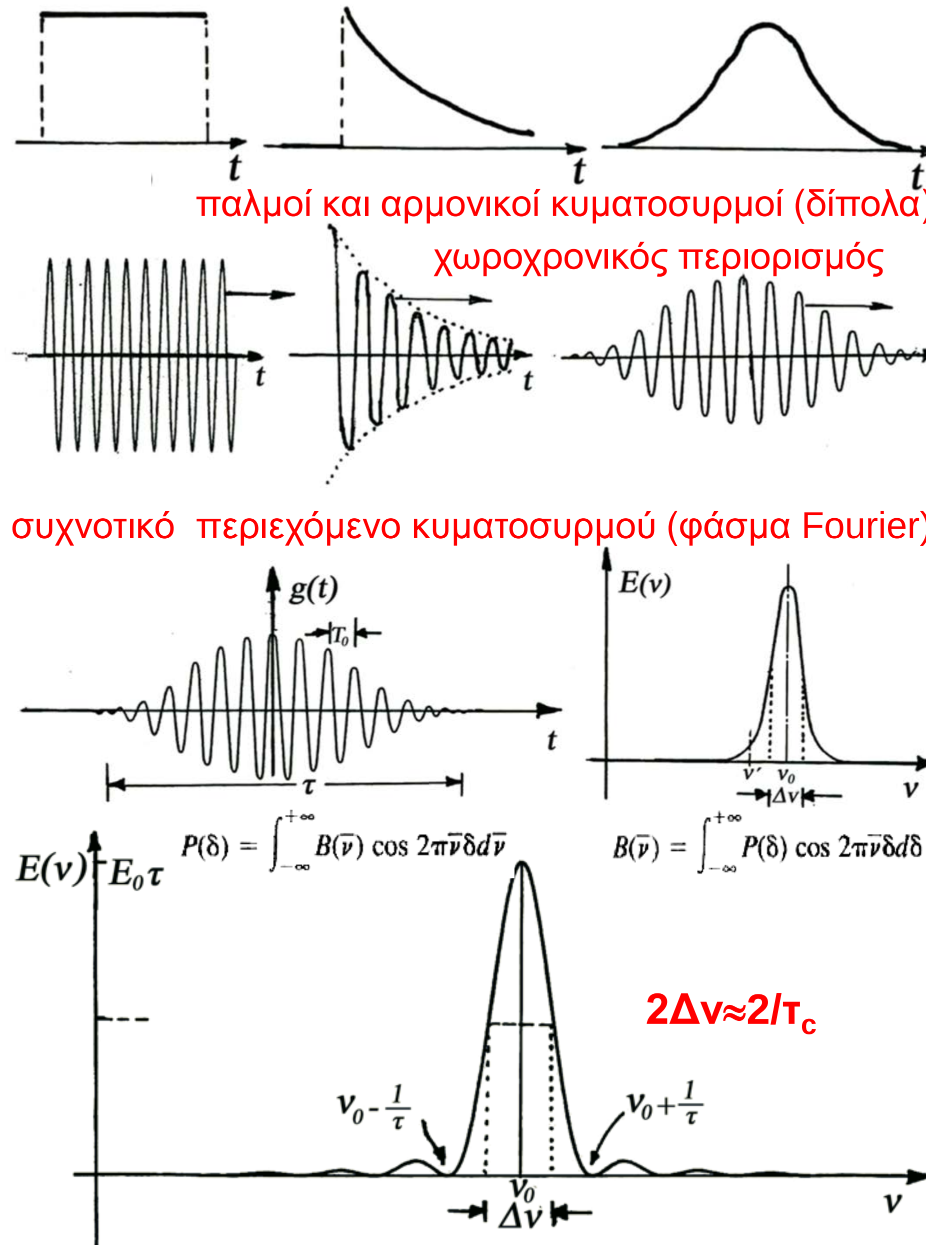
μέτωπο κύματος ≡ ισοφασική επιφάνεια

ΕΥΡΟΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ - ΧΡΟΝΟΣ ΚΑΙ ΜΗΚΟΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

- **ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΥΜΦΩΝΙΑ: σχετίζεται με το φασματικό εύρος (ζώνη συχνοτήτων, Δν) των εκπεμπό-μενων κυματοσυρμών**

- ✓ **ΧΡΟΝΟΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ $\tau=\tau_c$: το χρονικό διάστημα στο οποίο η φάση του κύματος είναι σαφώς καθορισμένη (η διαφορά φάσης 2 χρονικών στιγμών που διαφέρ-ουν λιγότερο από τ_c είναι σταθερή), $\Delta\nu\cdot\tau_c \sim 1$**

- ✓ **ΜΗΚΟΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ, l_c: η απόσταση που διανύει το κύμα μέσα στο χρόνο συμφωνίας ($l_c = \upsilon\tau_c$), χωρικό διάστημα μέσα στο οποίο η διαφορά φάσης είναι σαφώς καθορισμένη**



ΣΧΕΣΗ ΜΗΚΟΥΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ - ΦΑΣΜΑΤΙΚΟΥ ΕΥΡΟΥΣ

- ✓ **Μήκος κυματοσυρμού του οποίου η εκπομπή διήρκεσε χρόνο τ_c:**

  $l_c = \upsilon\tau_c$ (1)

- ✓ **Φασματικό εύρος (ζώνη συχνοτήτων):**

  $\Delta\nu \approx 1/\tau_c$ (2)

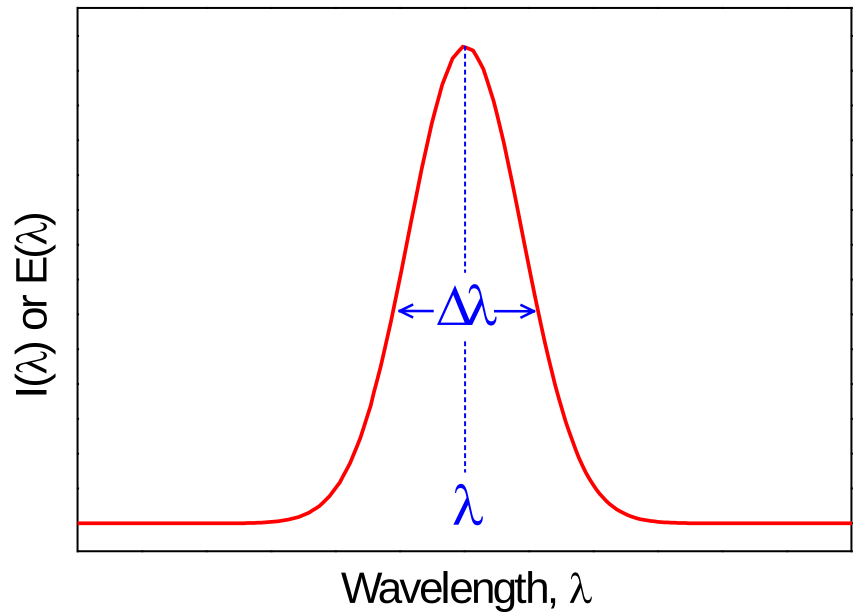
- ✓ **Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής:**

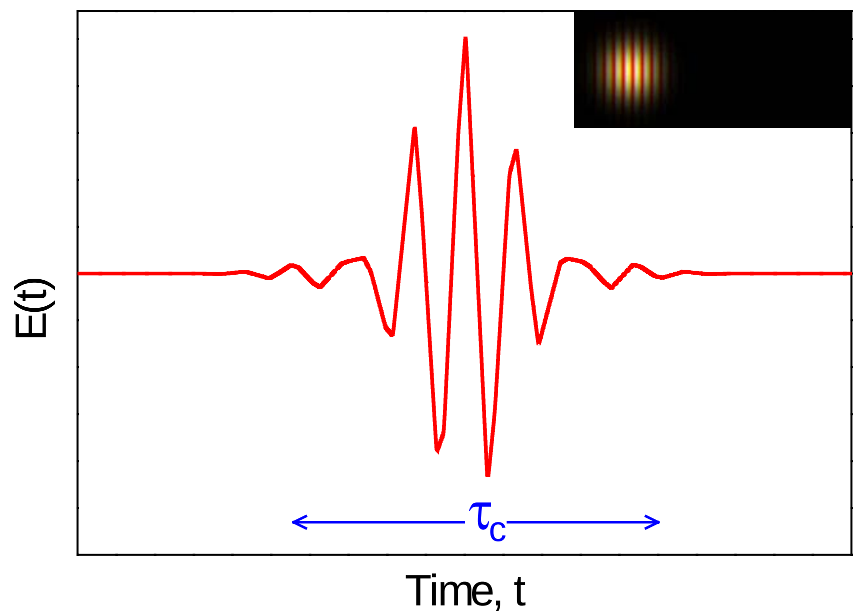
  $\upsilon = \lambda\nu \Rightarrow \nu = \upsilon/\lambda$ (3)

$$\text{H}\,(3) \Rightarrow d\nu = -\frac{\upsilon}{\lambda^2}d\lambda \rightarrow \Delta\nu = -\frac{\upsilon}{\lambda^2}\Delta\lambda \quad (4)$$

$$\text{H}\,(4) \overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{1}{\tau_c} = \frac{\upsilon}{\lambda^2}\Delta\lambda \quad (5)$$

$$\text{H}\,(5) \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{\upsilon}{l_c} = \frac{\upsilon}{\lambda^2}\Delta\lambda \Rightarrow \boxed{l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}}$$





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΖΩΝΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ - ΣΥΜΦΩΝΙΑ

📖 **Λευκό φως, λ: 390-780 nm, ν= $7.69x10^{14}$-$3.84x10^{14}$ Hz**

⇨ **Να υπολογιστεί το εύρος της ζώνης συχνοτήτων, το αντίστοιχο μήκος και ο χρόνος συμφωνίας**

✓ **Εύρος της ζώνης συχνοτήτων:**

$$\Delta\nu = \left(7.69x10^{14} - 3.84x10^{14}\right) \mathrm{Hz}$$

$$\Delta\nu = 3.85x10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

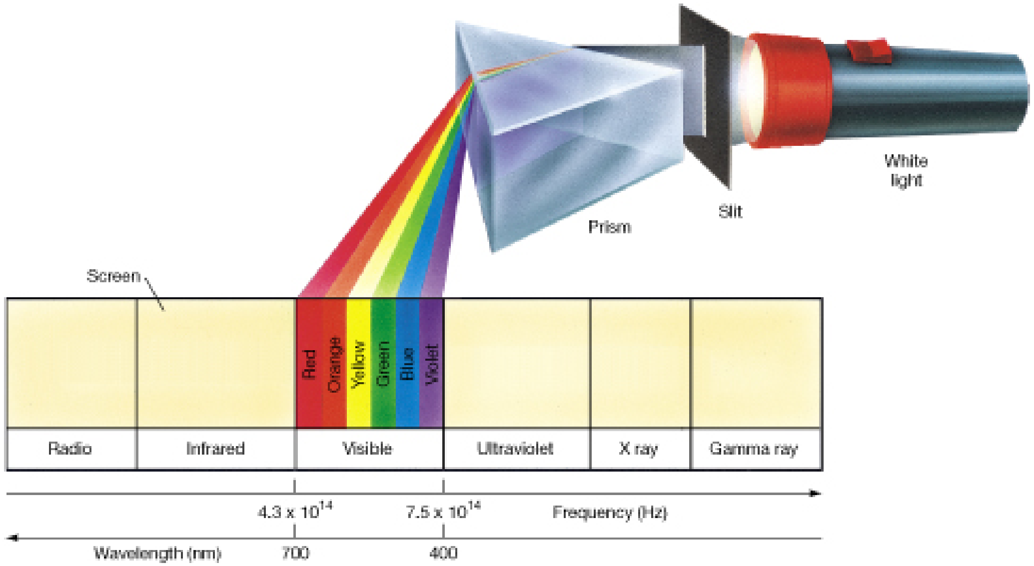
✓ **Χρόνος συμφωνίας:**

$$\Delta\nu \cdot \tau_c \approx 1 \Rightarrow \tau_c \approx \frac{1}{\Delta\nu}$$

$$\tau_c \approx 2.6x10^{-15}\ \mathrm{s}$$

✓ **Μήκος συμφωνίας:**

$$l_c = c \cdot \tau_c = 779\ \mathrm{nm}$$

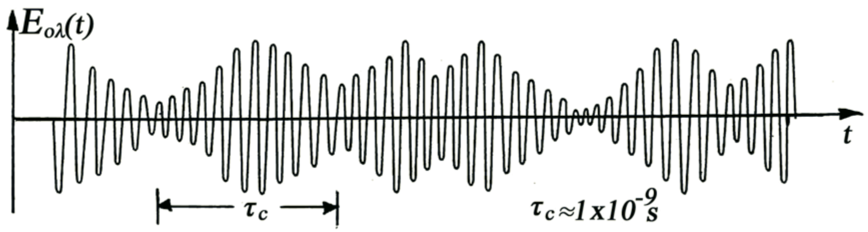


$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \approx \frac{585^2}{390} = 877\ \mathrm{nm}$$

ΣΥΧΝΟΤΙΚΗ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

- **Μια δέσμη ψευδομονοχρωματικού φωτός, προκύπτει από την επαλληλία πλήθους κυματοσυρμών που εκπέμπονται από την πηγή με τυχαίο τρόπο**

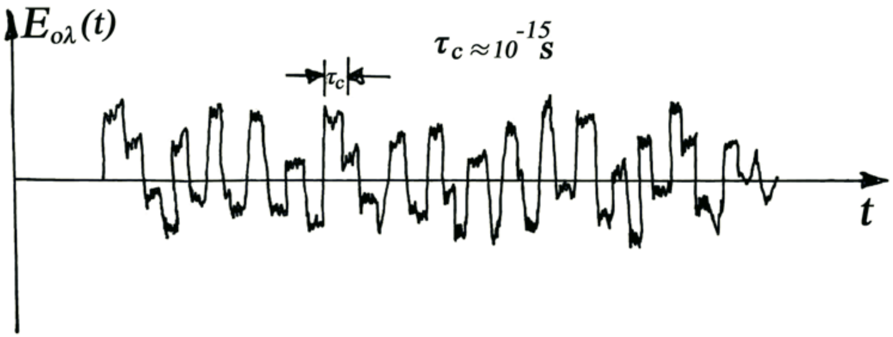
Χρονική διαταραχή συνολικού πεδίου (επαλληλία συνόλου κυματοσυρμών)

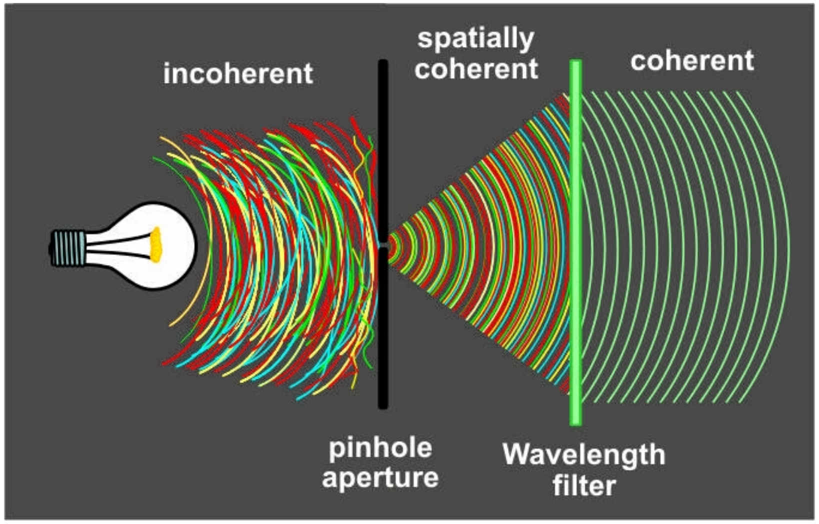


$$E_{ολ}(t)= E_0(t)\cos\{2\pi\nu_o t+\varphi(t)\}$$

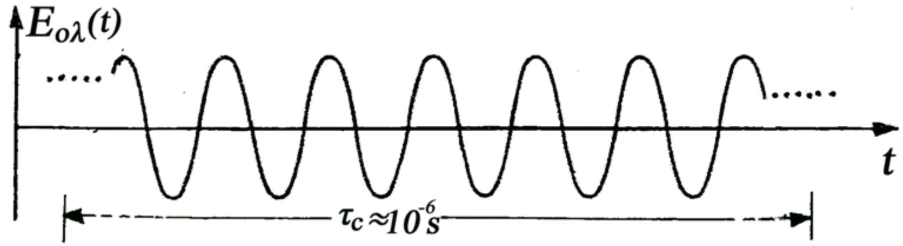
- **<u>Συχνοτική ευστάθεια</u> $\Delta\nu/\nu_o$ (φασματική καθαρότητα φωτός)**

- **Μεγάλο φασματικό εύρος Δλ: λευκό φως που εκπέμπεται από μια θερμική πηγή**



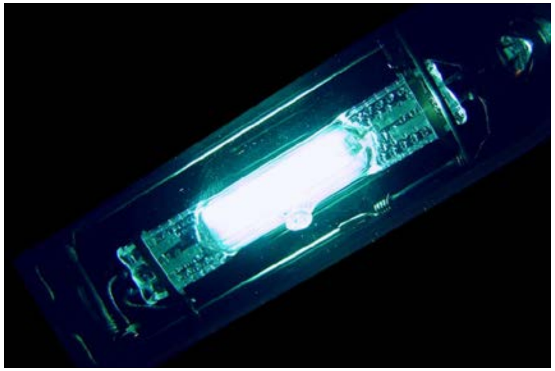


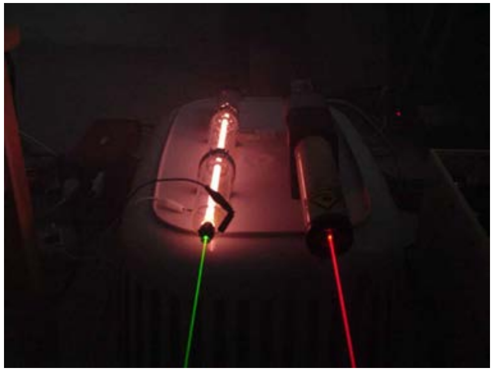
- **σταθεροποιημένο laser He-Ne**



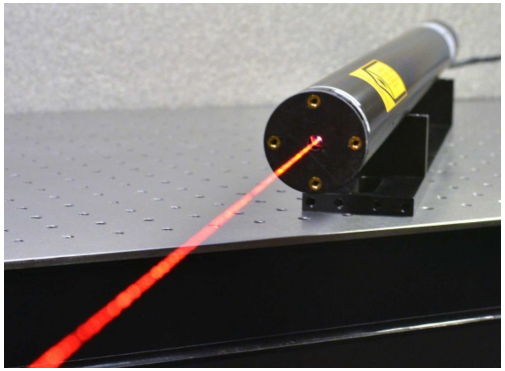
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΦΩΤΕΙΝΩΝ ΠΗΓΩΝ

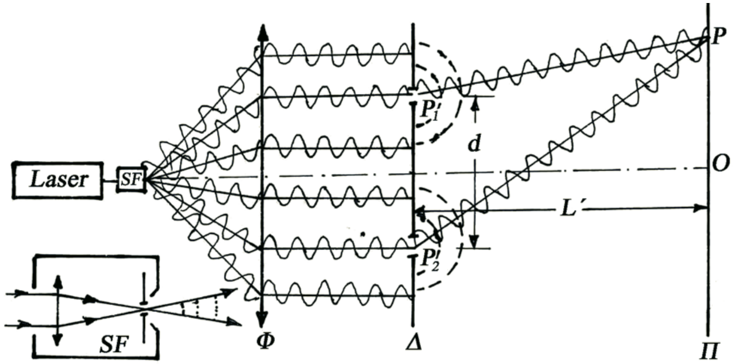
Πηγή φωτός	λ_o (nm)	$\nu_o = c/\lambda_o$ (Hz)	$\Delta\lambda$ (nm)	$\Delta\nu = (c/\lambda^2)\Delta\lambda$	F.S.$=\Delta\nu/\nu_o$	$\tau_c = 1/\Delta\nu$ (s)	$l_c = \lambda_o^2/\Delta\lambda$
Θερμική πηγή λευκού φωτός	550	5.4×10^{14}	300	2.9×10^{14}	0.53	3.4×10^{-15}	1034 nm
Κοινή φασματική λυχνία Hg (υψηλής πίεσης)	546.1	5.5×10^{14}	1	1×10^{12}	1.8×10^{-3}	1×10^{-12}	0.03 cm
Φασματική λυχνία Cd (χαμηλής πίεσης)	643.8	4.6×10^{14}	0.0013	9.4×10^{8}	2×10^{-6}	1×10^{-9}	0.3 m
Κοινό laser He-Ne	632.8	4.7×10^{14}	5×10^{-4}	3.7×10^{8}	7.9×10^{-7}	2.7×10^{-9}	0.8 m
Σταθεροποιημένο laser He-Ne (single mode)	632.8	4.7×10^{14}	1×10^{-6}	7.5×10^{5}	1.6×10^{-9}	1.3×10^{-6}	390 m
Ειδικό laser He-Ne	1153	2.6×10^{14}	8.9×10^{-11}	20	7.7×10^{-14}	5×10^{-2}	15×10^{6} m

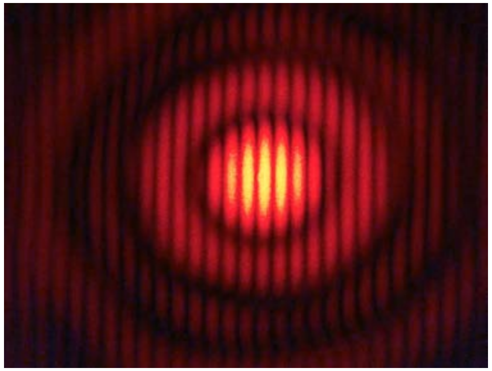


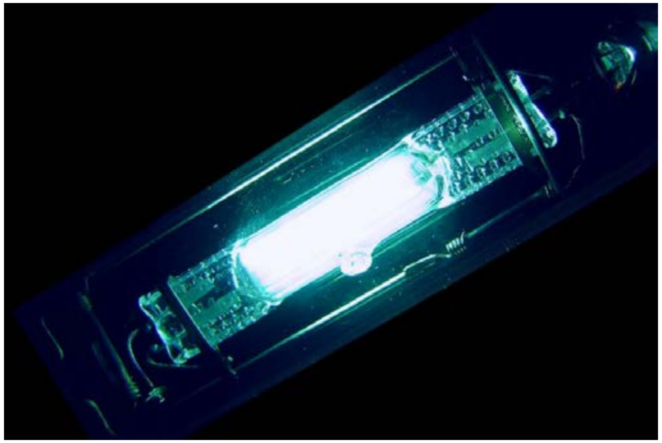


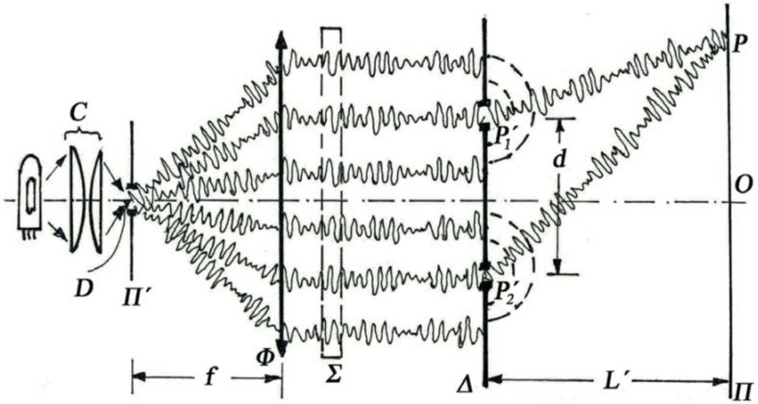
ΔΙΑΤΑΞΗ YOUNG - ΠΑΡΑΓΩΓΗ 2 ΧΩΡΙΚΑ ΣΥΜΦΩΝΩΝ ΜΕΤΩΠΩΝ ΚΥΜΑΤΟΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ

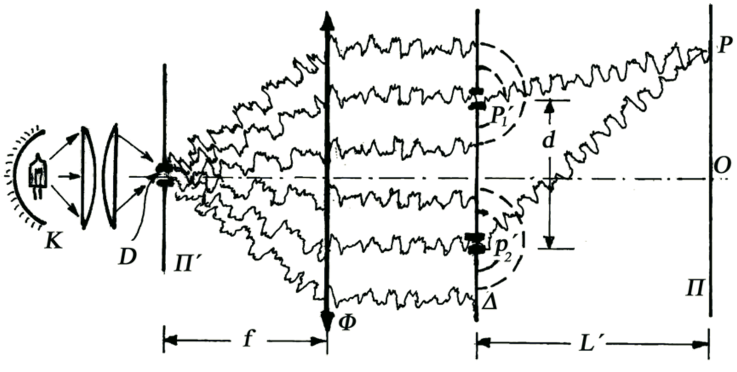












ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG ΚΑΙ ΧΩΡΙΚΗ ΣΥΜΦΩΝΙΑ

⇨ **Κατανομή της έντασης στη διάταξη Young:**

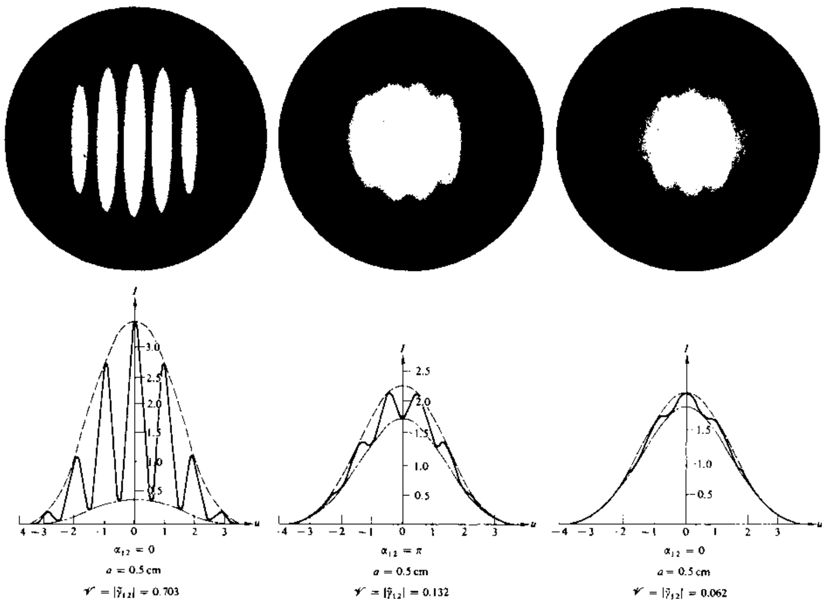
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\mathrm{Re}\left\{\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right\} \rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right|\cos\delta(\tau)$$

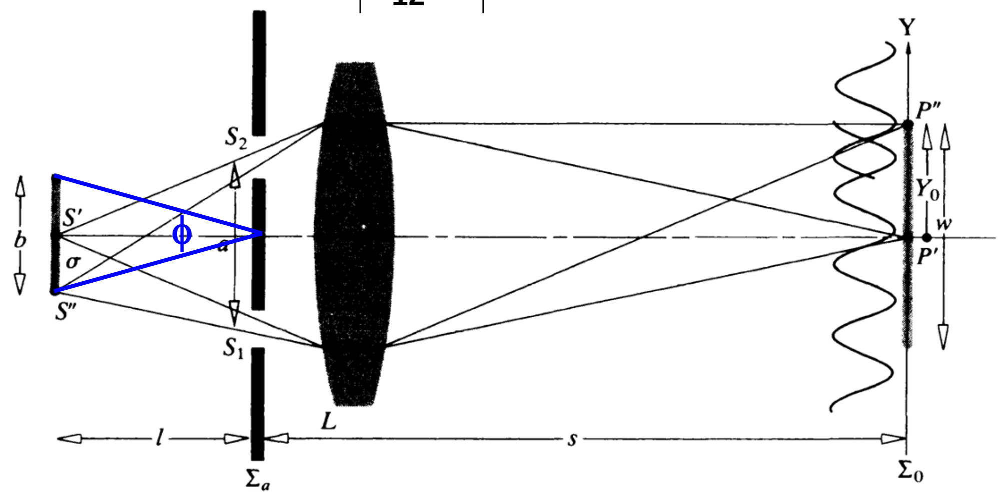
❖ **$\tilde{\gamma}_{12}(\tau)$: μιγαδικός συντελεστής συμφωνίας**

$\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right| = 1$: τέλεια συμφωνία

$\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right| = 0$: τέλεια ασυμφωνία

$\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right| < 1$: μερική συμφωνία





✓ **Για πηγή S με σχήμα δίσκου διαμέτρου D η αύξηση της απόστασης α των S_1, S_2 θα οδηγήσει στην εξαφάνιση των κροσσών (*V*= 0) όταν α= α_0**

$$\alpha_0 = 1.22\frac{\overline{\lambda_0}}{\phi}$$

✓ **Καλή συμφωνία (ευκρίνεια κροσσών *V*> 0.88)** $\alpha \leq 0.32\dfrac{\overline{\lambda_0}}{\phi}$ $\left\{A_c = \pi(\alpha/2)^2\right\}$

(A_c:επιφάνεια συμφωνίας, περιοχή καλής συμφωνίας)

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΜΦΩΝΙΑΣ ΚΑΙ ΕΥΚΡΙΝΕΙΑ

Εύρεση της σχέσης που συνδέει το μιγαδικό συντελεστή συμφωνίας με την ευκρίνεια των κροσσών

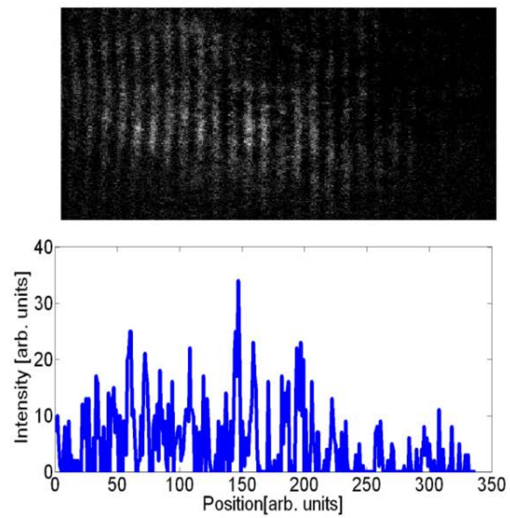
✓ **Ευκρίνεια των κροσσών:**

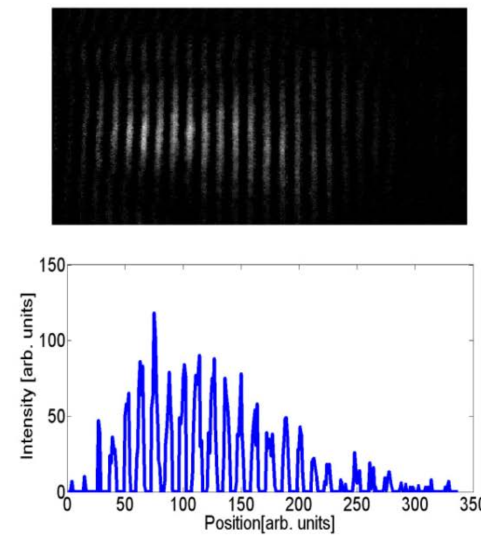
$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (1)$$

✓ **Κατανομή έντασης:**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right|\cos\delta(\tau)$$

$$\left.\begin{aligned} I_{max} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right| \\ I_{min} &= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right| \end{aligned}\right\} \quad (2)$$





$$\text{Η } (1) \overset{(2)}{\Rightarrow} V = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}\left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right|}{2(I_1 + I_2)}$$

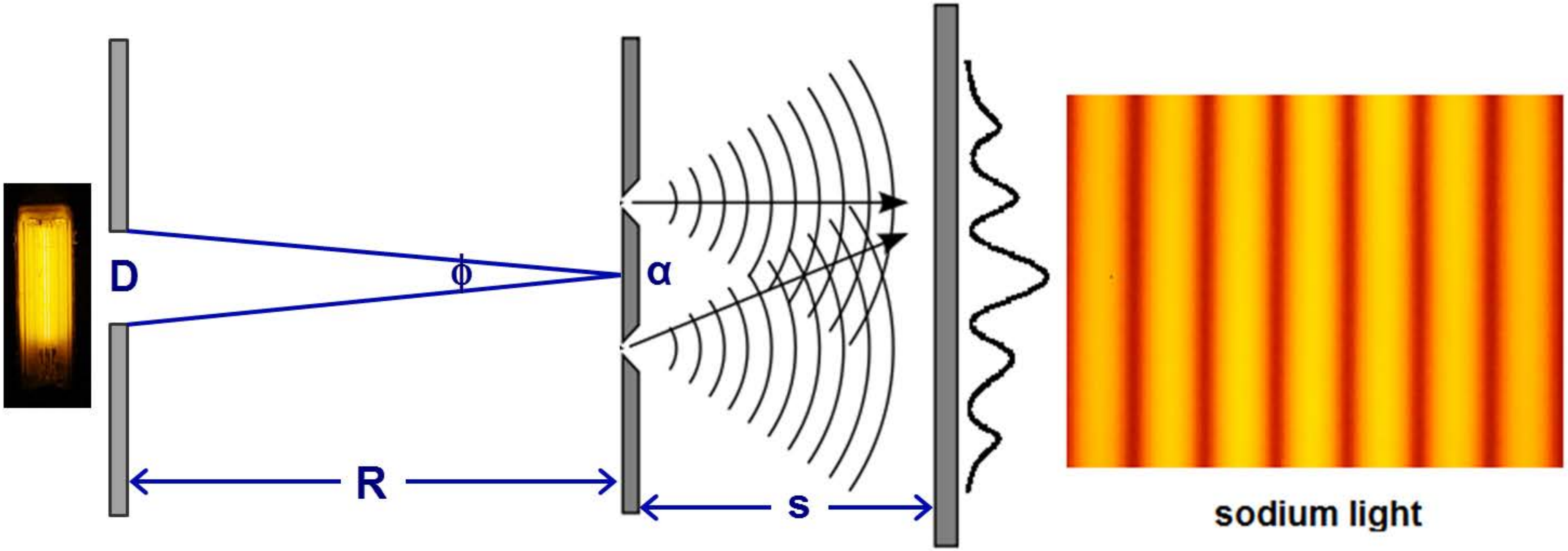
❖ **Όταν $I_1 = I_2 = I_0$ τότε $V = \left|\tilde{\gamma}_{12}(\tau)\right|$**

Ευκρίνεια των κροσσών = μέτρο του βαθμού συμφωνίας των κυμάτων

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG ΚΑΙ ΧΩΡΙΚΗ ΣΥΜΦΩΝΙΑ

🕮 **Ψευδομονοχρωματική πηγή (Na, λ=589.3 nm + διάφραγμα, D=0.1 mm) σε απόσταση R=2 m από τις 2 οπές της διάταξης του Young**

⇨ **Να υπολογιστεί η απόσταση οπών α_0 που εξαφανίζονται οι κροσσοί**



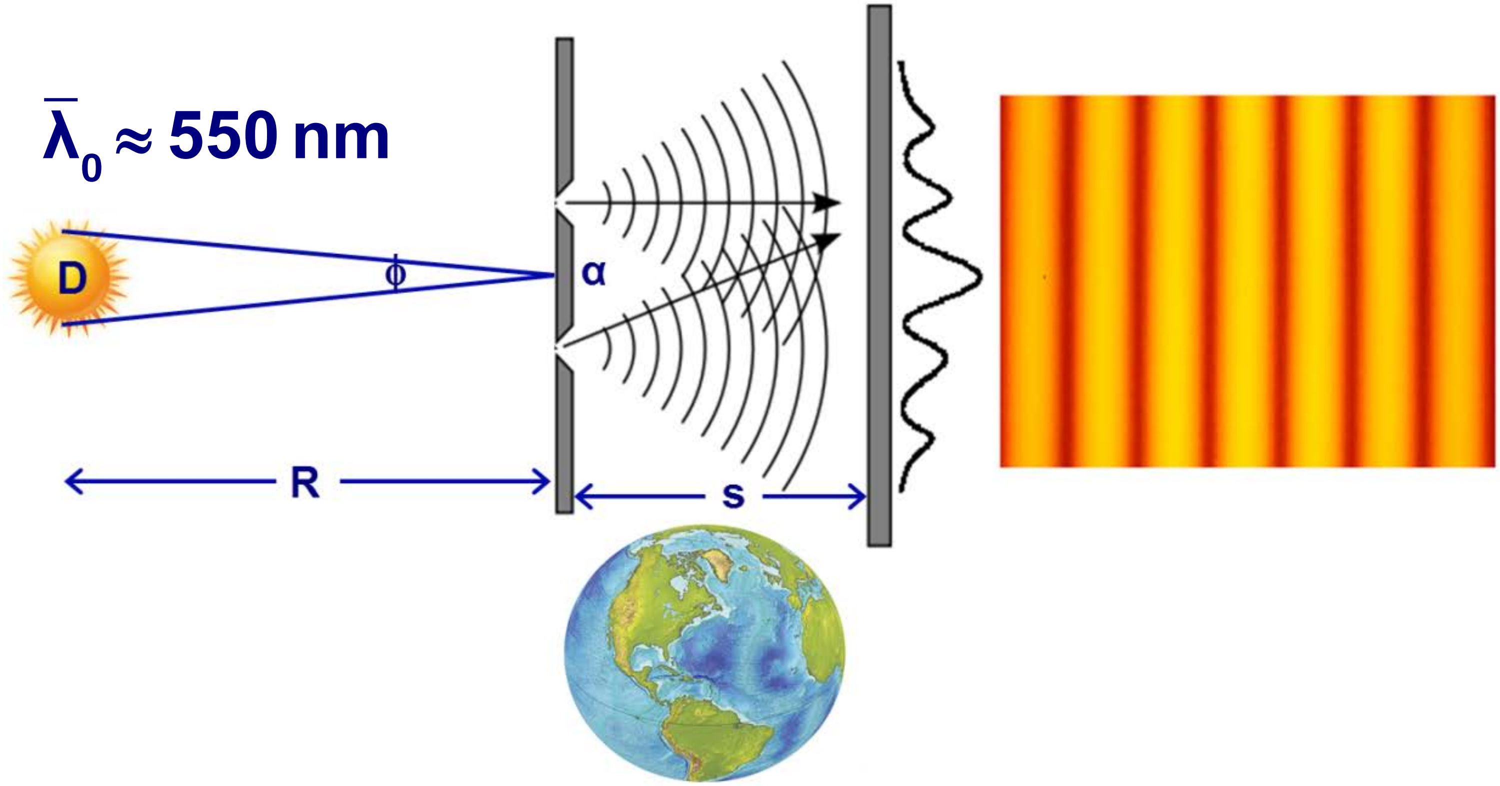
✓ **1^ος^ μηδενισμός κροσσών (V= 0):**

$$\alpha_0 = 1.22\frac{\overline{\lambda_0}}{\phi} \quad (1) \qquad \text{Για } R >> D, \phi \approx \frac{D}{R} \quad (2) \qquad \text{Η } (1) \overset{(2)}{\Rightarrow} \alpha_0 = 1.22\frac{\overline{\lambda_0}R}{D} = 14.4\,\text{mm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG ΚΑΙ ΧΩΡΙΚΗ ΣΥΜΦΩΝΙΑ

📖 **Η διάμετρος του ήλιου ($D_{ήλιου}$) φαίνεται από τη γη υπό γωνία φ= 0.5°**

⇨ **Να προσδιοριστεί η επιφάνεια συμφωνίας A_c**



✓ **Επιφάνεια συμφωνίας:**

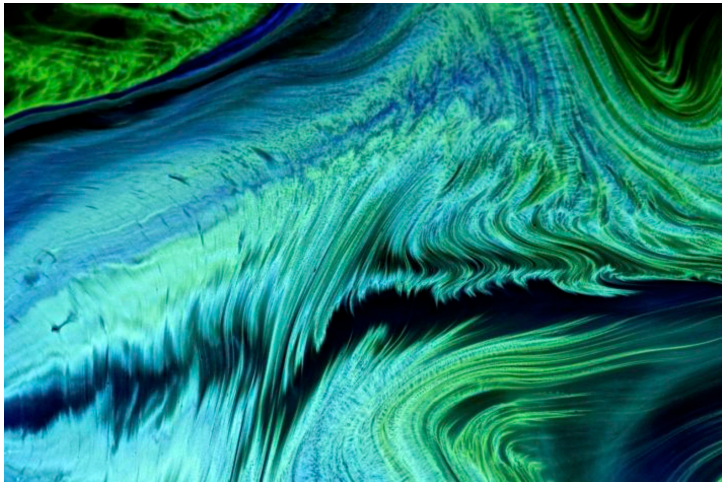
$$A_c = \pi\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \quad (1)$$

✓ **Καλή συμφωνία:**

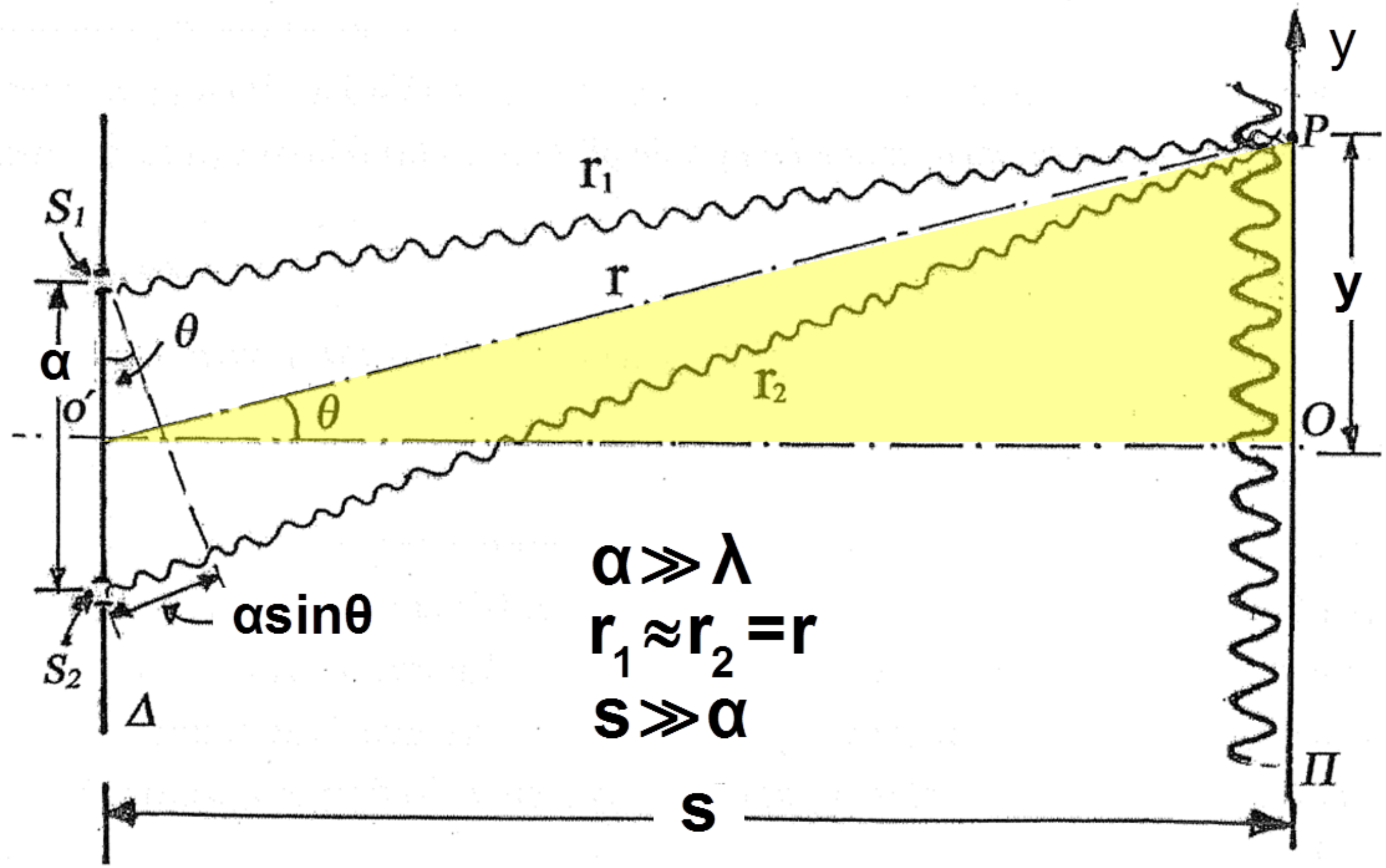
$$\alpha \leq 0.32\frac{\overline{\lambda_0}}{\phi} \quad (2)$$

$$\text{Η } (1) \overset{(2)}{\Rightarrow} A_c = 3.2\times10^{-10}\ \mathrm{m}^2$$

ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ



Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ YOUNG - ΣΥΝΟΨΗ



Ισαπέχοντες κροσσοί:

$$T = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda s}{\alpha}$$

- **Διαφορά οπτικού δρόμου στο P (n≈1):** $S_2P - S_1P = r_2 - r_1 \approx \alpha \sin\theta \approx \alpha y / s$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\{k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)\},\ k = 2\pi/\lambda$$

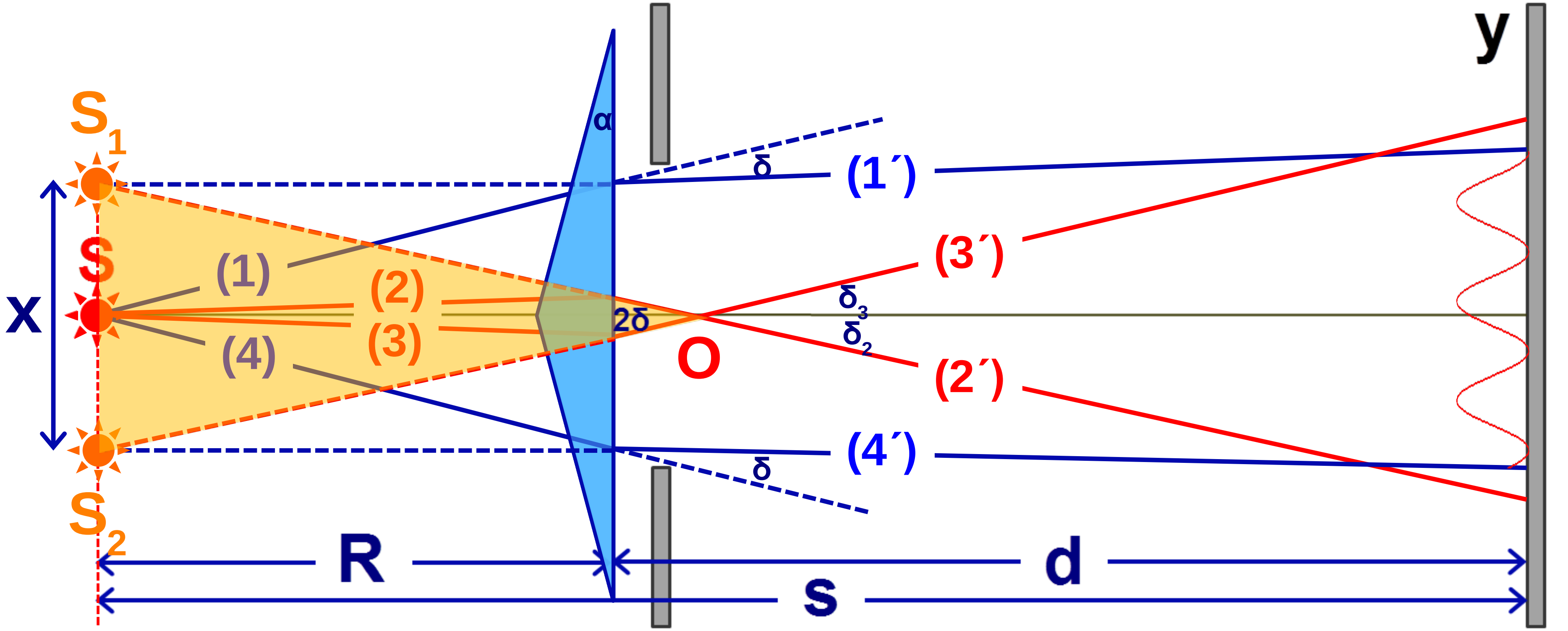
$$\text{Για } \varphi_1 = \varphi_2 \rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left\{\frac{2\pi\alpha y}{\lambda s}\right\}$$

$$\text{Μέγιστα: } y = \frac{m\lambda s}{\alpha} \quad (y=0)$$

$$\text{Ελάχιστα: } y = \frac{(2m+1)\lambda s}{2\alpha}$$

ΤΟ ΔΙΠΡΙΣΜΑ ΤΟΥ FRESNEL

- Αποτελείται από ένα πολύ λεπτό (α= 1-2°), διπλό πρίσμα (n)
- Διαίρεση μετώπου κύματος σε δύο ΣΥΜΦΩΝΑ μέρη μέσω διάθλασης



Λόγω συμμετρίας: $\delta_2 = \delta_3 = \delta$

Λεπτό πρίσμα: $\delta \approx \delta_m$

$\delta_m \approx (n-1)\alpha$

$\overset{\Delta}{OS_1S_2}$**:**

$x \approx R2\delta \Rightarrow$

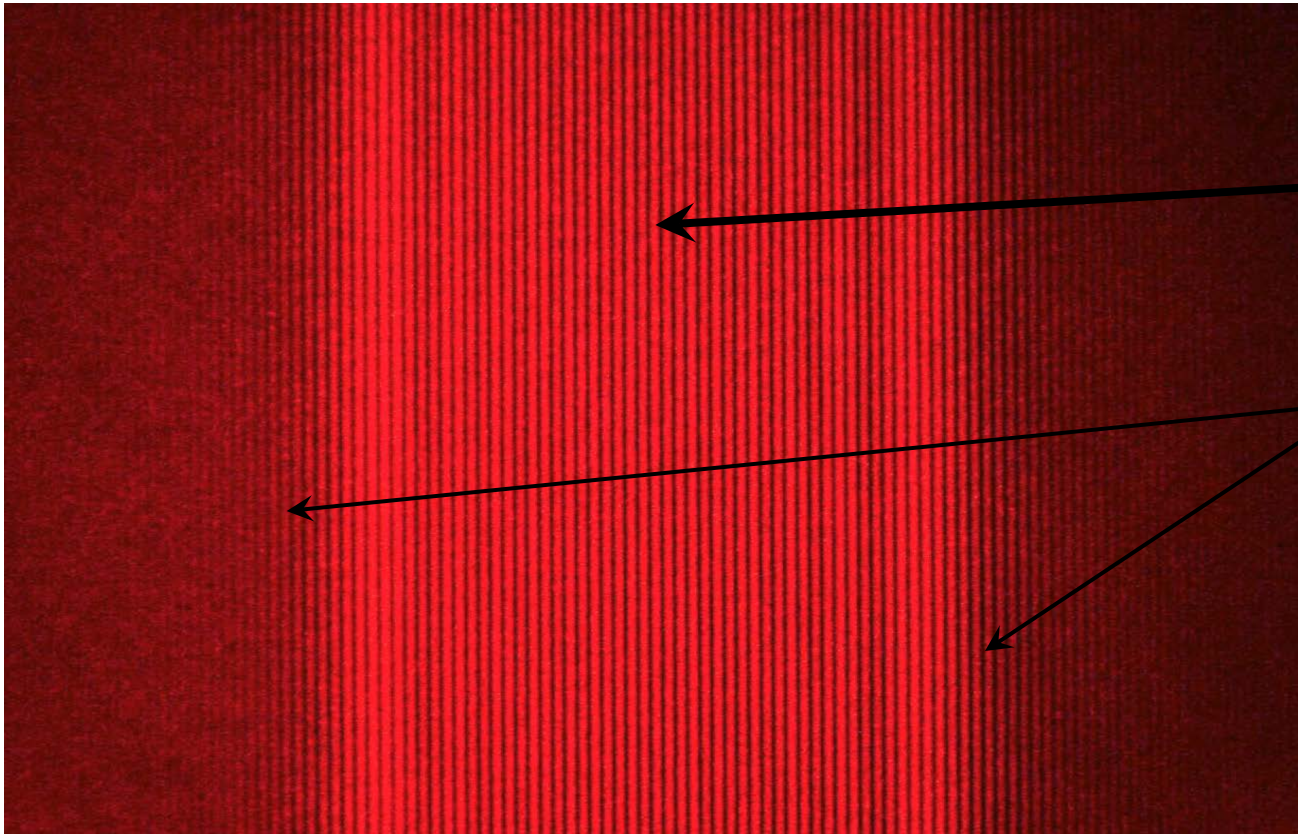
$x \approx 2R(n-1)\alpha$

Απόσταση κροσσών:

$\Delta y = \dfrac{\lambda s}{x}$ (Young)

$$\boxed{\Delta y = \frac{(R+d)\lambda}{2R(n-1)\alpha}}$$

ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΔΙΠΡΙΣΜΑ FRESNEL



<u>Απόσταση κροσσών</u>:

$$\Delta y = \frac{(R+d)\lambda}{2R(n-1)\alpha}$$

Περίθλαση Fresnel (κοντινού πεδίου) από τα όρια του διαφράγματος

- **Πρακτική εύρεση της απόστασης x των φανταστικών πηγών S_1, S_2:**

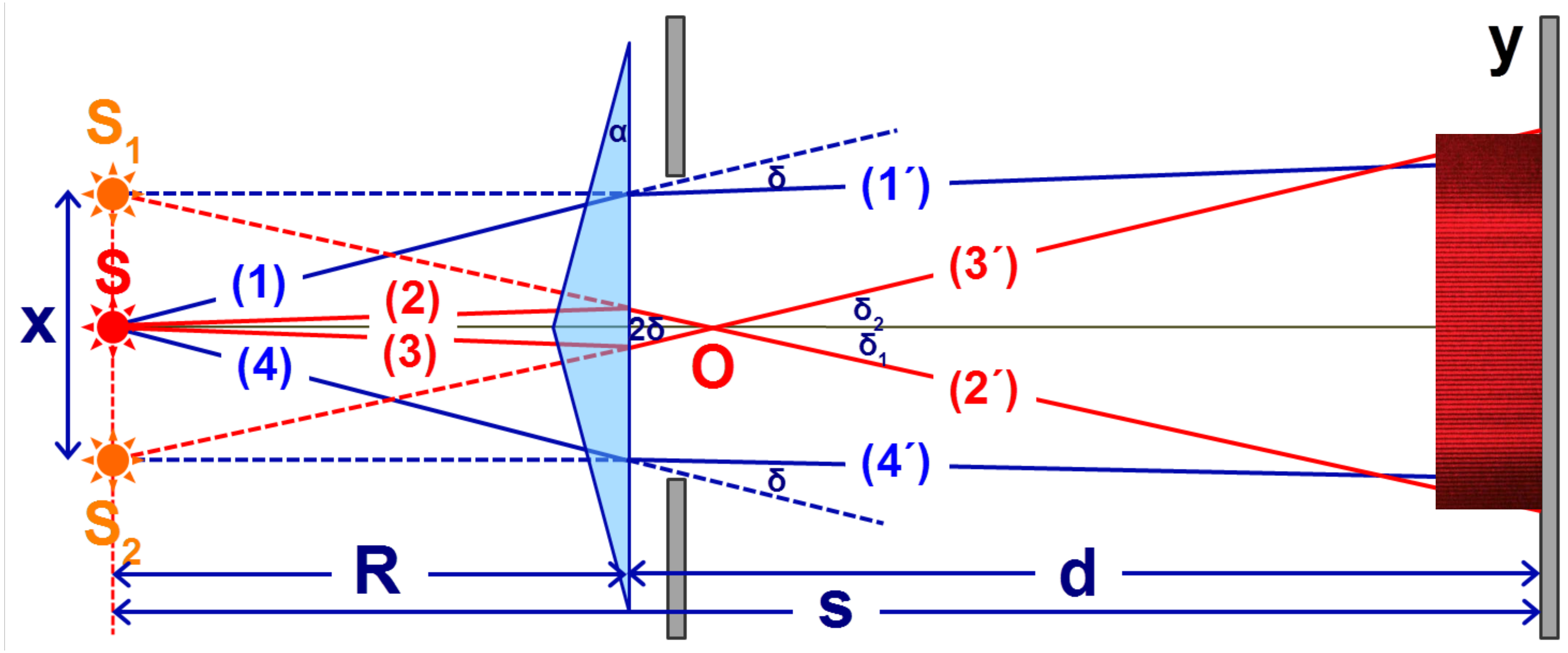
- **Τις απεικονίζουμε στο πέτασμα ($S_1΄$,$S_2΄$) με συγκλίνοντα φακό (f) και μετράμε τις αποστάσεις $x΄= S_1΄S_2΄$ και φακού-πετάσματος (s_i)**

$$\frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=\frac{1}{f}\Rightarrow s_o=\frac{s_i f}{s_i - f} \qquad M_T=\frac{x'}{x}=-\frac{s_i}{s_o}\rightarrow x=\frac{x' s_o}{s_i}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΠΡΙΣΜΑ FRESNEL

📖 Πηγή laser He-Ne (λ=632.8 nm) + δίπρισμα Fresnel (α=1°=0.01745 rad, n=1.5), πηγή-δίπρισμα: R= 10 cm, δίπρισμα-πέτασμα: d= 2 m

⇨ Να βρεθεί η περίοδος των κροσσών (απόσταση 2 διαδοχικών) και η απόσταση των φανταστικών πηγών S_1 και S_2 (x)

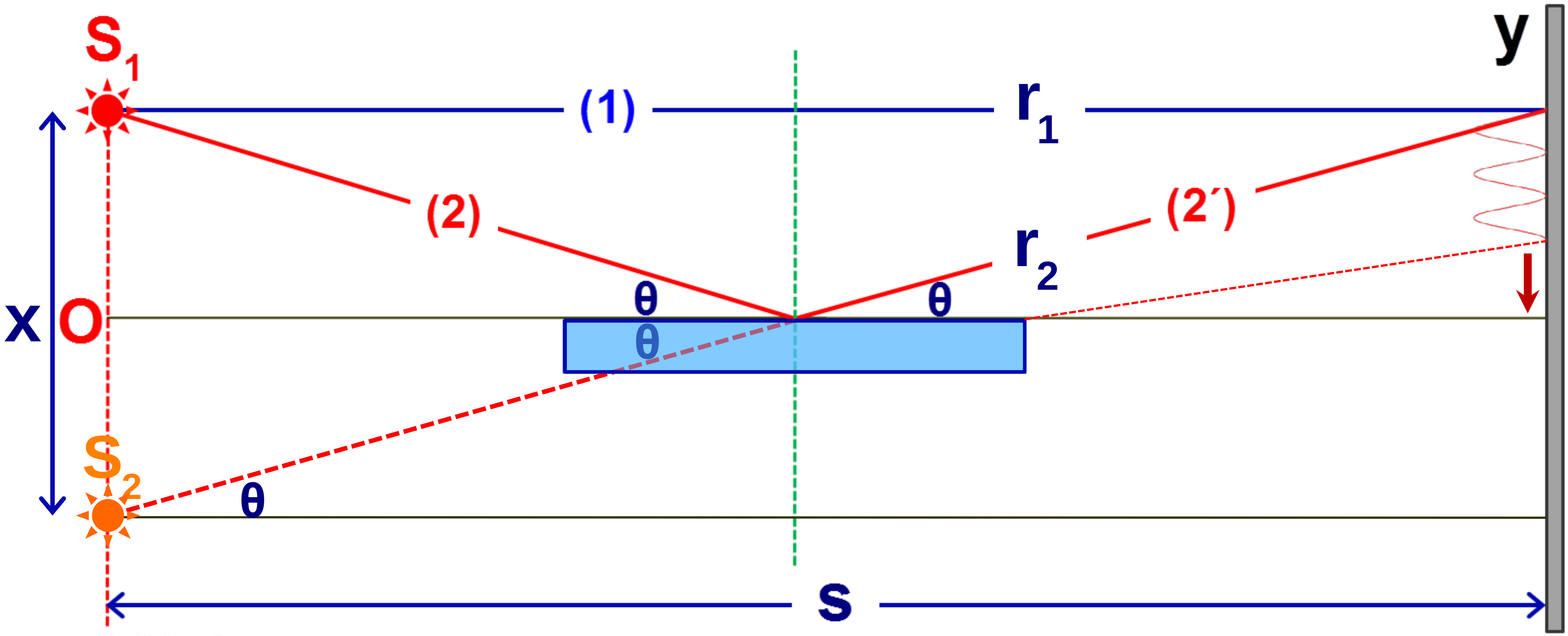


$$\Delta y = \frac{(R+d)\lambda}{2R(n-1)\alpha} = 0.762\text{ mm} \quad x \approx R2\delta \Rightarrow x \approx 2R(n-1)\alpha = 1.745\text{ mm}, \ \Delta y = \frac{\lambda s}{x} = \frac{\lambda(R+d)}{x}$$

ΤΟ ΚΑΤΟΠΤΡΟ ΤΟΥ LLOYD

- **Αποτελείται από ένα επίπεδο κάτοπτρο που φωτίζεται από μία σημειακή πηγή S_1 (θ<<)**

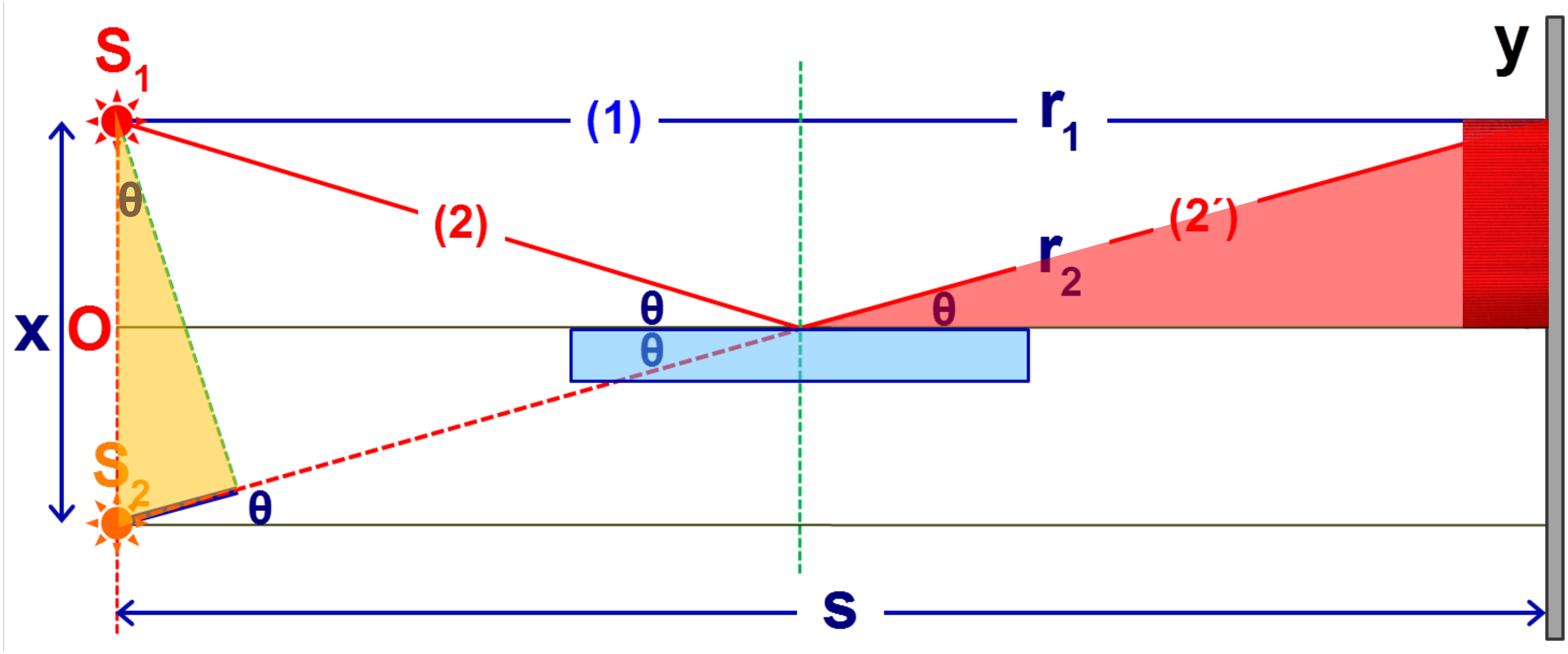
- **Διαίρεση μετώπου κύματος σε δύο ΣΥΜΦΩΝΑ μέρη μέσω ανάκλασης**



Διαφορά φάσης:

$$\delta = k(r_2 - r_1) \pm \pi$$

ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΑΠΟ ΤΟ ΚΑΤΟΠΤΡΟ ΤΟΥ LLOYD



Κατανομή έντασης:
Για $I_1 = I_2 = I_0$

$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \Rightarrow$

$I = 4I_0 \cos^2 \frac{k(r_2 - r_1) \pm \pi}{2}$

$\Rightarrow I = 4I_0 \sin^2 \frac{k(r_2 - r_1)}{2}$ (1)

$r_2 - r_1 = x\sin\theta$ (2)

θ<<

$\sin\theta \approx \tan\theta \approx y/s$ (3)

Οι (2), (3) ⇨

$r_2 - r_1 = xy/s$ (4)

Η (1) $\overset{(4)}{\Rightarrow} I = 4I_0 \sin^2 \frac{\pi x y}{\lambda s}$

$I_{max}: \frac{\pi x y}{\lambda s} = (2m+1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{(2m+1)\lambda s}{2x}$

$I_{min}: y = \frac{m\lambda s}{x}$ $(m = 0, \pm 1, \ldots)$

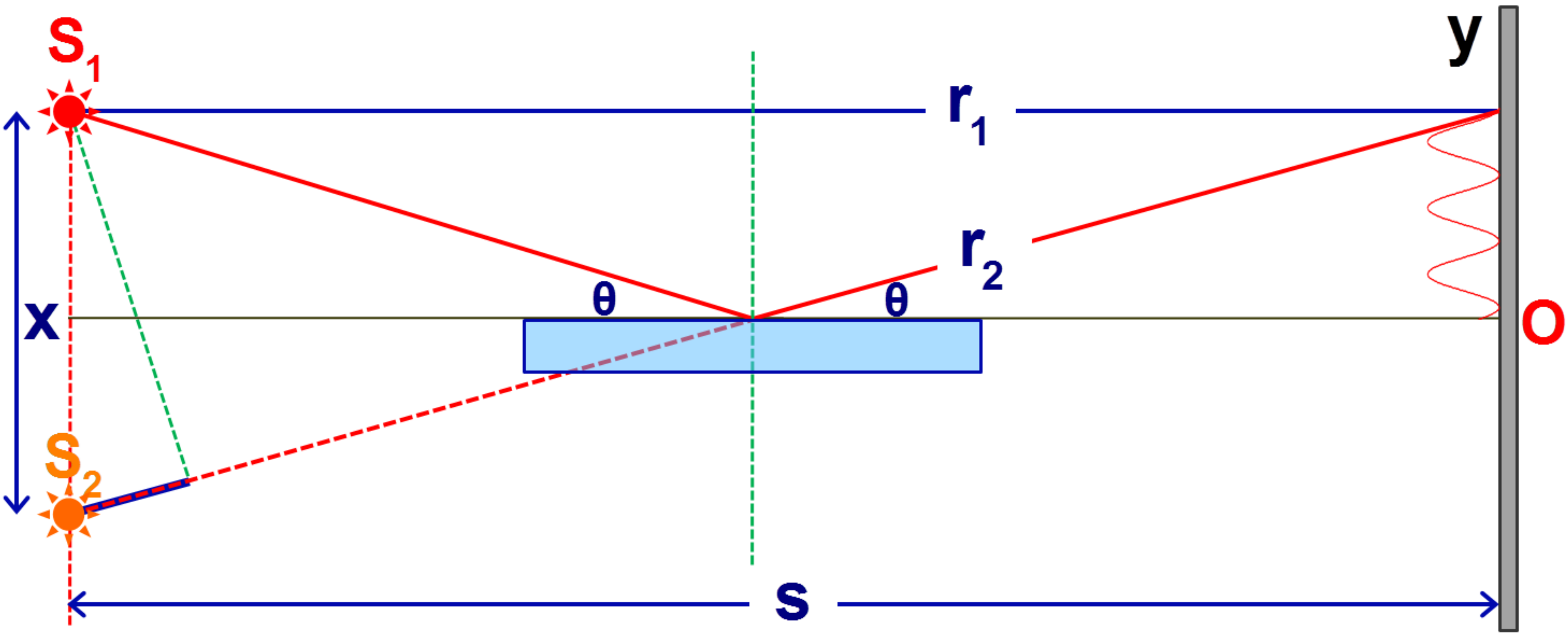
<u>Απόσταση κροσσών</u>:

$$\boxed{\Delta y = \frac{\lambda s}{x}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΑΤΟΠΤΡΟ LLOYD

🕮 **Σημειακή πηγή S_1 (laser +χωρικό φίλτρο, λ=632.8 nm) είναι 2.5 mm πάνω από την προέκταση κατόπτρου και πέτασμα σε απόσταση s= 1.5 m**

⇨ **Να προσδιοριστεί η θέση του πρώτου μεγίστου**



$$\left.\begin{aligned} I &= 4I_0 \sin^2 \frac{k(r_2-r_1)}{2} \\ r_2-r_1 &= \frac{xy}{s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I = 4I_0 \sin^2 \frac{\pi x y}{\lambda s}$$

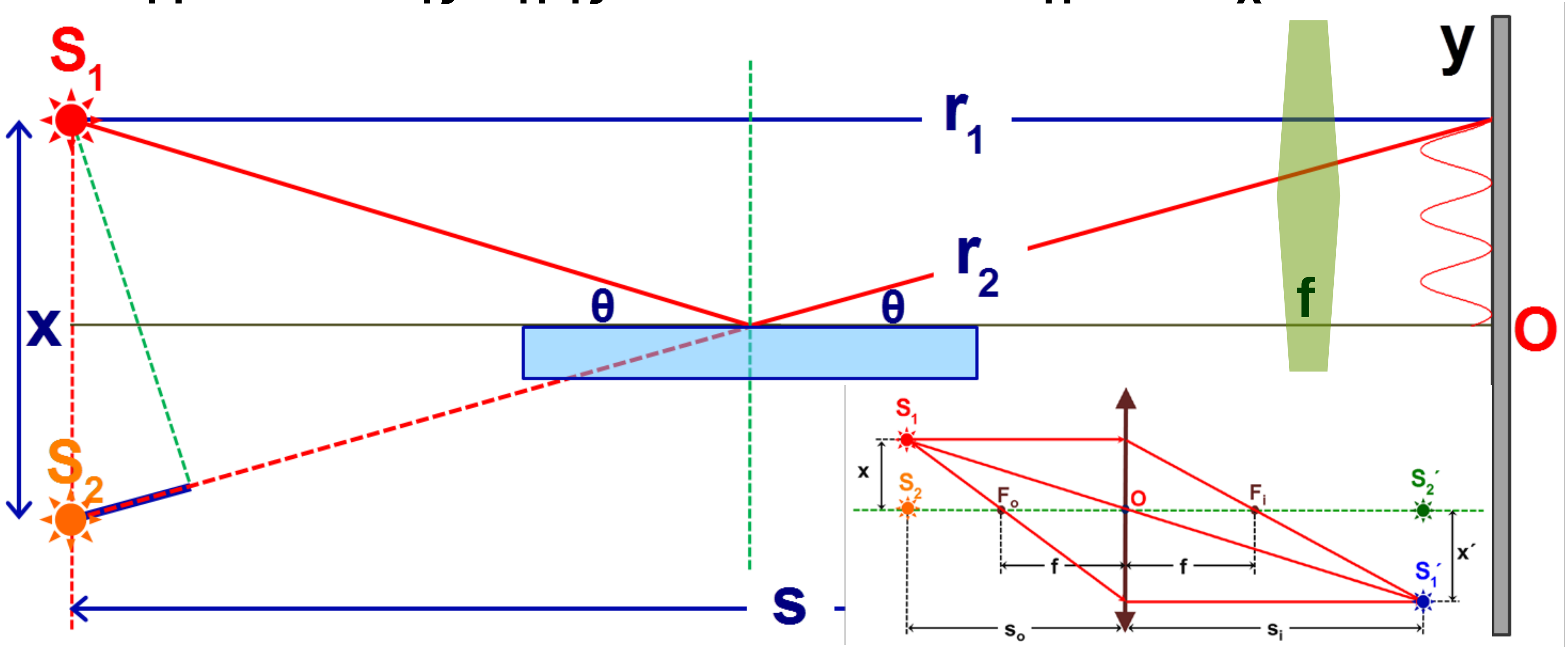
$$I_{max}: \frac{\pi x y}{\lambda s} = (2m+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \frac{(2m+1)\lambda s}{2x}$$

$$m=0: y = \frac{\lambda s}{2x} = \frac{632.8\times10^{-9}\ \mathrm{m}\cdot 1.5\ \mathrm{m}}{2\cdot 2\cdot 2.5\times10^{-3}\ \mathrm{m}} = 0.095\ \mathrm{mm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΑΤΟΠΤΡΟ LLOYD

📖 Η απόσταση 10 κροσσών είναι 15 mm σε πέτασμα Π που απέχει 3.445 m από φακό (f= 20 cm) και απεικονίζει ευδιάκριτα τις 2 πηγές στο Π

⇨ Να βρεθεί το λ της πηγής αν τα είδωλα των πηγών απέχουν x΄= 25 mm

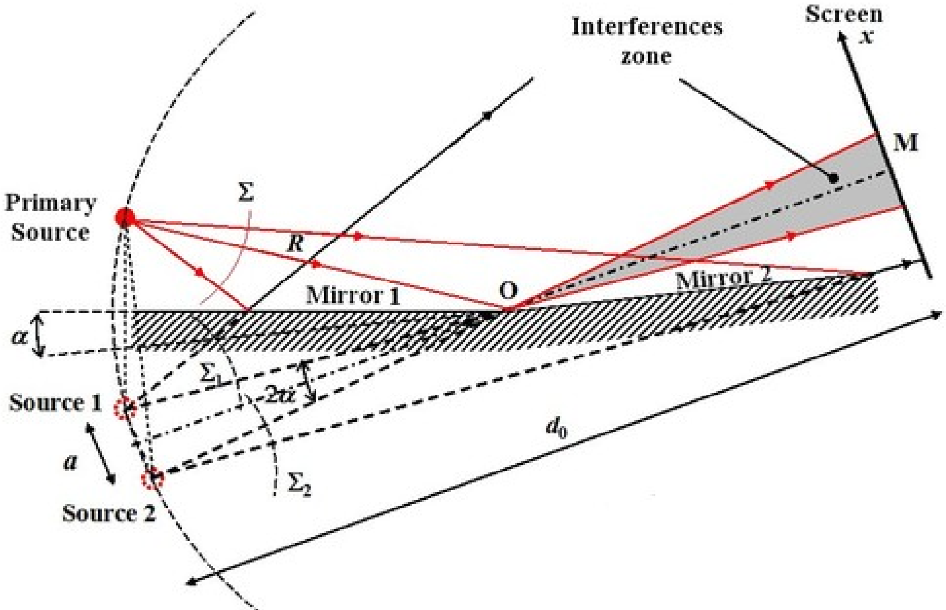


$$\Delta y = 1.5\,mm = \frac{\lambda s}{x} \quad \frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=\frac{1}{f} \Rightarrow s_o=\frac{s_i f}{s_i - f}=0.212\,m \quad M_T=\frac{x'}{x}=-\frac{s_i}{s_o} \rightarrow x=\frac{x' s_o}{s_i}=0.00154\,m$$

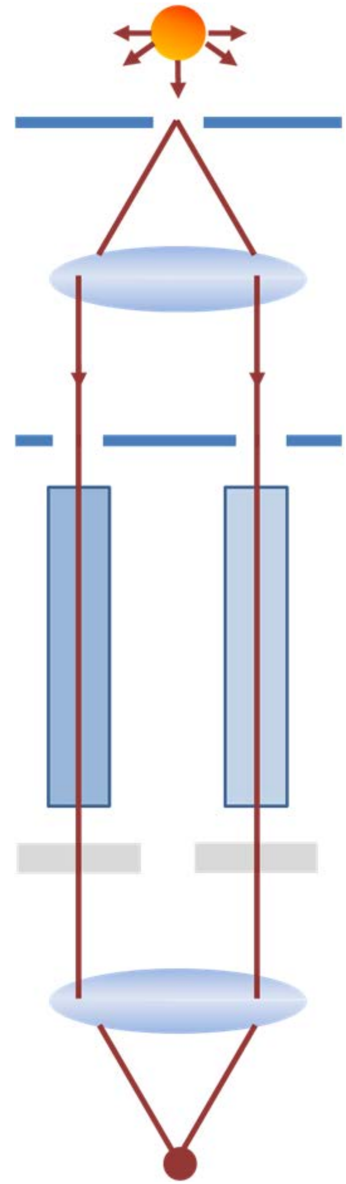
$$\Rightarrow \lambda = \frac{x\Delta y}{s}\ (1) \qquad s = s_o + s_i = 3.657\,m \qquad H\,(1) \rightarrow \lambda = 631.7\,nm$$

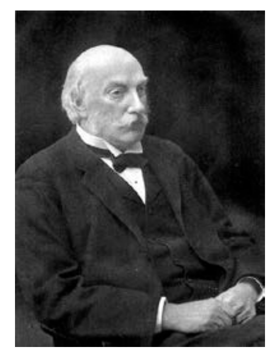
ΑΛΛΑ ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ ΜΕΤΩΠΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

❖ **Διπλό κάτοπτρο του Fresnel**

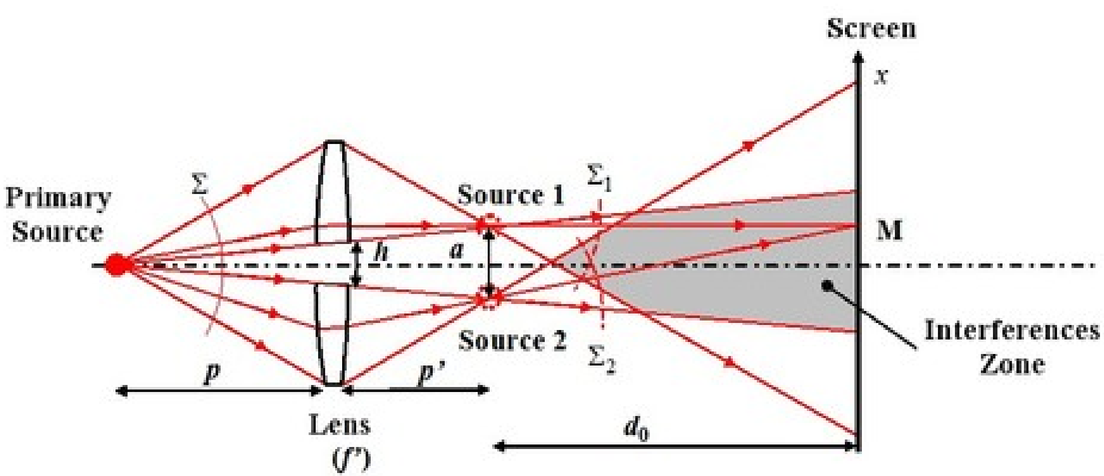


❖ **Συμβολόμετρο Rayleigh**



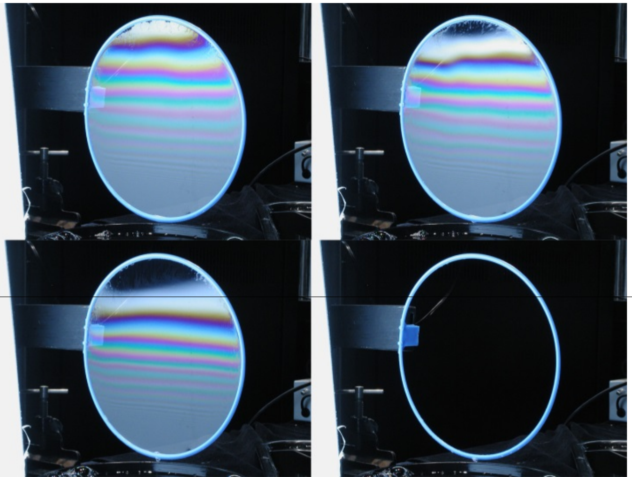


❖ **Ημιφακοί του Billet**



Δεν είναι δυνατή η προβολή αυτής της εικόνας αυτή τη στιγμή.

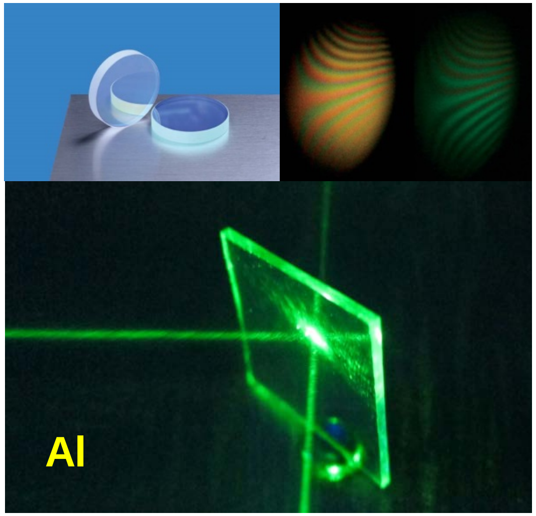
ΣΥΜΒΟΛΗ ΔΥΟ ΔΕΣΜΩΝ ΜΕΣΩ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ ΠΛΑΤΟΥΣ



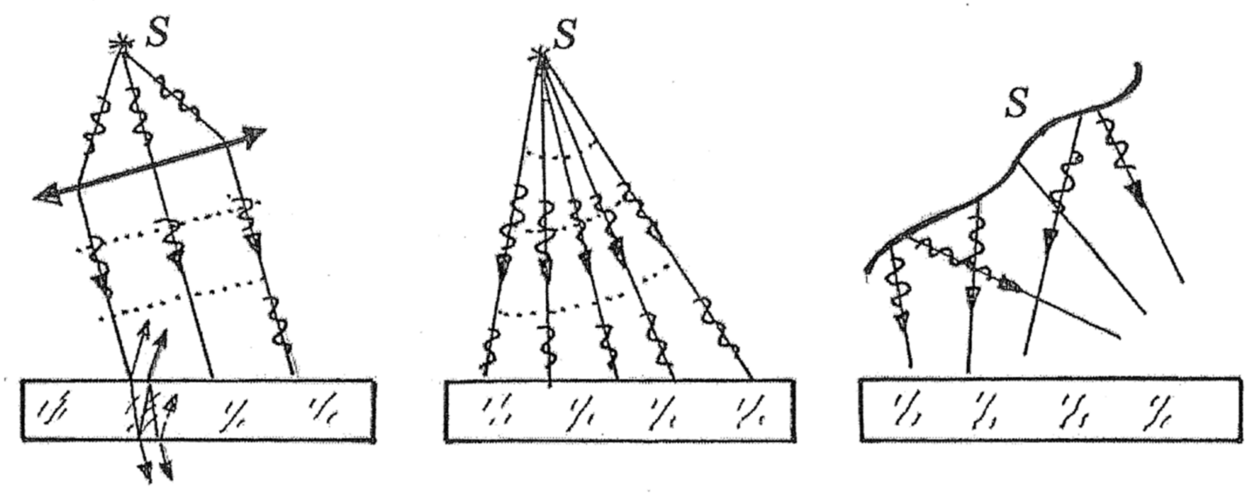
ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΠΛΑΤΟΥΣ ΜΕ ΛΕΠΤΑ ΠΛΑΚΙΔΙΑ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ

- **Ένα αρχικό μέτωπο κύματος διαιρείται κατά πλάτος σε 2 ή περισσότερα σύμφωνα μέτωπα (το καθένα με μειωμένο πλάτος) που διανύουν διαφορετικούς οπτικούς δρόμους και δίνουν εικόνα συμβολής**

- **<u>ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΗΣ ΔΕΣΜΗΣ</u>: πλακίδιο διηλεκτρικού επικαλυμμένο με ημιδιάφανο υμένιο μετάλλου**



- **Συμβολή δύο δεσμών φωτός από διαίρεση πλάτους μέσω επίπεδης πλάκας διηλεκτρικού (ακτίνες -διεύθυνση διάδοσης ενέργειας- αντί για μέτωπα κύματος)**

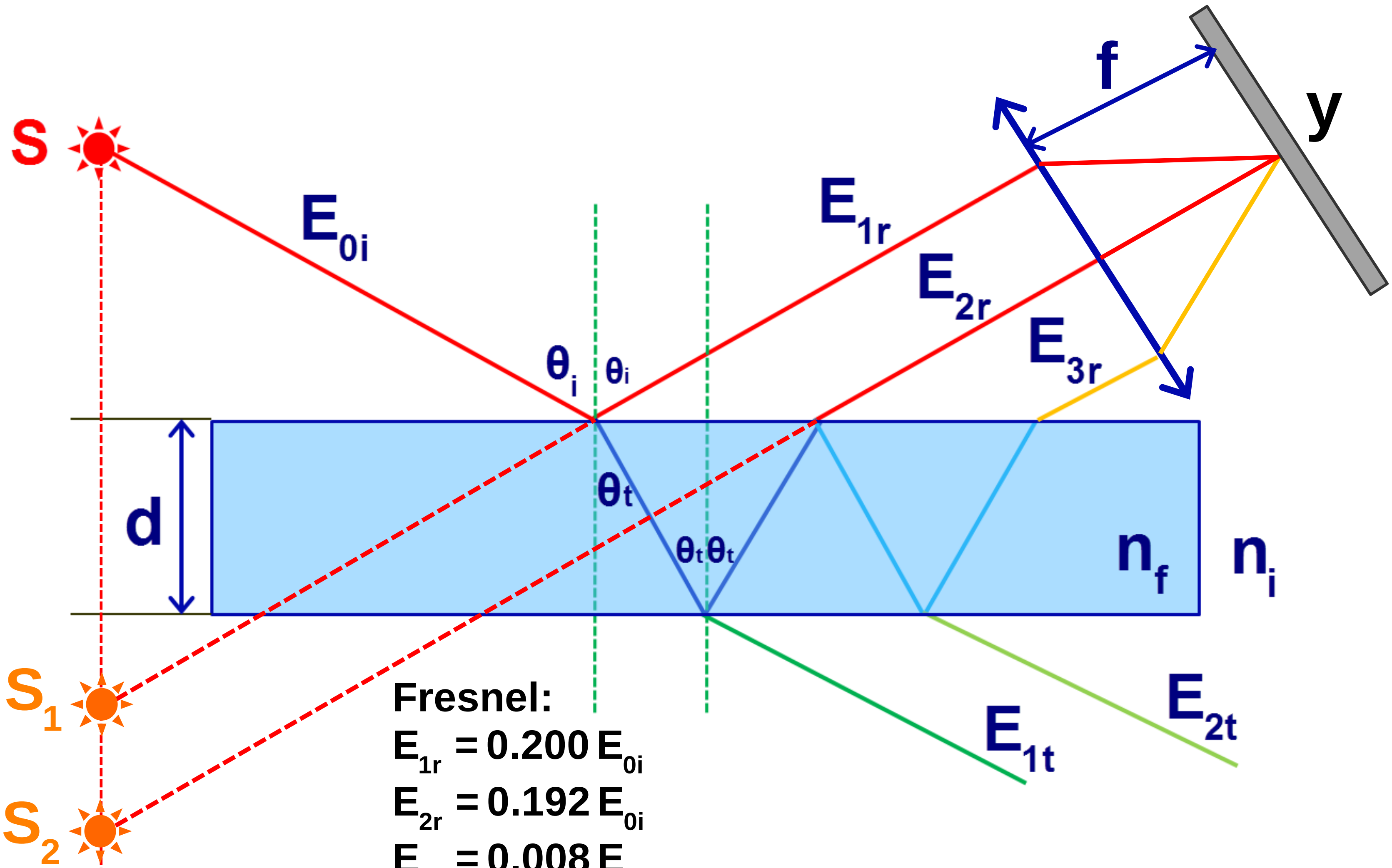


Πλεονέκτημα φωτισμού με εκτεταμένη πηγή (ασύμφωνες σημειακές πηγές):

<u>Αύξηση λαμπρότητας</u>

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ

- **Πλακίδιο διηλεκτρικού πάχους d που φωτίζεται από ψευδομονοχρωματική σημειακή πηγή (διαταραχή πλάτους E_{0i})**



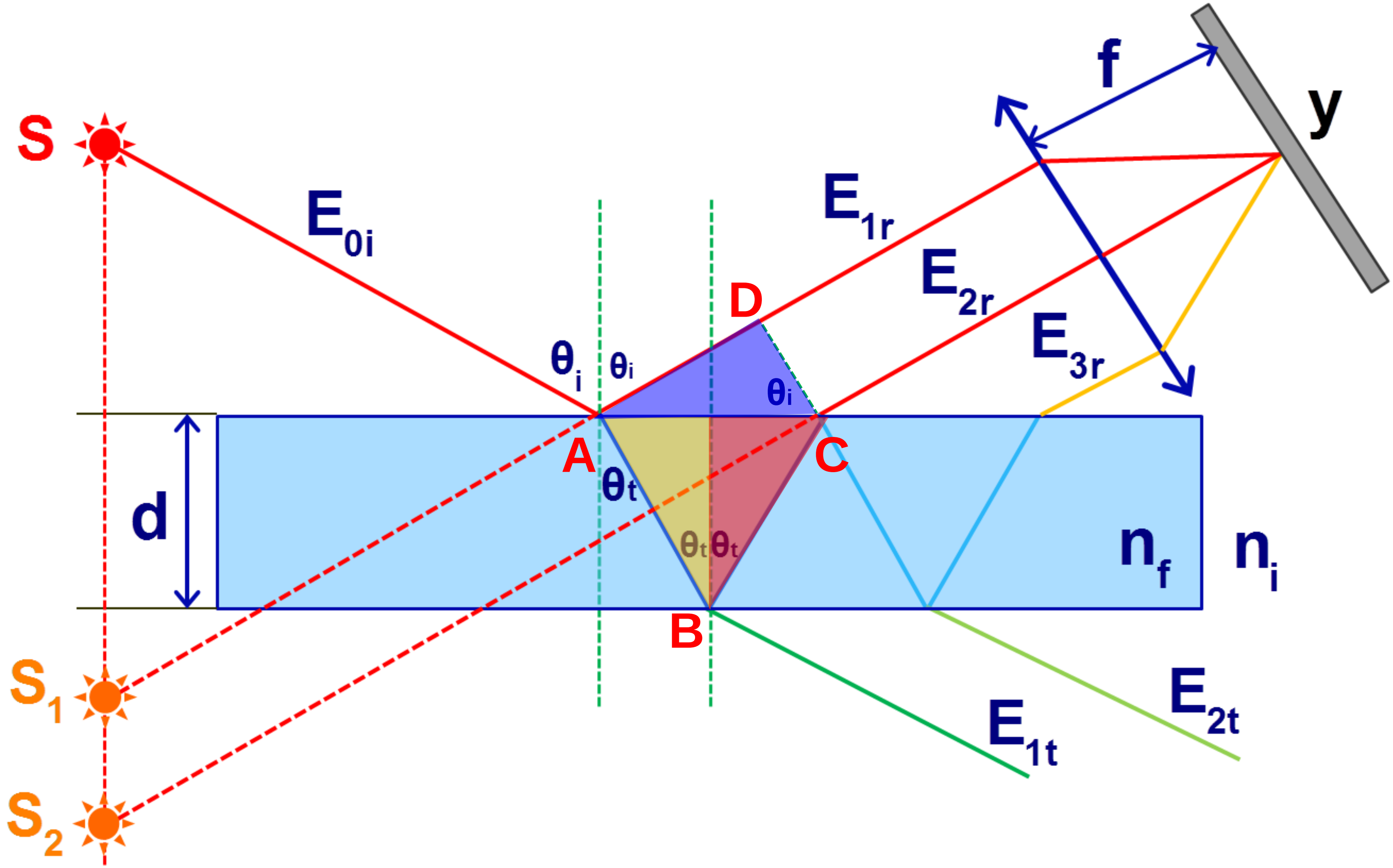
Fresnel:

$E_{1r} = 0.200\,E_{0i}$

$E_{2r} = 0.192\,E_{0i}$

$E_{3r} = 0.008\,E_{0i}$

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ



Διαφορά οπτικών δρόμων:

$\Delta L = n_f(AB+BC) - n_i AD$ (1)

$AB = BC = \dfrac{d}{\cos\theta_t}$ (2)

$AD = AC\sin\theta_i$ (3)

$AC = 2d\tan\theta_t$ (4)

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

$$\Delta L = n_f(AB+BC) - n_i AD \quad (1)$$

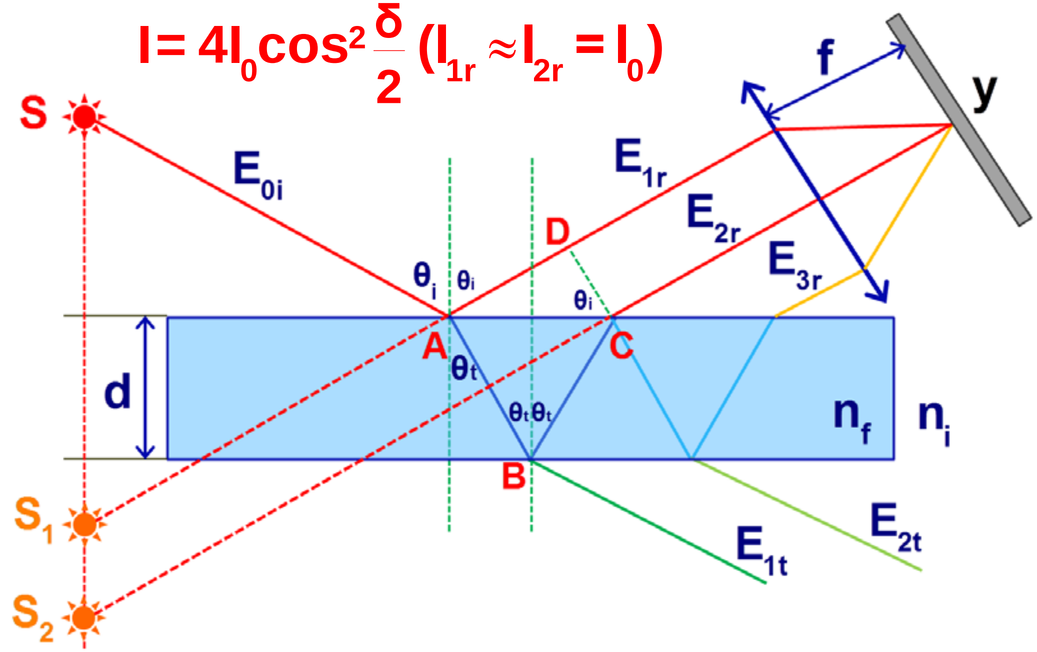
$$AB = BC = \frac{d}{\cos\theta_t} \quad (2)$$

$$AD = AC\sin\theta_i \quad (3)$$

$$AC = 2d\tan\theta_t \quad (4)$$

$$\text{Η } (3) \overset{(4)}{\Rightarrow} AD = \frac{2d\sin\theta_t}{\cos\theta_t}\sin\theta_i \quad (5)$$

$$I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2} \quad (I_{1r} \approx I_{2r} = I_0)$$



$$\text{ν. Snell: } n_i\sin\theta_i = n_f\sin\theta_t \Rightarrow \sin\theta_i = \frac{n_f}{n_i}\sin\theta_t \quad (6)$$

$$\text{Η } (5) \overset{(6)}{\Rightarrow} AD = \frac{2d\sin^2\theta_t}{\cos\theta_t}\frac{n_f}{n_i} \quad (7)$$

$$\text{Η } (1) \overset{(2),(7)}{\Rightarrow} \Delta L = \frac{2dn_f}{\cos\theta_t} - \frac{2dn_f\sin^2\theta_t}{\cos\theta_t} = \frac{2dn_f(1-\sin^2\theta_t)}{\cos\theta_t} = \frac{2dn_f\cos^2\theta_t}{\cos\theta_t} \Rightarrow \boxed{\Delta L = 2n_f d\cos\theta_t}$$

$$\text{Διαφορά φάσης } (n_f > n_i): \delta = k_0\Delta L \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta L \pm \pi \Rightarrow \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0}d\cos\theta_t \pm \pi \quad n_f = \frac{\lambda_0}{\lambda_f}$$

$$\boxed{I_{max}^{(r)}\ (I_{min}^{(t)}): \delta = 2m\pi \Rightarrow d\cos\theta_t = (2m\pm1)\frac{\lambda_f}{4}}$$

$$\boxed{I_{min}^{(r)}\ (I_{max}^{(t)}): \delta = (2m\pm1)\pi \Rightarrow d\cos\theta_t = 2m\frac{\lambda_f}{4}}$$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

❖ **Βασικοί περιορισμοί για ευκρινή παρατήρηση:**

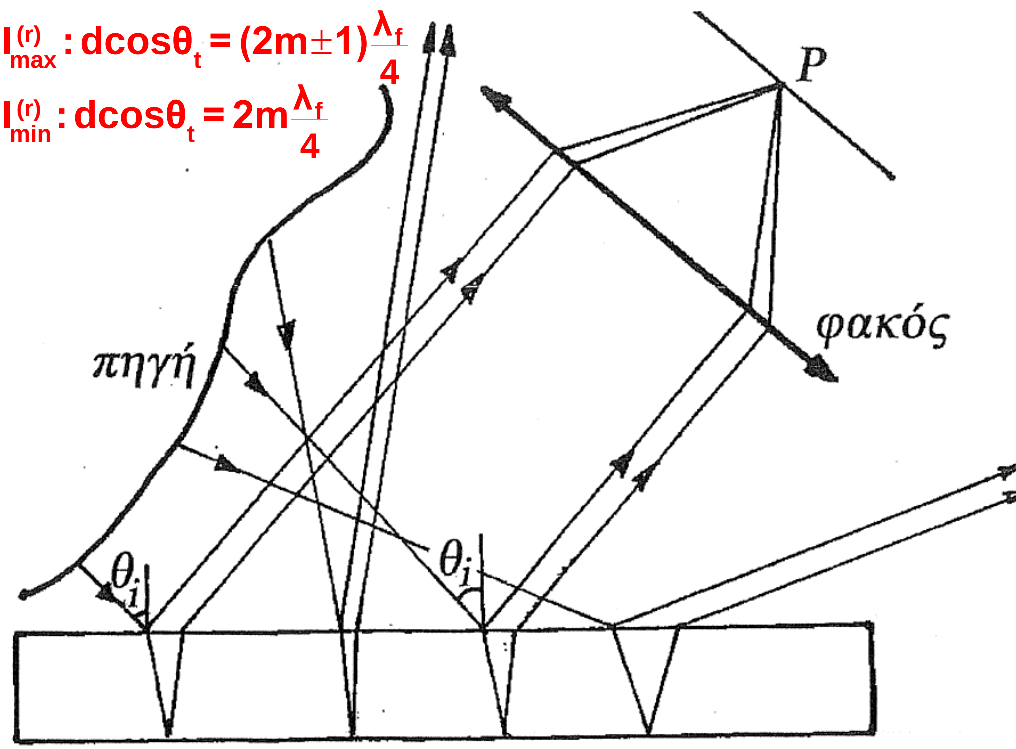
✓ **Η διαφορά οπτικών δρόμων θα πρέπει να είναι μικρότερη από το μήκος των κυματοσυρμών της πηγής (χρονική συμφωνία)**

✓ **Κατάλληλες γωνίες πρόσπτωσης θ_i ώστε οι ανακλώμενες να μπορούν να συλλεχθούν από το φακό**

Διαταραχές που προέρχονται από διαφορετικά σημεία της πηγής και πέφτουν στο πλακίδιο με γωνία θ_i θα συμβάλλουν στο ίδιο σημείο (έχουν ίδια διαφορά φάσης) και θα αυξάνουν απλά τη λαμπρότητα (ασύμφωνες)

$$I^{(r)}_{max}: d\cos\theta_t = (2m \pm 1)\frac{\lambda_f}{4}$$

$$I^{(r)}_{min}: d\cos\theta_t = 2m\frac{\lambda_f}{4}$$



<u>Κροσσοί ίσης κλίσης</u>:

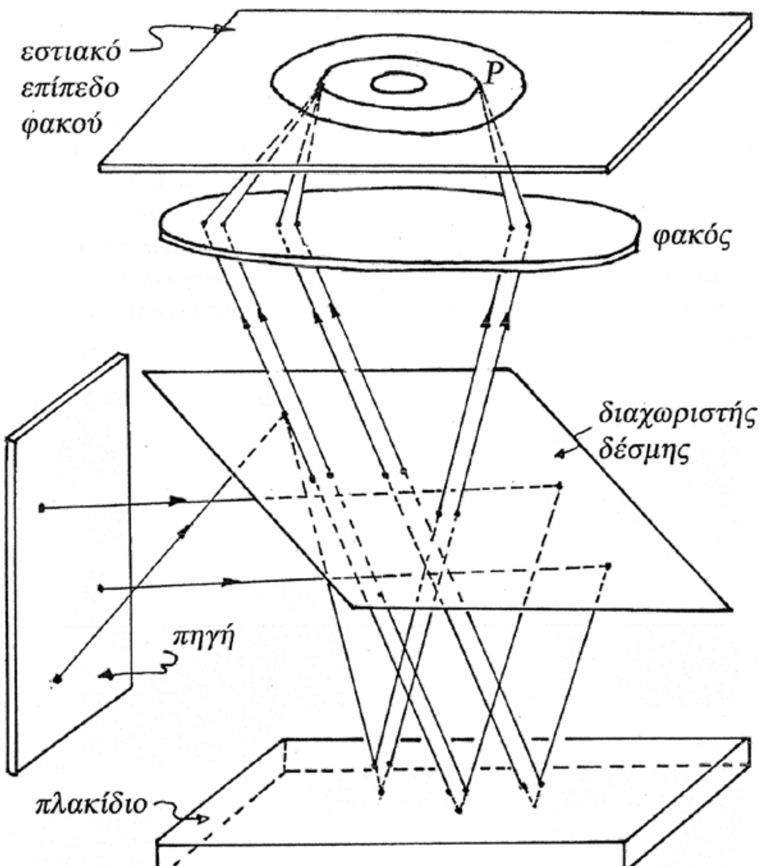
Για d= σταθ. η θέση σχηματισμού τους εξαρτάται μόνο από τη θ_t (θ_i)

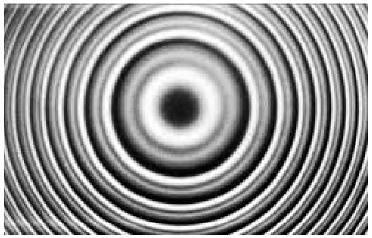
ΕΙΚΟΝΑ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΑΠΟ ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ

- **Διαταραχές με ίδια διεύθυνση διάδοσης (ίδια κλίση θ_i) που βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα θα συμβάλλουν σε σημεία που απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο του προτύπου συβολής (κυκλικοί κροσσοί)**

$$\delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi \qquad I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}\ (I_{1r} \approx I_{2r} = I_0) \qquad I_{max}: d\cos\theta_t = (2m \pm 1)\frac{\lambda_f}{4}$$

$$I_{min}: d\cos\theta_t = 2m\frac{\lambda_f}{4}$$





- **<u>Φανταστικοί κροσσοί</u>: σχηματίζονται από αποκλίνουσες ή παράλληλες διαταραχές (απεικόνιση με φακό)**

- **<u>Πραγματικοί κροσσοί</u>: σχηματίζονται από συγκλίνουσες διαταραχές**

✓ **Εδώ οι κροσσοί σχηματίζονται στο άπειρο και σε συγκεκριμένο επίπεδο (εντοπισμένοι κροσσοί), το εστιακό επίπεδο του φακού**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΜΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΛΑΚΙΔΙΟ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΠΑΧΟΥΣ

📖 **Ακτίνα πράσινου φωτός (λ_0=566 nm) προσπίπτει με θ_i= 30^o σε υμένιο πάχους d με n_f= 1.5 που βρίσκεται στον αέρα (n_i= 1)**

⇨ **Να βρεθεί το d_{min} ώστε στο σημείο ανάκλασης εμφανίζεται φωτεινός ή σκοτεινός κροσσός, πως θα φαινόταν το σημείο αυτό για d= 1.5 μm;**

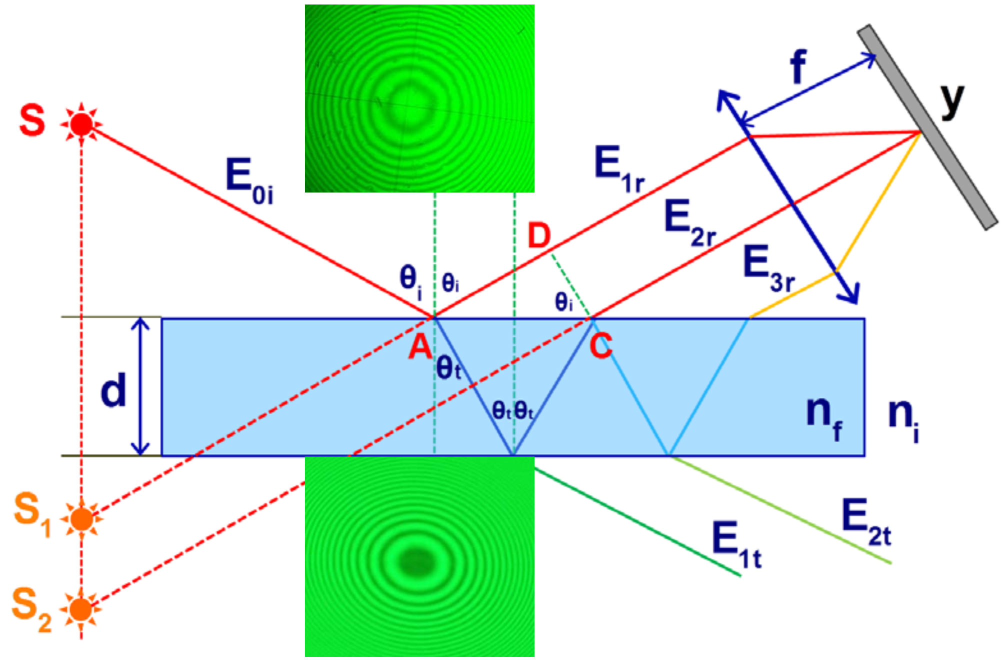
$$\Delta L = 2n_f d\cos\theta_t,\ \delta = k_0\Delta L \pm \pi$$

$$I_{max}: \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi = 2m\pi$$

$$\text{Για } d_{min}: \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d_{min}\cos\theta_t \pm \pi = 0$$

$$d_{min} = \frac{\lambda_0}{4n_f\cos\theta_t} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n_f^2(1-\sin^2\theta_t)}} =$$

$$\frac{\lambda_0}{4\sqrt{n_f^2 - n_f^2\sin^2\theta_t}} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n_f^2 - n_i^2\sin^2\theta_i}} = 100\,\text{nm}$$



$$I_{min}: \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi = (2m\pm 1)\pi$$

$$\text{Για } d_{min}: \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d_{min}\cos\theta_t \pm \pi = \pm\pi$$

$$\Rightarrow d_{min} = 0$$

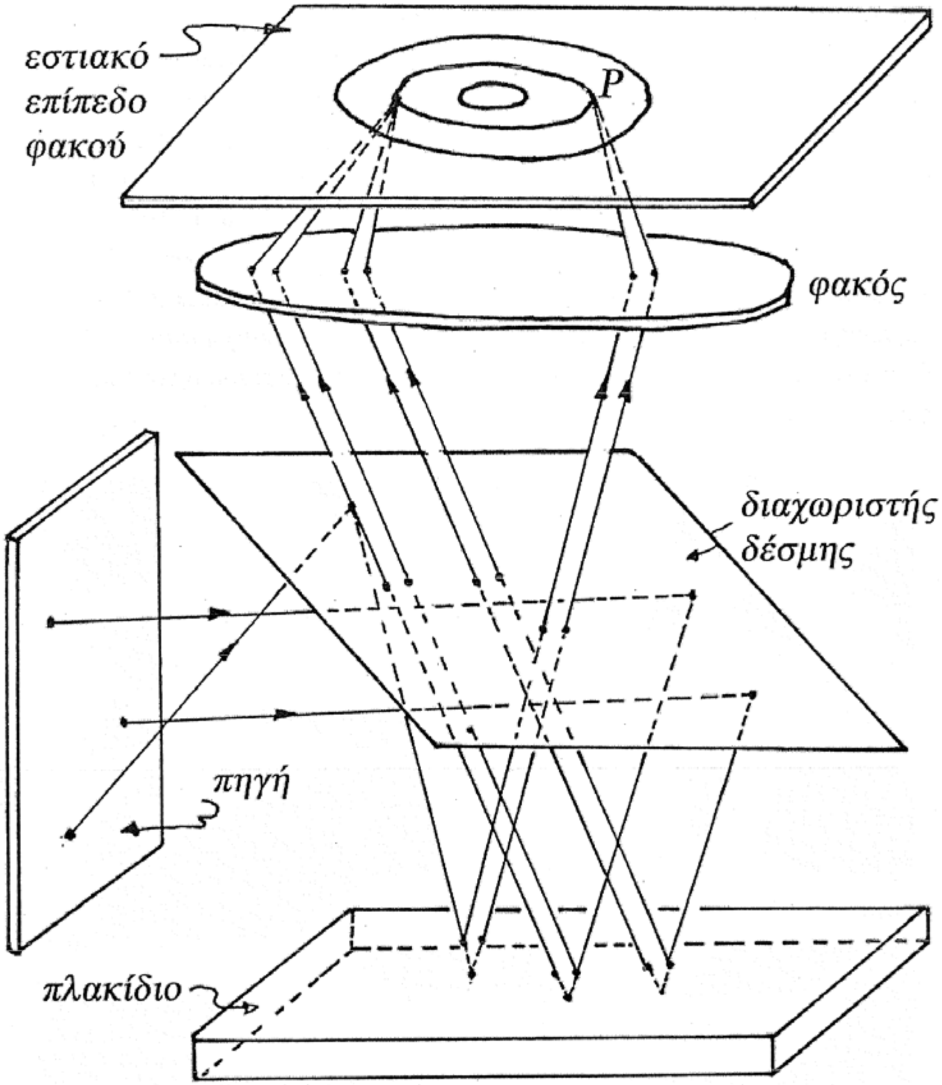
$$\text{Για } d = 1.5\,\mu\text{m}: \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi$$

$$= \frac{4\pi d}{\lambda_0}\sqrt{n_f^2 - n_i^2\sin\theta_i} \pm \pi \Rightarrow \delta = 15\pi \pm \pi$$

$$\delta = 2m\pi \rightarrow \text{φωτεινός κροσσός}$$

ΚΡΟΣΣΟΙ HAIDINGER ($\theta_i \approx \theta_t \approx 0$)

<u>ΚΡΟΣΣΟΙ HAIDINGER</u>: κροσσοί που παρατηρούνται για σχεδόν κάθετη πρόσπτωση (μέσω διαχωριστή δέσμης)

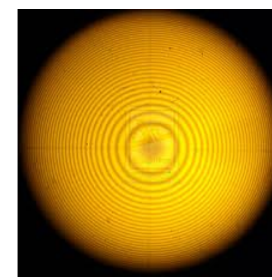


$$I = 4I_0 \cos^2\frac{\delta}{2} \qquad \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi$$

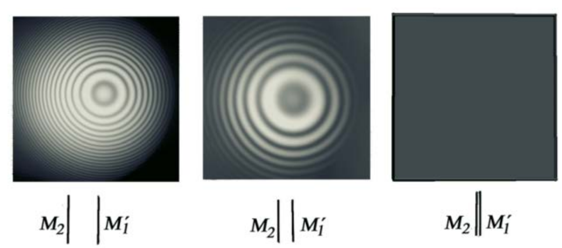
$$I_{min} : \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi = (2m \pm 1)\pi \Rightarrow$$

$$m = \frac{2n_f d\cos\theta_t}{\lambda_0} \Rightarrow \boxed{m_{max} = \frac{2n_f d}{\lambda_0} \, (\theta_t = 0)}$$

Εάν p είναι η τάξη ενός σκοτεινού κροσσού μετρούμενη από το κέντρο του προτύπου:



$$r_p = \frac{f}{n_i}\sqrt{\frac{p n_f \lambda_0}{d}} \qquad \Delta(\pi r^2) = \pi\left(\frac{f}{n_i}\right)^2 \frac{n_f \lambda_0}{d}$$



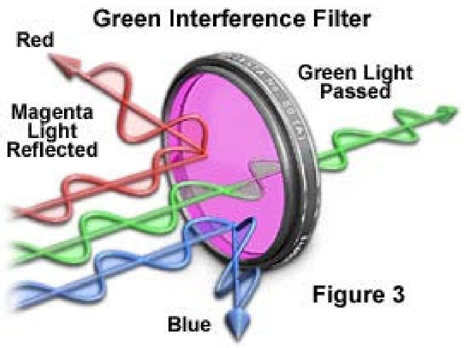
Για d= 0:
ένας σκοτεινός κροσσός

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΡΟΣΣΟΙ HAIDINGER - ΦΙΛΤΡΟ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

🕮 **Παράλληλη δέσμη φωτός με λ_0= 546 nm προσπίπτει κάθετα σε υμένιο πάχους d με n_f= 1.51 που βρίσκεται στον αέρα (n_i= 1)**

⇨ **Να βρεθεί το d_{min} (μη μηδενικό) ώστε να προκύπτει ελάχιστο συμβολής στο ανακλώμενο φως**

$$I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2} \qquad \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0}d\cos\theta_t \pm \pi \qquad \Delta L = 2n_f d\cos\theta_t \qquad \delta = k_0\Delta L \pm \pi$$



$$I_{min}: \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0}d\cos\theta_t \pm \pi = (2m \pm 1)\pi \Rightarrow \frac{2n_f}{\lambda_0}d\cos\theta_t = m \quad (1)$$

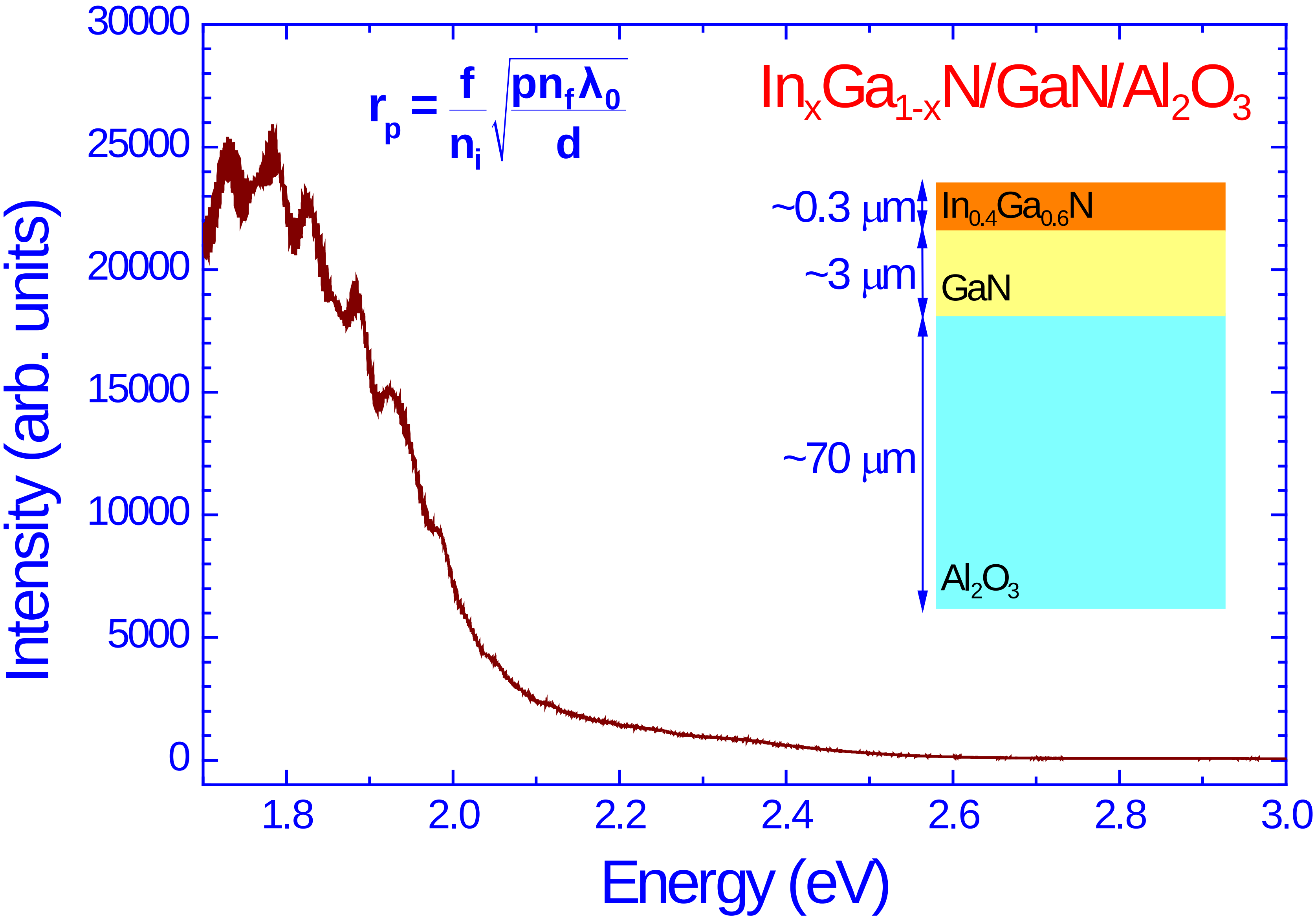
❖ **Για κάθετο φωτισμό: θ_t= 0 και για μη μηδενικό d_{min}: m= 1**

$$\text{H}\,(1) \Rightarrow \frac{2n_f}{\lambda_0}d_{min} = 1 \Rightarrow d_{min} = \frac{\lambda_0}{2n_f} = 0.18\,\mu m$$

✓ **Αν σε ένα τέτοιο υμένιο προσπέσει η προαναφερόμενη ακτινοβολία, τότε το ανακλώμενο ποσοστό της θα είναι μηδενικό**

✓ **Κατά την πρόσπτωση λευκού φωτός, από το ανακλώμενο ποσοστό του θα λείπει η περιοχή του φάσματος γύρω από το λ_0= 546 nm**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΦΑΣΜΑ ΔΙΑΠΕΡΑΤΟΤΗΤΑΣ ΥΜΕΝΙΩΝ

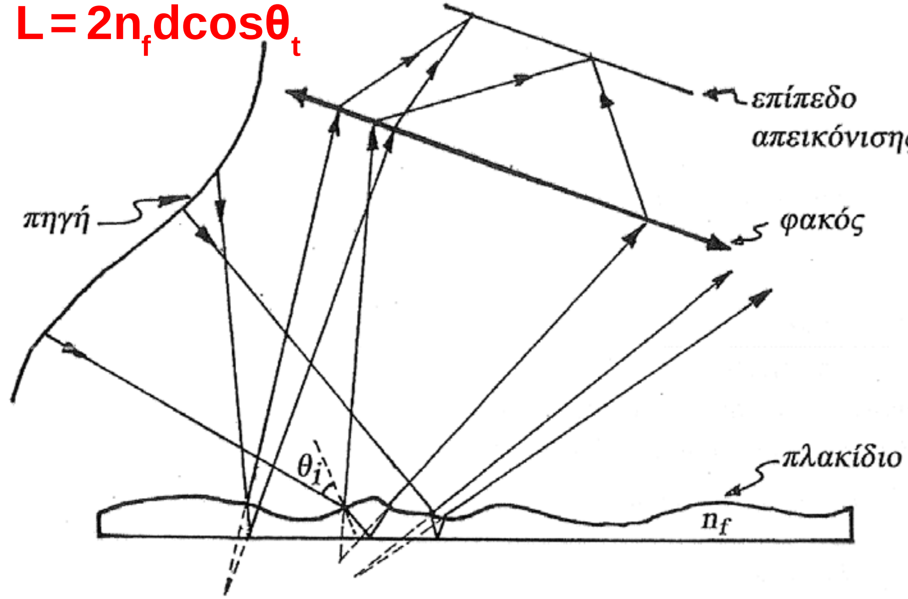


ΣΥΜΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΛΑΚΙΔΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ

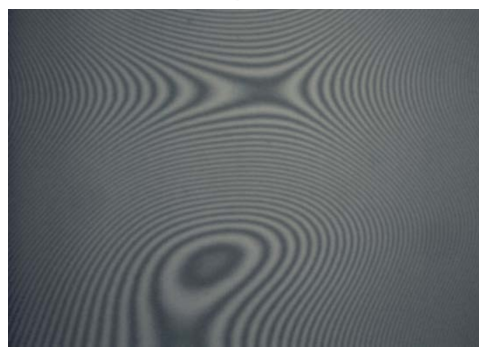
- **Εκτεταμένη πηγή ψευδομονοχρωματικού φωτός που φωτίζει ομογενές ανισοπαχές πλακίδιο (n_f)**

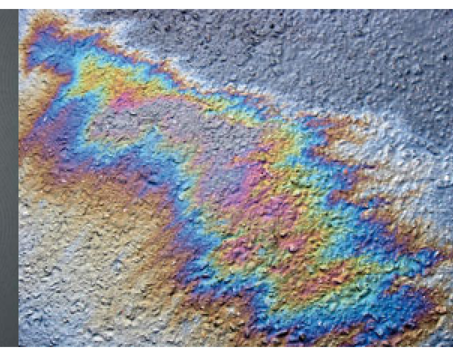
- **<u>Κροσσοί ίσου πάχους</u>:**
  Όταν θ_i= σταθ. (π.χ. για κάθετη πρόσπτωση), ο Γ.Τ. σημείων για το οποία η διαφορά Ο.Δ. είναι σταθερή (σταθερό πάχος d)

$L = 2n_f d\cos\theta_t$



- ✓ **Οι διευθύνσεις των συμβαλλουσών διαταραχών δεν είναι παράλληλες αλλά αποκλίνουσες**





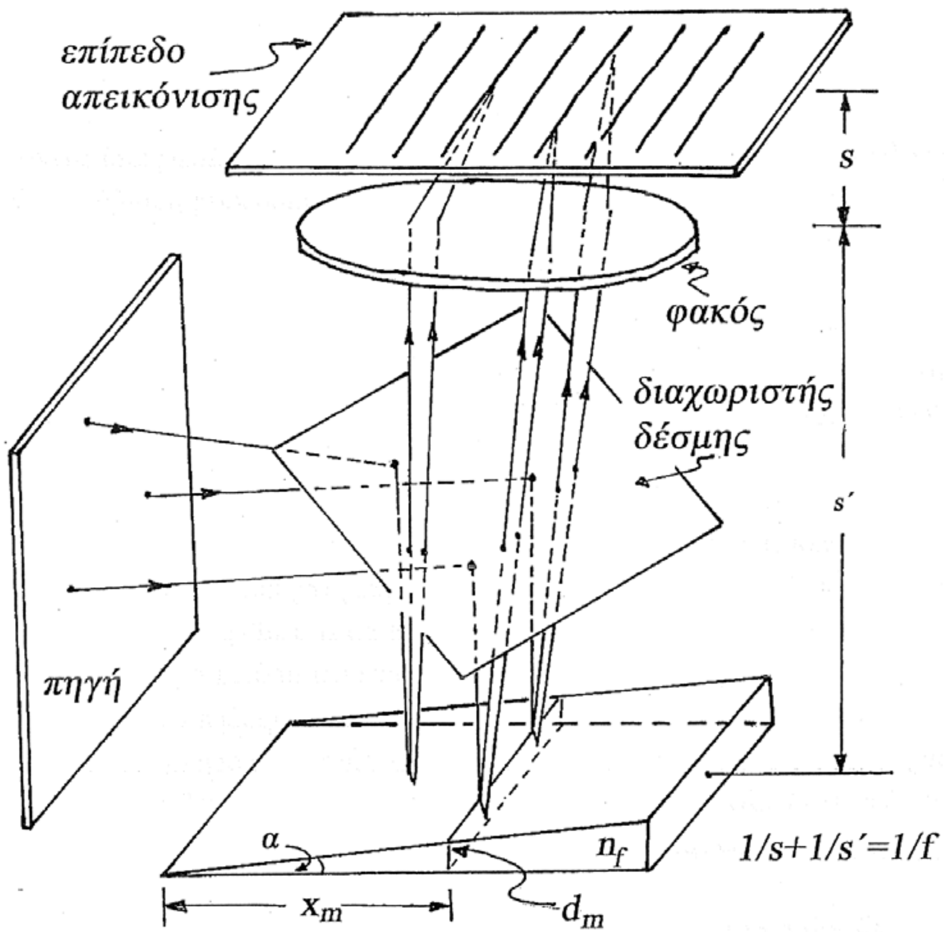
- ✓ **Το πρότυπο συμβολής θα σχηματίζεται σε ένα επίπεδο απεικόνισης και όχι στο πίσω εστιακό επίπεδο του φακού (μη εντοπισμένοι φανταστικοί)**

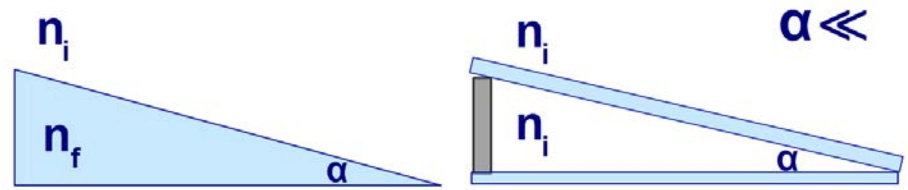
<u>ΚΡΟΣΣΟΙ FIZEAU</u>:

κροσσοί ίσου πάχους για κάθετο φωτισμό

ΣΥΜΒΟΛΗ ΑΠΟ ΣΦΗΝΟΕΙΔΕΣ ΠΛΑΚΙΔΙΟ

- **Οι διαταραχές θα πρέπει να είναι σύμφωνες → η διαφορά των οπτικών δρόμων να είναι μικρότερη από το μήκος συμφωνίας τους**





$$I=4I_0\cos^2\frac{\delta}{2},\quad \delta=\frac{4\pi n_f}{\lambda_0}d\cos\theta_t\pm\pi$$

$$\left.\begin{array}{r} I_{max}: d\cos\theta_t=(2m\pm1)\dfrac{\lambda_f}{4} \\ I_{min}: d\cos\theta_t=2m\dfrac{\lambda_f}{4}\end{array}\right\}(m=0,\pm1,\pm2)$$

$$\Delta L=2n_f d\cos\theta_t$$

Για κάθετη πρόσπτωση ($\cos\theta_t\approx1$):

$$\left.\begin{array}{r} I_{max}: 2dn_f=(m+1/2)\lambda_0 \\ I_{min}: 2dn_f=m\lambda_0\end{array}\right\}\left(n_f=\frac{\lambda_0}{\lambda_f}\Rightarrow\lambda_f=\frac{\lambda_0}{n_f}\right)$$

$$\alpha<<\rightarrow\tan\alpha\approx\alpha=\frac{d_m}{x_m}\Rightarrow d_m=x_m\alpha$$

$$\left.\begin{array}{r} I_{max}: 2x_m\alpha n_f=(m+1/2)\lambda_0 \\ I_{min}: 2x_m\alpha n_f=m\lambda_0\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} I_{max}: x_m=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_0}{2\alpha n_f} \\ I_{min}: x_m=\dfrac{m\lambda_0}{2\alpha n_f}\end{array}\right.$$

ΠΡΟΤΥΠΟ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΑΠΟ ΣΦΗΝΟΕΙΔΕΣ ΠΛΑΚΙΔΙΟ

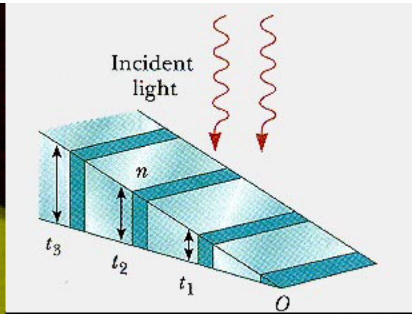
$$\left.\begin{array}{l} I_{max}: x_m = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_0}{2\alpha n_f} \\ I_{min}: x_m = \dfrac{m\lambda_0}{2\alpha n_f} \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{θέσεις μεγίστων από την ακμή της σφήνας: } \dfrac{\lambda_0}{4\alpha n_f}, \dfrac{3\lambda_0}{4\alpha n_f}, \dfrac{5\lambda_0}{4\alpha n_f}, \ldots \\ \text{θέσεις ελαχίστων από την ακμή της σφήνας: } 0, \dfrac{2\lambda_0}{4\alpha n_f}, \dfrac{4\lambda_0}{4\alpha n_f}, \ldots \end{array}\right.$$

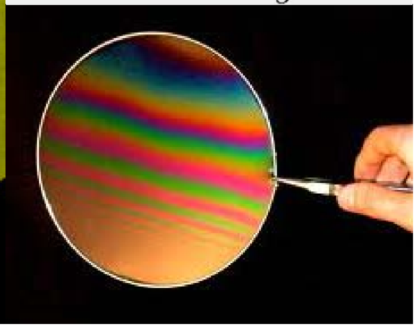
- **Αποστάσεις κροσσών:** $\Delta x = x_{m+1} - x_m = \dfrac{\lambda_0}{2\alpha n_f} = \dfrac{\lambda_f}{2\alpha}\ \left(\lambda_f = \dfrac{\lambda_0}{n_f}\right)$

- **Πάχος υμενίου στη θέση του m-οστού φωτεινού κροσσού:** $d_m = \alpha x_m = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_0}{2n_f}$

- **Οι σχηματιζόμενοι από τη σφήνα κροσσοί θα είναι ευθύγραμμοι, ισαπέχοντες και παράλληλοι προς την ακμή της**

- **Στη θέση x= 0 αντιστοιχεί σκοτεινός κροσσός**

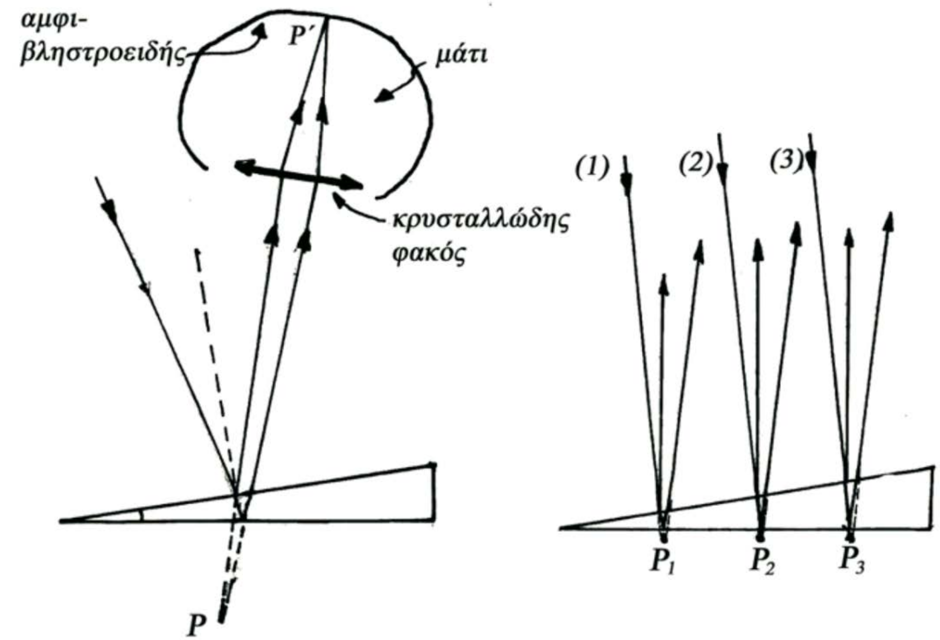




ΣΥΜΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΛΑΚΙΔΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΠΑΧΟΥΣ

- **Οι κροσσοί συμβολής για πολύ λεπτά σφηνοειδή πλακίδια μπορεί να θεωρηθεί ότι σχηματίζονται στο μέσον τους**

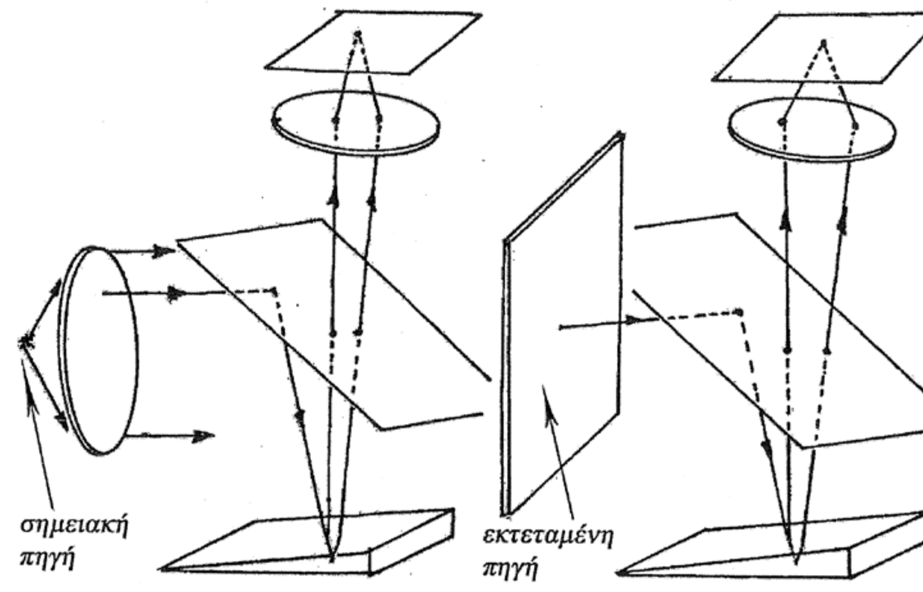
- **Οι δέσμες φαίνονται να συμβάλλουν στο P εκτός σφήνας (σημείο τομής των προεκτάσεων - φανταστικοί κροσσοί), στην πραγματικότητα συμβάλλουν στο συζυγές P΄**



- ✓ **Φωτισμός με σημειακή πηγή δίνει πρότυπο μικρής λαμπρότητας**

- ✓ **Φωτισμός με εκτεταμένη πηγή αυξάνει την λαμπρότητα αλλά ελαττώνει την ευκρίνεια**

- ❖ **Κατάλληλη τοποθέτηση πηγής // με τη διχοτόμο των διαταραχών και κάθετα στην ακμή της σφήνας**

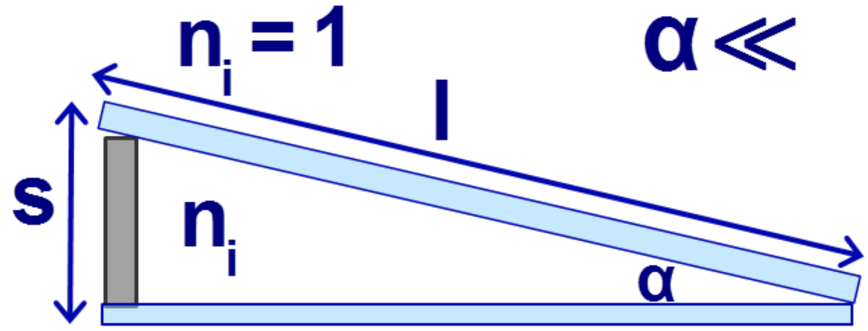


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΜΒΟΛΗ ΑΠΟ ΣΦΗΝΟΕΙΔΕΣ ΠΛΑΚΙΔΙΟ

📖 **2 γυάλινα πλακίδια μήκους l=10 cm που εφάπτονται στο ένα άκρο ενώ στο άλλο απέχουν s=0.1 mm φωτίζονται κάθετα από δέσμη λ_0=632.8 nm**

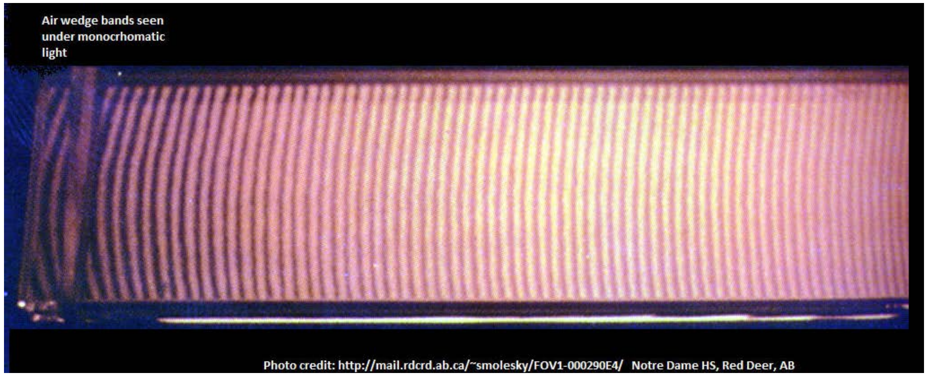
⇨ **Πόσους κροσσούς θα παρατηρήσουμε ανά mm;**

$$\alpha << \rightarrow \tan\alpha \approx \alpha = \frac{s}{l} = 0.001\,\mathrm{rad}$$



- **Αποστάσεις κροσσών:**

$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2\alpha n_f} = \frac{\lambda_0}{2\alpha} = 0.32\,\mathrm{mm}$$



- **Κροσσοί ανά mm:**

$$N = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{0.32} = 3.1$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΜΒΟΛΗ ΑΠΟ ΣΦΗΝΟΕΙΔΕΣ ΠΛΑΚΙΔΙΟ

📖 **Κατακόρυφος μεταλλικός δακτύλιος που εμβαπτίστηκε σε διάλυμα σαπουνιού (n_f= 1.34) σχηματίζει λόγω βαρύτητας σφηνοειδές υμένιο, με κάθετο φωτισμό από laser Ar^+ (λ_0= 514.53 nm) εμφανίζονται 12 κροσσοί ανά cm**

⇨ **Να υπολογιστεί η γωνία της σφήνας του υμενίου**

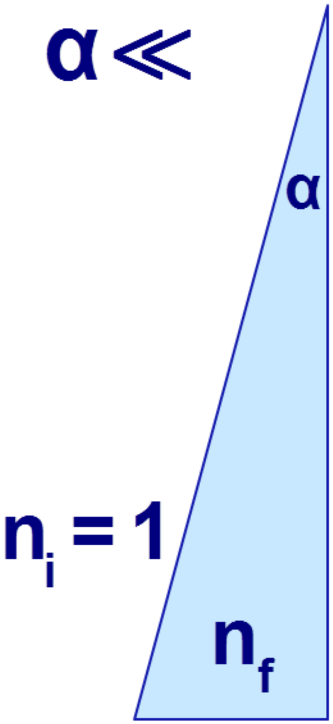
- **Αποστάσεις κροσσών:**

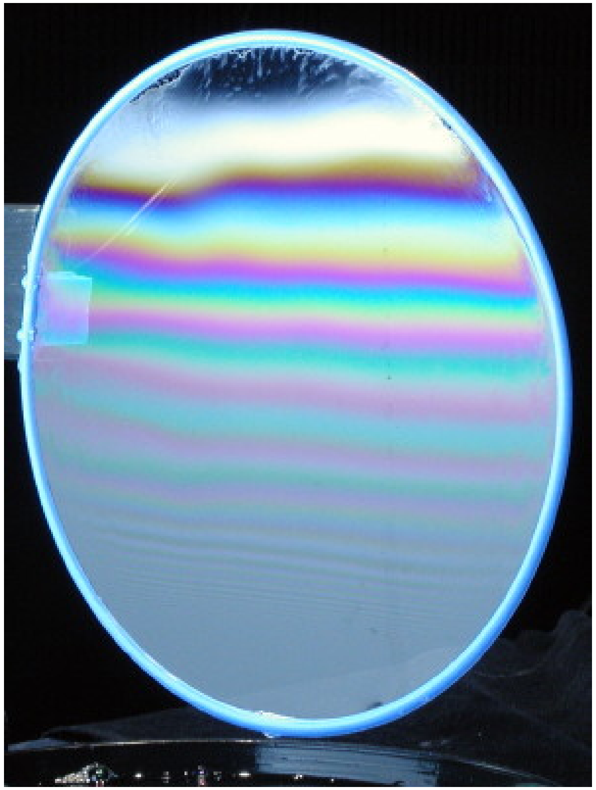
$$\Delta x = \frac{1}{N} = \frac{1\,\text{cm}}{12} = 8\times 10^{-4}\ \text{m}$$

- **Αλλά:**

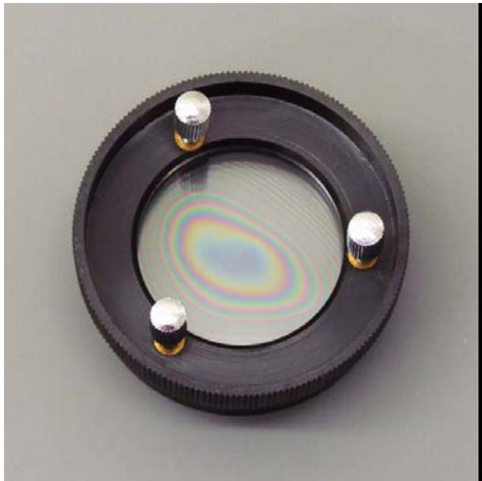
$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{2\alpha n_f} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda_0}{2 n_f \Delta x} = 2.3\times 10^{-4}\ \text{rad}$$

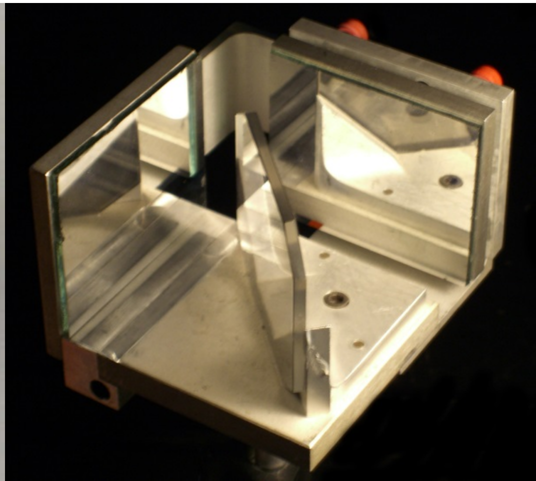
$$\alpha = 0.0132^{\circ}$$



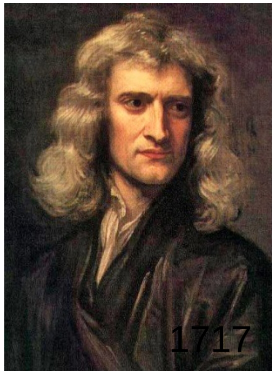


ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗΣ ΠΛΑΤΟΥΣ



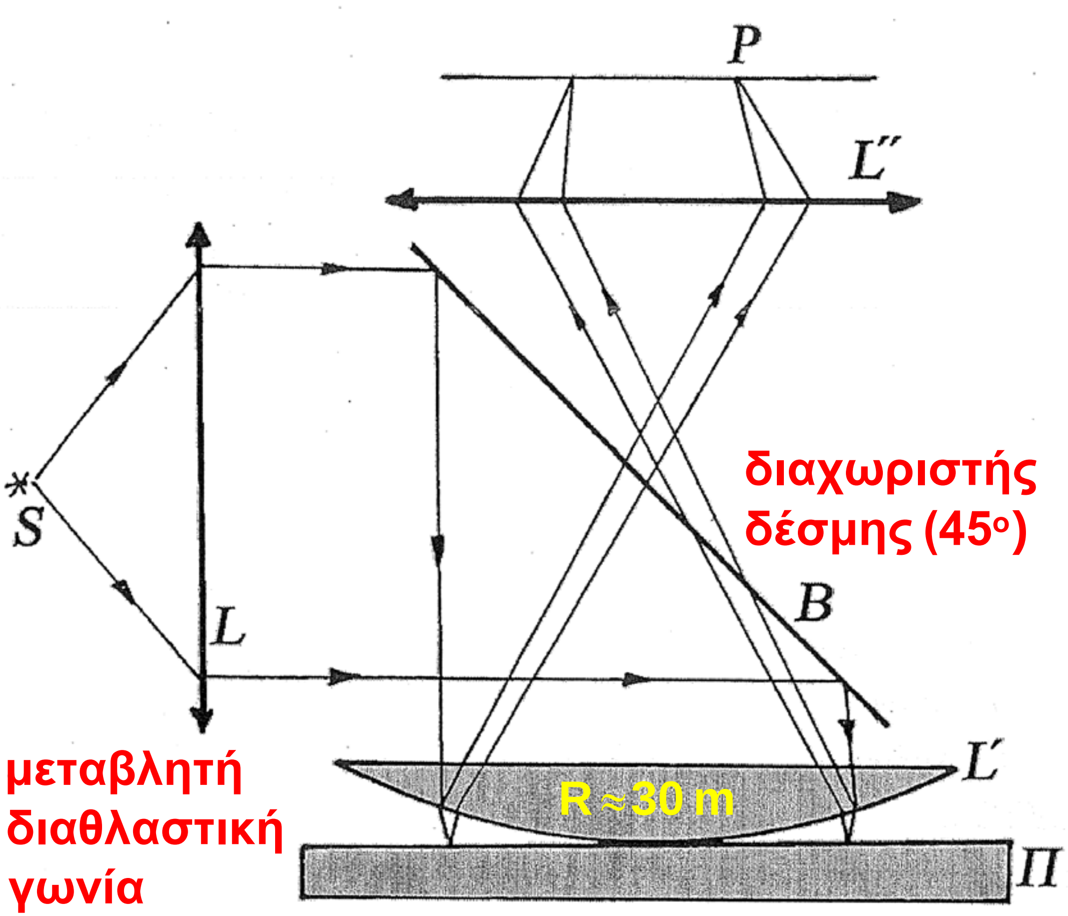


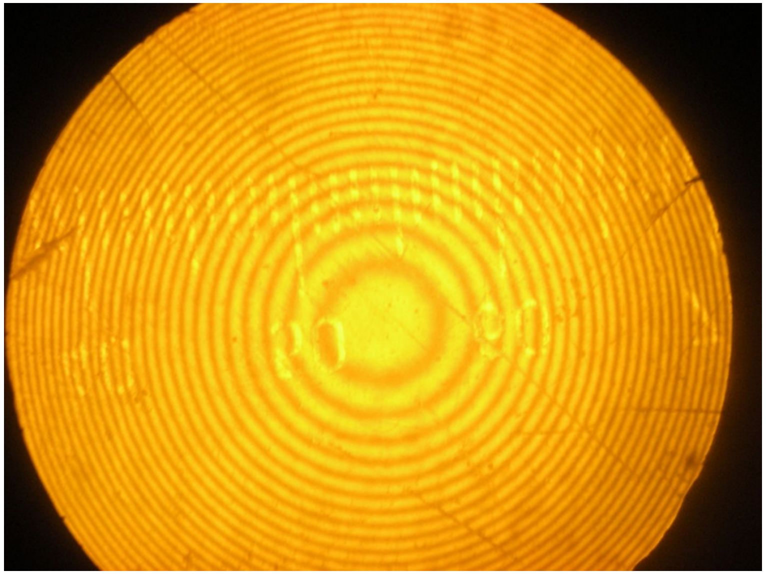
Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ NEWTON



- Επιπεδόκυρτος φακός επάνω σε πλακίδιο

- Διαίρεση πλάτους διαταραχής σε δύο ΣΥΜΦΩΝΑ μέρη





<u>Δακτύλιοι Newton</u>:

κροσσοί κυκλικής συμμετρίας ίσου πάχους με κέντρο συμμετρίας το σημείο επαφής (κροσσοί Fizeau)

ΠΡΟΤΥΠΟ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΑΠΟ ΤΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΟΥ NEWTON

❖ **Συνθήκες μεγίστων και ελαχίστων:**

$$\left.\begin{array}{l} I_{max}: 2d_m n_f = (m+1/2)\lambda_0 \\ I_{min}: 2d_m n_f = m\lambda_0 \end{array}\right\} m = 0,1,2,\ldots$$

$$x_m^2 = R^2 - (R-d_m)^2 = 2Rd_m - d_m^2$$

$$R \gg d_m \rightarrow x_m^2 \approx 2Rd_m$$

$$\left.\begin{array}{l} I_{max}: x_m = \sqrt{\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0 R}{n_f}} \\ I_{min}: x_m = \sqrt{\frac{m\lambda_0 R}{n_f}} \end{array}\right\} \rightarrow x_{m+\Delta m}^2 - x_m^2 = \frac{\Delta m \lambda_0 R}{n_f}$$

✓ **Για τον αέρα: $n_f = 1$**

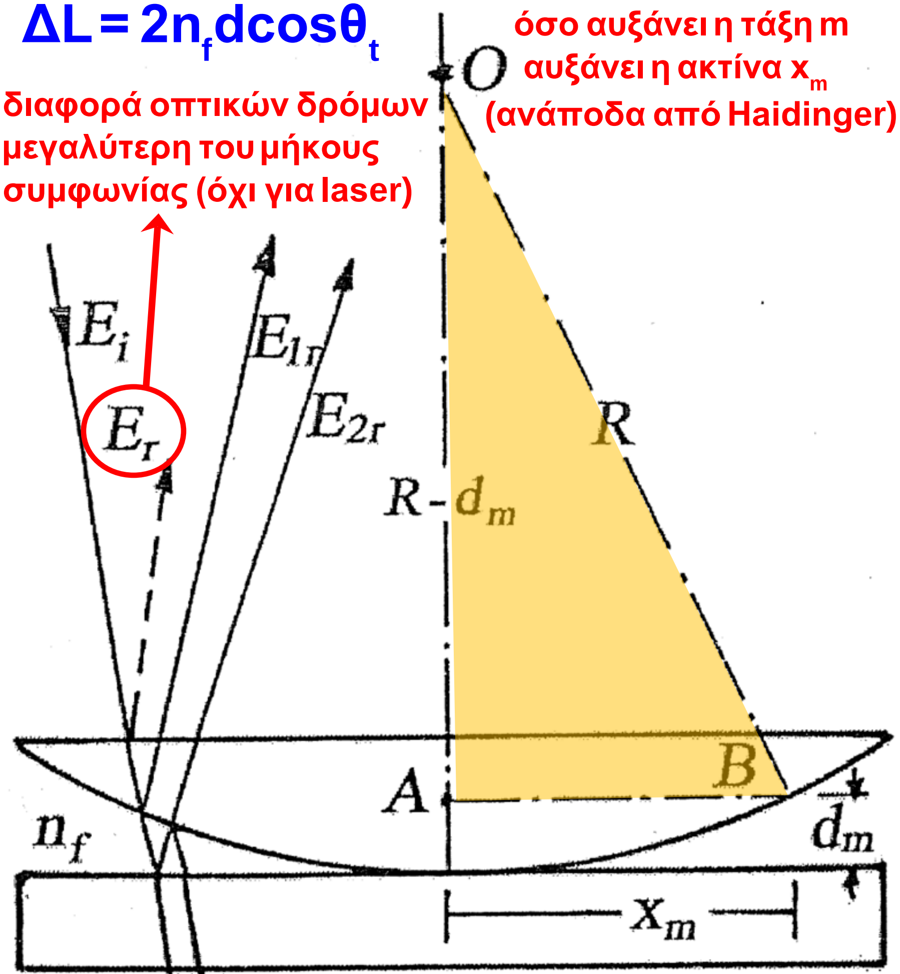
✓ **Το κέντρο αντιστοιχεί σε σκοτεινό κροσσό αν υπάρχει επαφή**

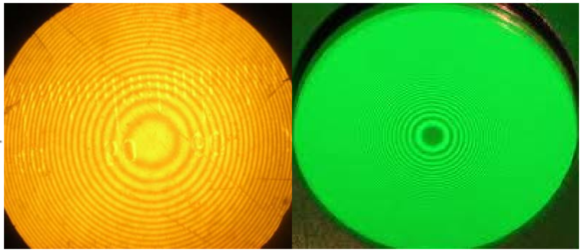
✓ **Ανάποδα για το πρότυπο συμβολής των διερχομένων δεσμών (E_{2t}: π+π)**

$$\Delta L = 2n_f d\cos\theta_t$$

διαφορά οπτικών δρόμων μεγαλύτερη του μήκους συμφωνίας (όχι για laser)

όσο αυξάνει η τάξη m αυξάνει η ακτίνα x_m (ανάποδα από Haidinger)





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΤΑΞΗ NEWTON

Επιπεδόκυρτος φακός (R=30 m) φωτίζεται από λυχνία Na (λ=589.3 nm) και βρίσκεται αρχικά στον αέρα (n_a=1) και μετά σε γλυκερίνη (n_g=1.47)

⇨ **Να υπολογιστεί ο λόγος των ακτίνων των σκοτεινών κροσσών m τάξης και οι ακτίνες των κροσσών 20ης τάξης**

- **Ακτίνα σκοτεινού κροσσού:**

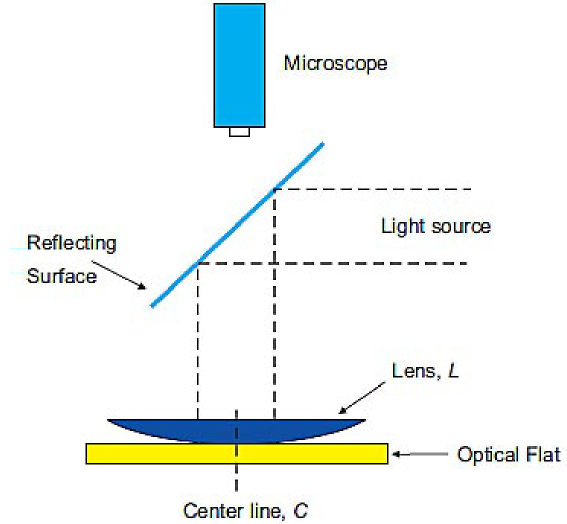
$$x_m^2 = \frac{m\lambda_0 R}{n_f}$$

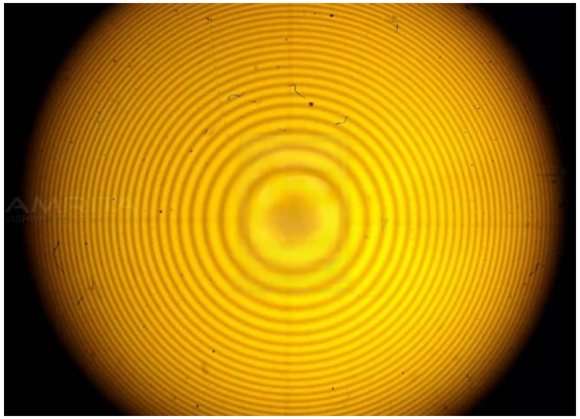
- **Λόγος των ακτίνων:**

$$\frac{x_{ma}^2}{x_{mg}^2} = \frac{n_g}{n_a} \Rightarrow \frac{x_{ma}}{x_{mg}} = \sqrt{\frac{n_g}{n_a}} = 1.21$$

- **Ακτίνα σκοτεινού κροσσού 20ης τάξης:**

$$x_m = \sqrt{\frac{m\lambda_0 R}{n_f}} \rightarrow \begin{cases} x_{20a} = 18.8\,\text{mm} \\ x_{20g} = 15.5\,\text{mm} \end{cases}$$





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΤΑΞΗ NEWTON

📖 **Επιπεδόκυρτος φακός (R=85 cm) φωτίζεται από σύνθετο φως (λ_1=650 nm, λ_2=520 nm) και ο m-οστός σκοτεινός κροσσσός της 1ης συμπίπτει με τον m+1 της 2ης διαταραχής (n_f=1)**

⇨ **Να προσδιοριστεί η διάμετρος αυτού του κροσσού**

- **Ακτίνα σκοτεινού κροσσού:**

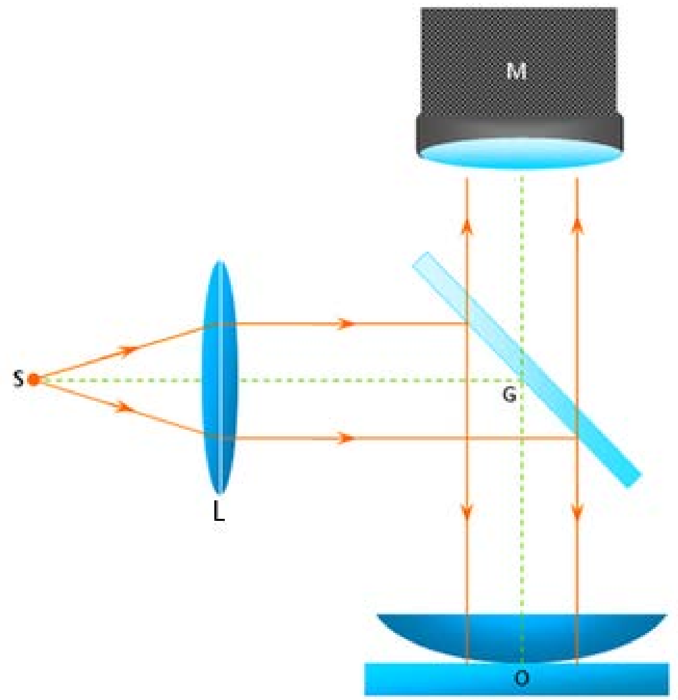
$$x_m^2 = \frac{m\lambda_0 R}{n_f}$$

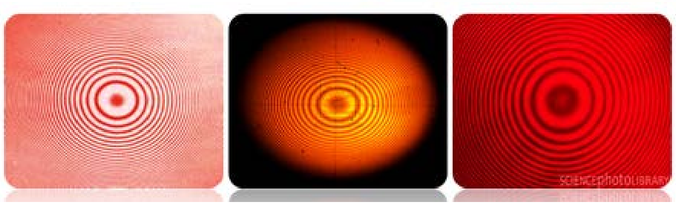
- **Επομένως:**

$$\sqrt{\frac{m\lambda_1 R}{n_f}} = \sqrt{\frac{(m+1)\lambda_2 R}{n_f}} \Rightarrow m\lambda_1 = (m+1)\lambda_2 \Rightarrow m = 4$$

- **Διάμετρος σκοτεινού κροσσού 4ης τάξης:**

$$x_4 = \sqrt{4\lambda_1 R} = 1.5\,\text{mm} \rightarrow d_4 = 3\,\text{mm}$$



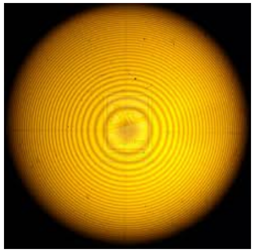


ΤΑΞΗ ΚΡΟΣΣΩΝ HAIDINGER ΚΑΙ FIZEAU ($\theta_i \approx \theta_t \approx 0$)

- **<u>ΚΡΟΣΣΟΙ HAIDINGER</u>: κροσσοί ίσης κλίσης που παρατηρούνται για σχεδόν κάθετη πρόσπτωση**

- **<u>ΚΡΟΣΣΟΙ FIZEAU</u>: κροσσοί ίσου πάχους που παρατηρούνται για σχεδόν κάθετη πρόσπτωση**

$$\text{Για } I_1 = I_2 = I_0 \rightarrow I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2},\ \delta = \frac{4\pi n_f}{\lambda_0} d\cos\theta_t \pm \pi,\ \ I_{min}: \delta = (2m \pm 1)\pi$$



(κροσσοί κυκλικής συμμετρίας, σκοτεινός κεντρικός)

- **<u>Κροσσοί Haidinger</u> (ίσης κλίσης)**

$$m = \frac{2n_f d\cos\theta_t}{\lambda_0},\ m' = \frac{2n_f d\cos\theta_t'}{\lambda_0}\ (\theta_t' > \theta_t)$$

$$m' - m = \frac{2n_f d\left(\cos\theta_t' - \cos\theta_t\right)}{\lambda_0} < 0 \rightarrow m' < m$$

Ο κεντρικός κροσσός ($\theta_t = \theta_i = 0$) είναι μέγιστης τάξης, η τάξη ελαττώνεται καθώς πηγαίνουμε από το κέντρο προς την περιφέρεια

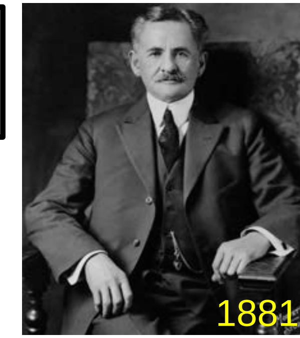
- **<u>Κροσσοί Fizeau</u> (ίσου πάχους)**

$$2d_m n_f = m\lambda_0,\ x_m^2 = 2Rd_m \rightarrow x_m^2 = \frac{m\lambda_0 R}{n_f}$$

$$m' - m = \frac{n_f\left(x_m'^2 - x_m^2\right)}{\lambda_0 R} > 0\ (x_m' > x_m) \rightarrow m' > m$$

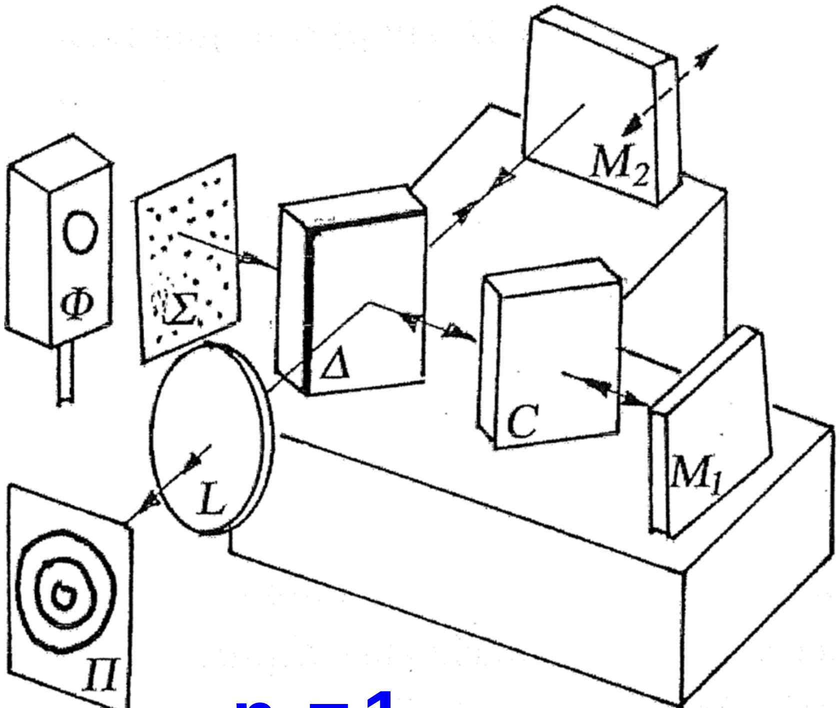
Ο κεντρικός κροσσός (d=0) είναι μηδενικής τάξης, η τάξη αυξάνεται καθώς πηγαίνουμε από το κέντρο προς την περιφέρεια

ΤΟ ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΟ ΤΟΥ MICHELSON

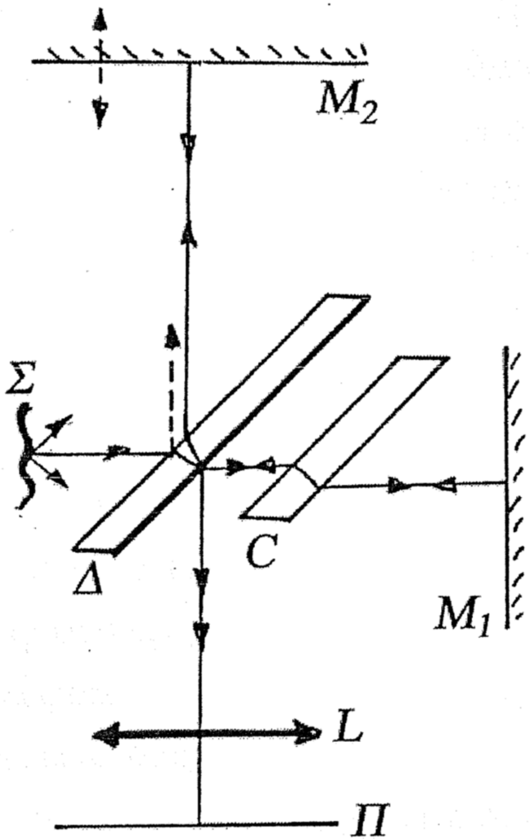


The Nobel Prize in Physics 1907
Albert A. Michelson

- **Διαίρεση πλάτους διαταραχής σε δύο σύμφωνα μέρη που με χρήση κατόπτρων ακολουθούν διαφορετικές πορείες**



$n_f = 1$



Φ+Σ: εκτεταμένη πηγή

Δ: διαχωριστής δέσμης

M_1: ακίνητο κάτοπτρο

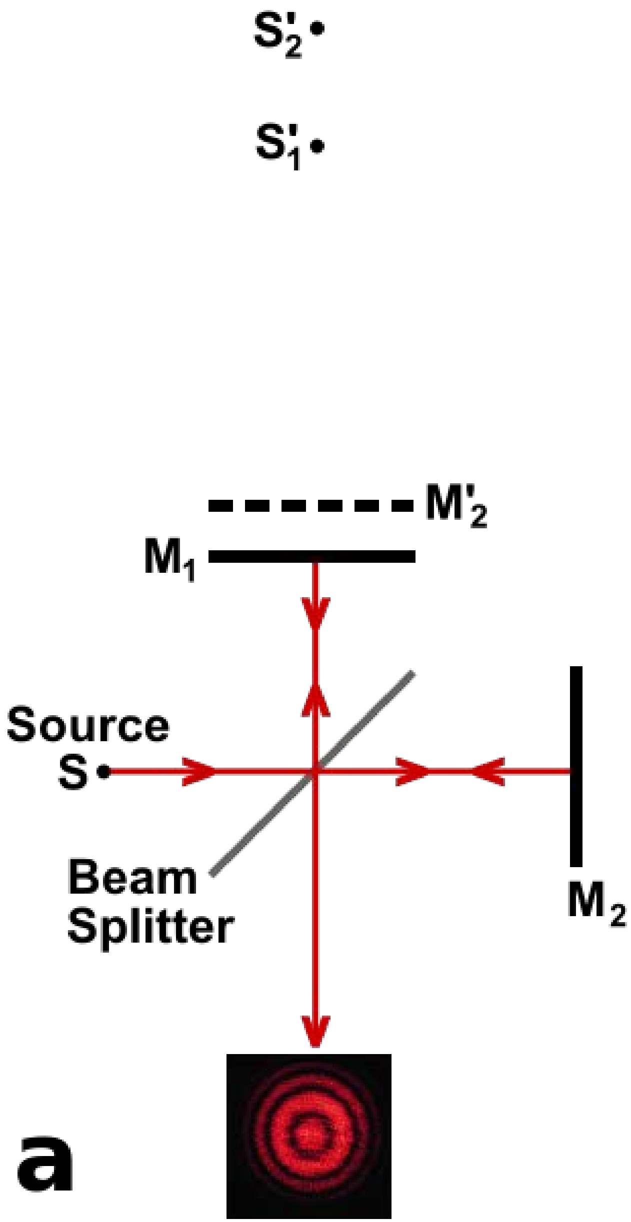
M_2: κινούμενο κάτοπτρο

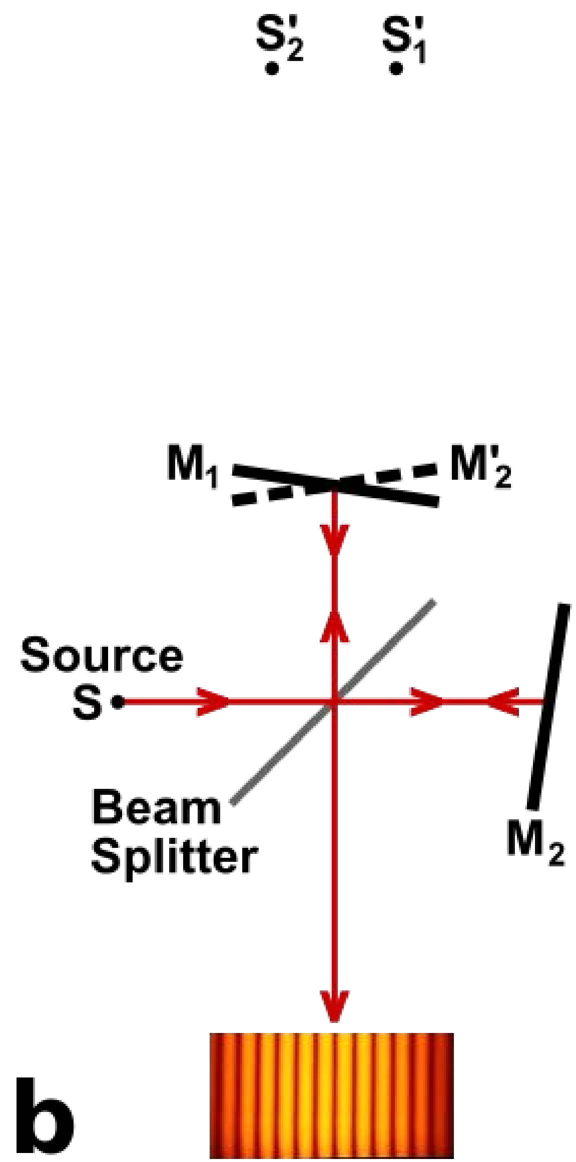
C: αντισταθμιστής

L: θετικός φακός

- **<u>Χρησιμότητα ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΤΗ</u>: εξισορροπεί τους οπτικούς δρόμους, αντισταθμίζει (λόγω της αμφίδρομης διάνυσής του) την επίδραση του διασκεδασμού για φωτισμό με πολυχρωματική πηγή**

ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ ΚΑΤΟΠΤΡΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΤΥΠΟ ΣΥΜΒΟΛΗΣ





<u>Κροσσοί ίσης κλίσης</u>

κροσσοί κυκλικής συμμετρίας

<u>Κροσσοί ίσου πάχους</u>

ισαπέχοντες γραμμικοί κροσσοί

ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΡΟΣΣΩΝ ΙΣΗΣ ΚΛΙΣΗΣ

- **Κάτοπτρα ορθογώνια μεταξύ τους και εκτεταμένη ψευδομονοχρωματική πηγή (πρόσπτωση με διάφορες γωνίες θ)**

❖ **<u>Νοητή γεωμετρική ανάπτυξη σε ευθεία</u>:**

✓ **Κατοπτρισμός πηγής S και κατόπτρου M_1 ως προς το διαχωριστή (είδωλα S΄, M_1΄)**

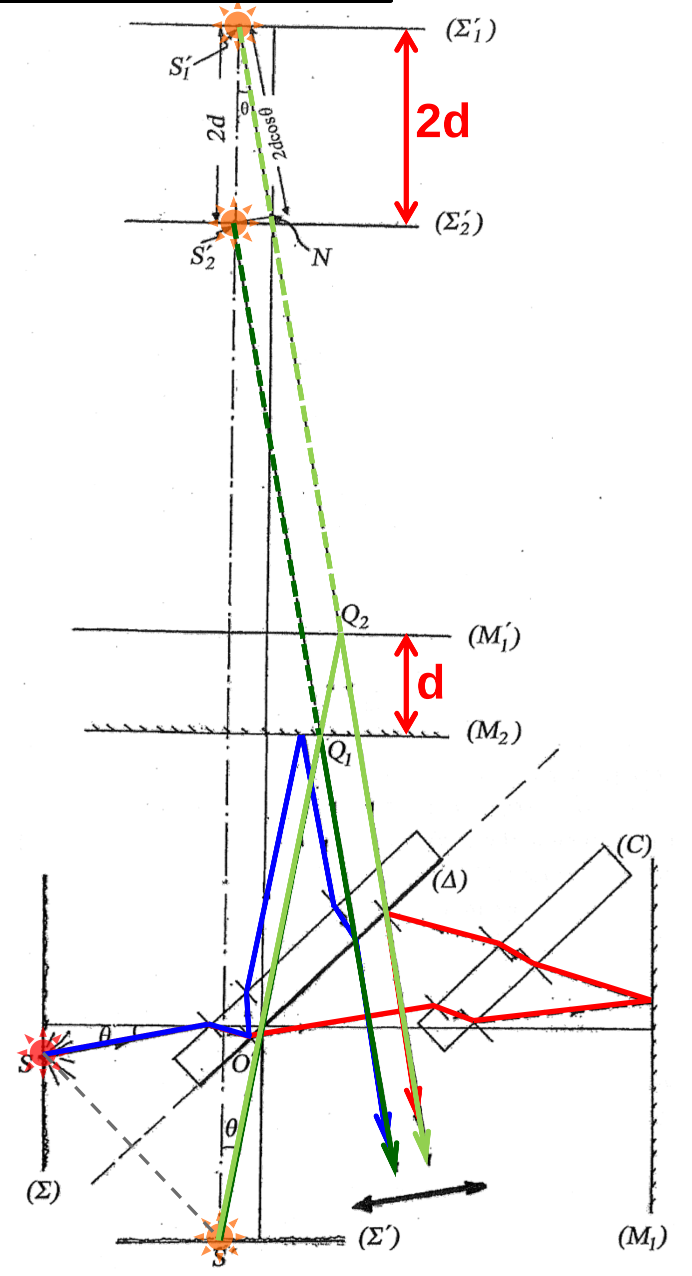
✓ **Φανταστικά είδωλα της S΄ ως προς τα κάτοπτρα M_1΄ και M_2 (S_1΄, S_2΄, απόσταση 2d)**

❖ **<u>Πορεία ακτινών</u>:**

✓ **Πραγματική πορεία διαταραχής από την S: κόκκινη, μπλε (ανάκλαση από M_1, M_2)**

✓ **Νοητή πορεία από την κατοπτρική S΄: πράσινες γραμμές (ανάκλαση από M_2, M_1΄)**

✓ **Φαίνονται να προέρχονται από τις S_1΄, S_2΄ (διακεκομμένες πράσινες γραμμές)**



ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΣΤΟ ΠΡΟΤΥΠΟ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

- **Ένταση στο σημείο συνάντησης:**

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \rightarrow I = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}\ (I_1 = I_2 = I_0)$$

- **Διαφορά φάσης:**

$$\delta = k_0\Delta L \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L \pm \pi\ (n_f = 1)$$

- **Διαφορά οπτικών δρόμων:**

$$\Delta L = S_1'N \approx 2d\cos\theta$$

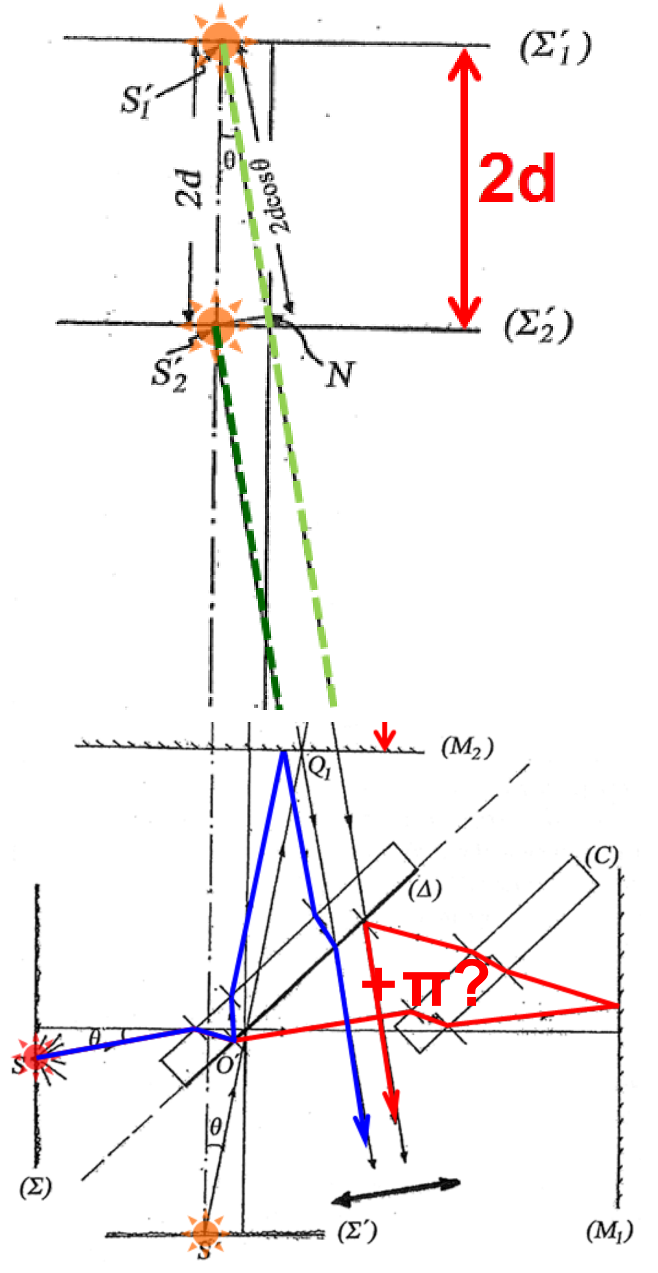
- **Επομένως:**

$$\delta = \frac{4\pi d\cos\theta}{\lambda} \pm \pi$$

❖ **Συνθήκες μεγίστων και ελαχίστων:**

$$I_{max}: \delta = \frac{4\pi d\cos\theta_m}{\lambda} \pm \pi = 2m\pi \Rightarrow 2d\cos\theta_m = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

$$I_{min}: \delta = \frac{4\pi d\cos\theta_m}{\lambda} \pm \pi = (2m \pm 1)\pi \Rightarrow 2d\cos\theta_m = m\lambda$$



ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΠΡΟΤΥΠΟ ΜΕΤΡΟ

- Για το κέντρο του προτύπου συμβολής είναι $\theta_m=0 \rightarrow \cos\theta_m=1$, επομένως η $2d\cos\theta_m=m\lambda_0 \Rightarrow 2d=m\lambda_0 \rightarrow 2\Delta d=\lambda_0\Delta m$

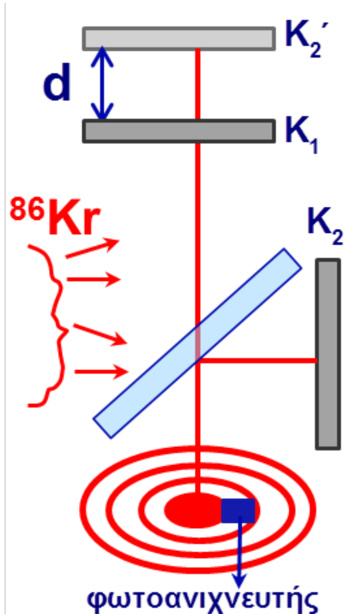
- Για $\Delta m=1 \rightarrow \Delta d=\lambda_0/2$: η διαδοχική εμφάνιση ή εξαφάνιση ενός κροσσού από το κέντρο του προτύπου συμβολής αντιστοιχεί σε μετατόπιση του κατόπτρου κατά $\lambda_0/2$ (υψηλή ακρίβεια του συμβολόμετρου Michelson)

- **1893 Michelson**

κόκκινη γραμμή λυχνίας Cd

$\lambda=643.847$ nm, $\Delta\lambda=0.0013$ nm

- ✓ Μετατόπιση κατόπτρου $\Delta d= 0.5$ m
- ✓ $\Delta m= 2\Delta d/\lambda_0= 1{,}553{,}164$
- ❖ Άρα 1 m= 1,553,164 μ.κ. της κόκκινης γραμμής της λυχνίας Cd



- **1960 επαναπροσδιορισμός**

πορτοκαλί γραμμή του ^{86}Kr

$\lambda=605.7802105$ nm

- ✓ Μετατόπιση κατόπτρου $\Delta d= 0.5$ m
- ✓ $\Delta m= 2\Delta d/\lambda_0= 1{,}650{,}763.718$
- ❖ Άρα 1 m= 1,650,763.718 μ.κ. της γραμμής εκπομπής του ατόμου ^{86}Kr

- **1983: c, sec**

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΑΧΟΥΣ ΛΕΠΤΩΝ ΠΛΑΚΙΔΙΩΝ

- **Για να μετρήσουμε το πάχος L ενός λεπτού πλακιδίου με παράλληλες έδρες και δείκτη διάθλασης n:**

⇨ **Στο συμβολόμετρο Michelson εντοπίζουμε έναν σκοτεινό κροσσό τάξης m-p (η τάξη του κροσσού p μετράται από το κέντρο του προτύπου όπου βρίσκεται ο σκοτεινός κροσσός τάξης m)**

⇨ **Στη συνέχεια παρεμβάλουμε το πλακίδιο στη διαδρομή της μιας από τις δύο δέσμες του συμβολόμετρου**

⇨ **Οι κροσσοί θα μετακινηθούν λόγω της αύξησης του οπτικού δρόμου και στη θέση του p θα έρθει ο p΄ (p΄>p)**

$$\left.\begin{array}{r} 2\Delta d = \lambda_0(\Delta m) \Rightarrow \Delta d = (\lambda_0/2)(p' - p) \\ \text{μεταβολή Ο.Δ.: } \Delta d = nL - 1L \Rightarrow \Delta d = (n-1)L \end{array}\right\} \Rightarrow L = \frac{(p' - p)\lambda_0}{2(n-1)} \quad (1)$$

- **Για φωτισμό του συμβολόμετρου με λ_{Na}= 589.3 nm και παρεμβολή πλακιδίου από Mica (n= 1.5601) έχουμε μετακίνηση Δp= 133 κροσσών**

⇨ **Με χρήση της (1) υπολογίζουμε ότι L= 70 μm**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΟ MICHELSON ΚΑΙ ΣΥΜΦΩΝΙΑ

📖 **Συμβολόμετρο Michelson φωτίζεται από λ_0=643.847 nm (λυχνία Cd) με φασματικό εύρος $\Delta\lambda_0$=0.0013 nm, αρχική ρύθμιση κατόπτρων d=0, το ένα κάτοπτρο μετακινείται μέχρι να εξαφανιστούν οι κροσσοί**

⇨ **Να βρεθεί η μετατόπιση d, σε πόσα μήκη κύματος αντιστοιχεί;**

✓ **Μετακίνηση του κατόπτρου κατά d ισοδυναμεί με διαφορά οπτικού δρόμου 2d**

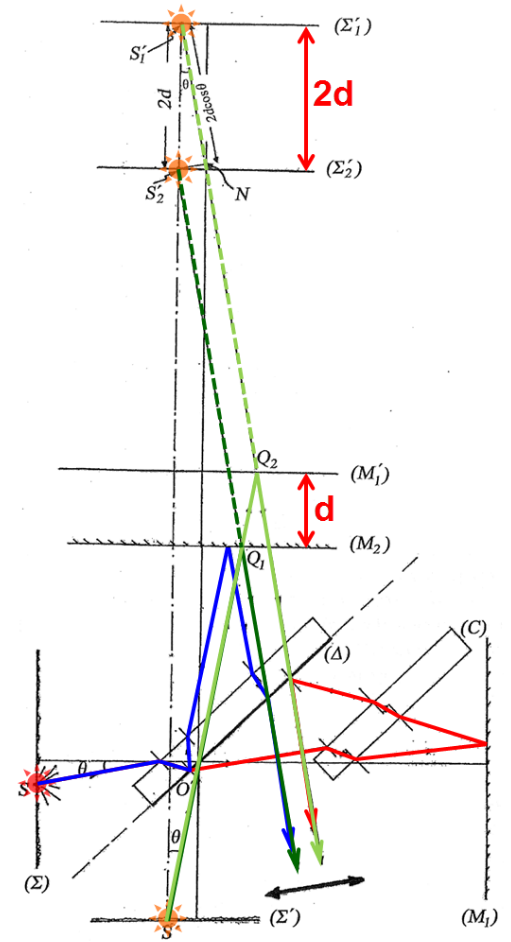
✓ **Για να εξαφανιστούν οι κροσσοί πρέπει η διαφορά να γίνει μεγαλύτερη από το μήκος συμφωνίας l_c**

$$l_c = \frac{\lambda_0^{\,2}}{\Delta\lambda_0} = \frac{(643.847\,\text{nm})^2}{0.0013\,\text{nm}} = 31.89\,\text{cm}$$

$$2d = l_c \Rightarrow d = \frac{l_c}{2} = \frac{31.89\,\text{cm}}{2} = 15.95\,\text{cm}$$

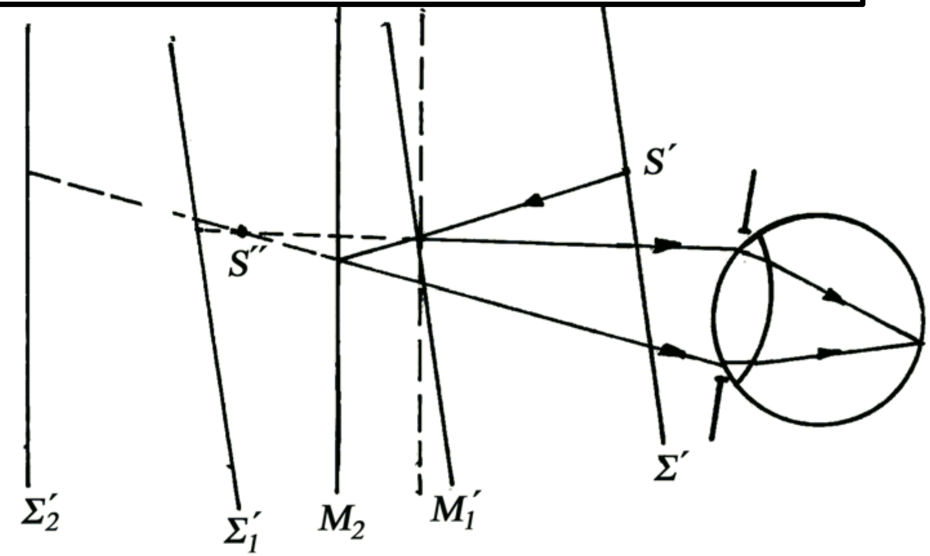
✓ **Η μετατόπιση αυτή αντιστοιχεί σε μήκη κύματος:**

$$N = \frac{d}{\lambda_0} = \frac{15.95\,\text{cm}}{643.847\,\text{nm}} = 2.5\times10^5$$



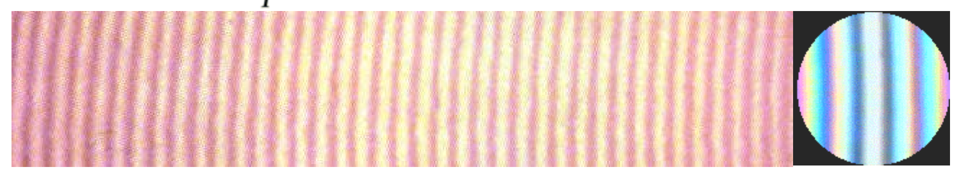
ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΡΟΣΣΩΝ ΙΣΟΥ ΠΑΧΟΥΣ (MICHELSON)

- Κάτοπτρα με κλίση μεταξύ τους (σφήνα αέρα ανάμεσα στα M_1,M_2)

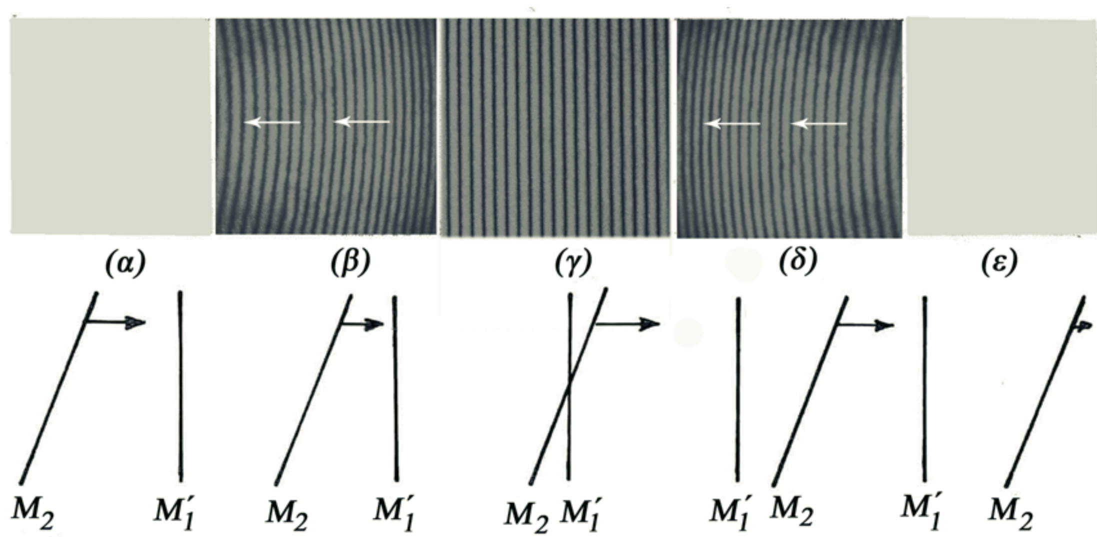


- Οι 2 διαταραχές φαίνονται να προέρχονται από το σημείο S´´ (αντικείμενο - εκεί σχηματίζονται φαινομενικά οι κροσσοί)

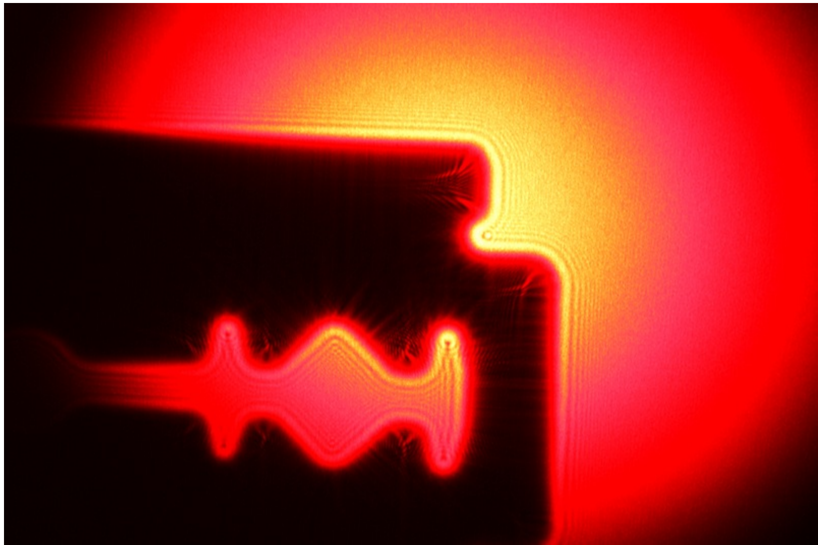
- Για σχεδόν κάθετο φωτισμό και λεπτή σφήνα οι κροσσοί είναι ευθύγραμμοι (ίσου πάχους)



- Για μεγάλες αποστάσεις κατόπτρων οι κροσσοί είναι καμπύλοι (η διαφορά Ο.Δ. των διαταραχών εξαρτάται από το πάχος και τη γωνία πρόσπτωσης)



ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ



ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ

- **ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ: το φαινόμενο της εκτροπής του φωτός από την πορεία διάδοσής του όπως αυτή καθορίζεται από τους νόμους της γεωμετρικής οπτικής όταν συναντήσει ένα μικρό εμπόδιο (τροποποιείται το αρχικό μέτωπο κύματος - μεταβολή του πλάτους και της φάσης του)**

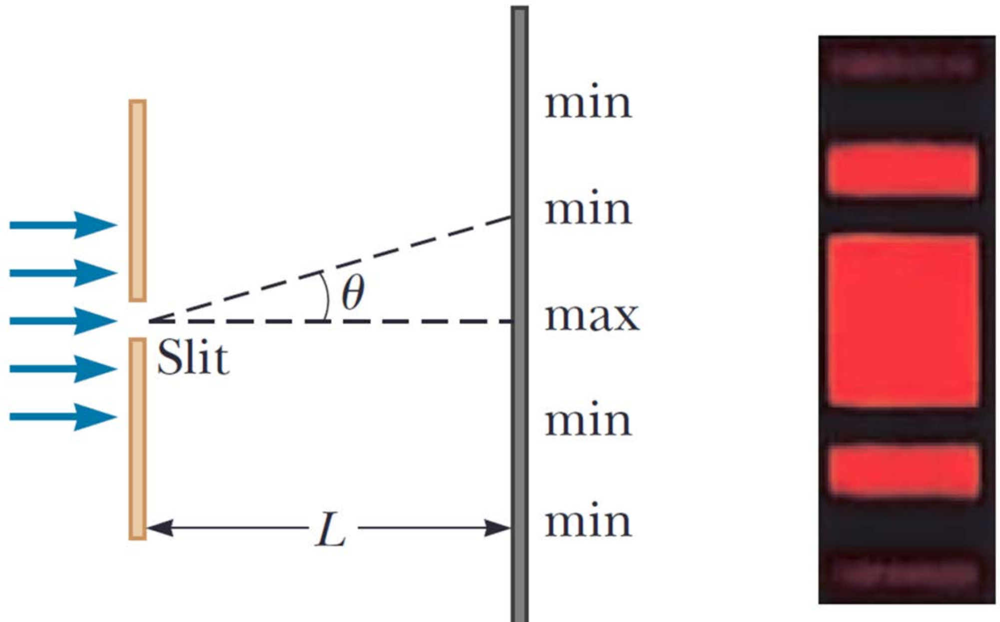
- **Το φαινόμενο της περίθλασης είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας των κυμάτων και αναδεικνύει την κυματική φύση του φωτός**

- **Συμβολή-Περίθλαση: το φαινόμενο της συμβολής είναι το αποτέλεσμα της υπέρθεσης λίγων σύμφωνων κυμάτων ενώ της περίθλασης αυτό της υπέρθεσης πολλών**

✓ **Αλληλεπίδραση Η/Μ πεδίων με την ύλη**

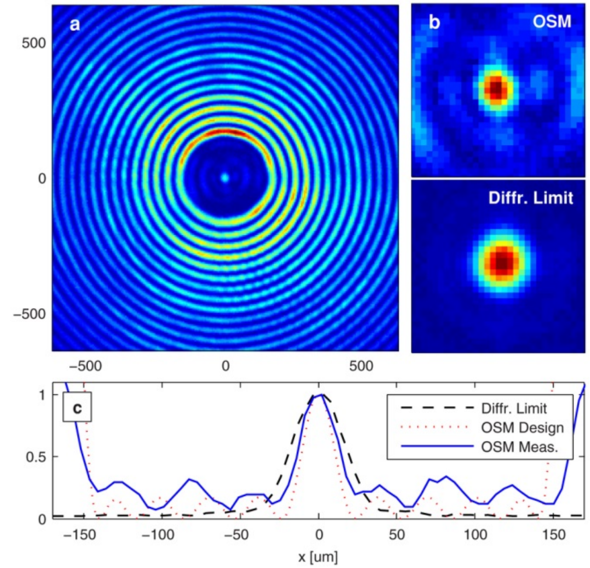
✓ **Απώλεια αρχικής πληροφορίας (διακριτική ικανότητα συστήματος)**

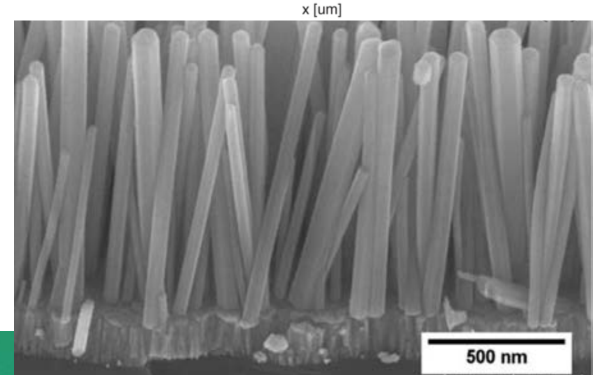
✓ **Παροχή πληροφορίας για το περιθλόν στοιχείο**

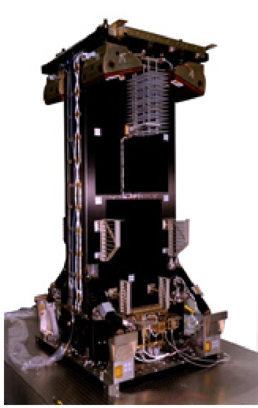


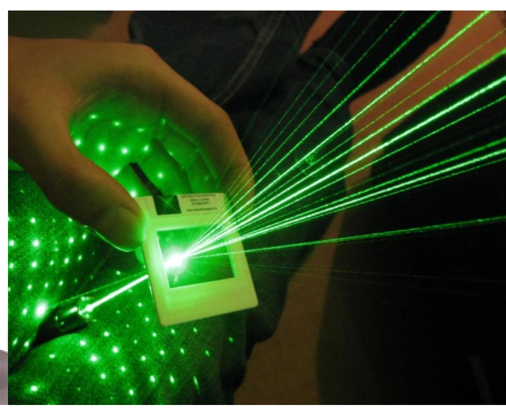
ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΙ ΚΛΑΔΟΙ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

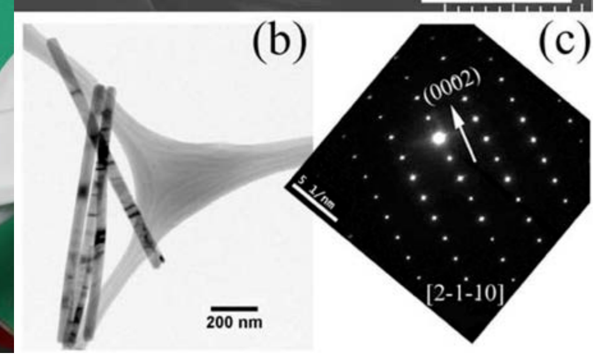
- **Μικροκύματα (κεραίες, φακοί μικροκυμάτων)**
- **Ραδιοκύματα (κεραίες, ραδιοτηλεσκόπια)**
- **Ακτίνες Χ, νετρόνια (δομή της ύλης)**
- **Ηλεκτρονική μικροσκοπία (λ~0.04 Å)**
- **Οπτική μικροσκοπία**
- **Οπτική φασματοσκοπία υπεριώδους-ορατού-υπερύθρου**
- **Περίθλαση εμφανίζουν και τα διαμήκη κύματα (ηχητικά, θαλάσσια, σεισμικά κύματα)**











ΓΕΝΙΚΑ - Η/Μ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ ΚΑΙ ΜΕΤΩΠΑ ΚΥΜΑΤΟΣ

- **Θεώρηση του φωτός ως εγκάρσια Η/Μ κύματα (Ε= cB): ποιοτική και ποσοτική ερμηνεία του φαινομένου της περίθλασης**

⇨ **Διαφορική εξίσωση κύματος:** $\nabla^2\Psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = 0$

⇨ **Βαθμωτά κύματα:** $\Psi(x,y,z) = a(x,y,z)e^{i\{\omega t - \varphi(x,y,z)\}}$ **{πλάτος: A=a(x,y,z)}**

⇨ **Μέτωπο κύματος: νοητή επιφάνεια σημείων ίδιας φάσης (για t=σταθ.)**

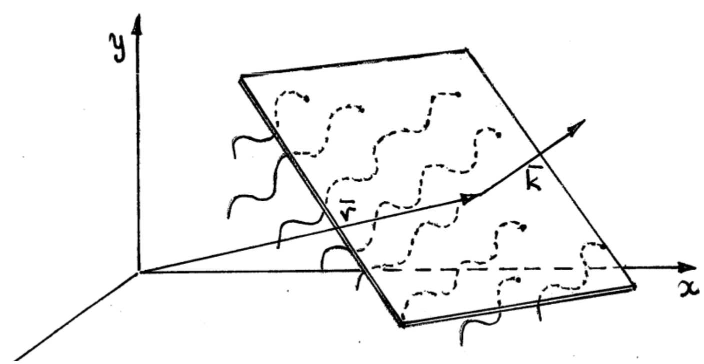
✓ **Επίπεδο μέτωπο κύματος, A=σταθ. (οι ισοφασικές επιφάνειες είναι επίπεδα):**

$\omega t - \varphi(x,y,z) = \omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} = \text{σταθ.}$

$\text{για } t = 0 \rightarrow \vec{k}\cdot\vec{r} = \text{σταθ.}$

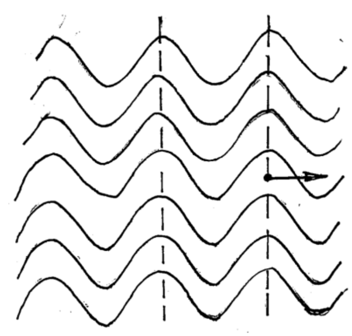
$\vec{k} = k\cos\alpha\,\hat{i} + k\cos\beta\,\hat{j} + k\cos\gamma\,\hat{k} \ (k = 2\pi/\lambda)$

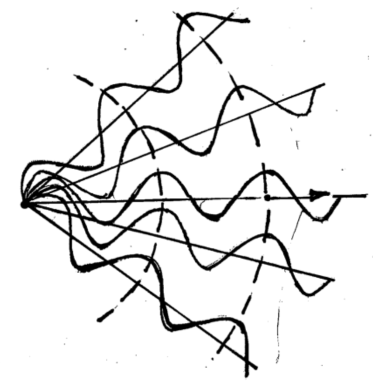
$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$



✓ **Σφαιρικό μέτωπο κύματος (οι ισοφασικές επιφάνειες είναι σφαίρες):**

$\Psi(x,y,z) = \frac{a}{r}e^{i\{\omega t - kr\}}$ $(\text{για } t = 0: kr = \text{σταθ} \rightarrow r = \text{σταθ})$





ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΛΑΤΟΥΣ-ΕΝΤΑΣΗΣ Η/Μ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ

⇨ **Σφαιρικό μέτωπο κύματος (η χωρική του μορφή):**

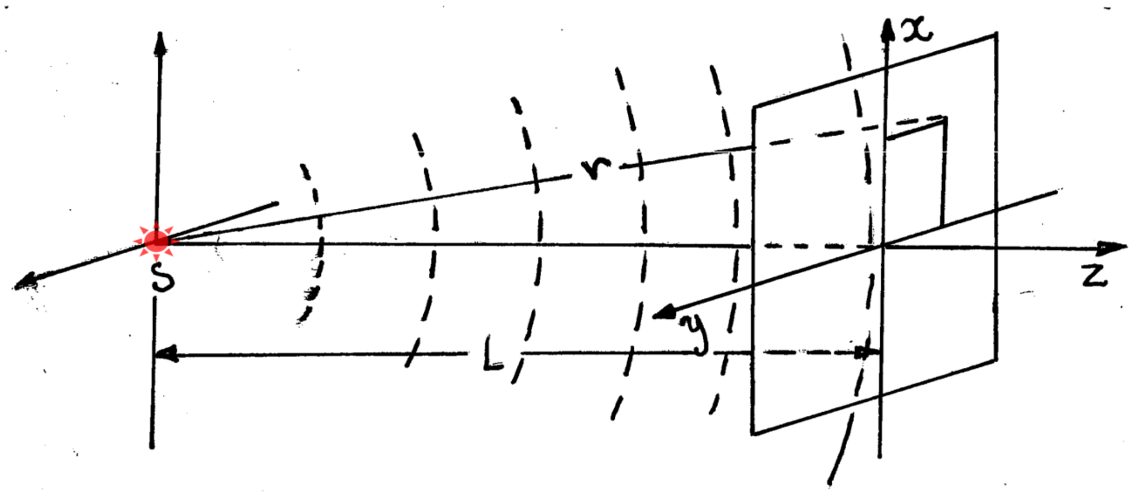
$$\Psi(x,y,z)=\frac{a}{r}e^{i(\omega t-kr)}\rightarrow\Psi(x,y,z)=\frac{a}{r}e^{ikr}\quad\left\{r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right\}$$

⇨ **Κατανομή της διαταραχής Ψ πάνω σε επίπεδο x, y σε απόσταση L:**

$$\text{Για } r\cong L\rightarrow\Psi(x,y)=\frac{a}{L}e^{-\frac{i\pi(x^2+y^2)}{\lambda L}}\quad\left\{\text{είναι της μορφής: }\Psi(x,y)=A(x,y)e^{i\varphi(x,y)}\right\}$$

✓ **Ορατό: ν= 10^{14}-10^{15} Hz**

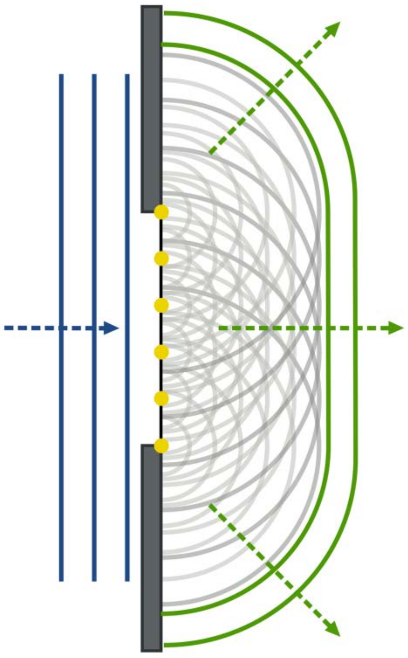
✓ **Με έναν ανιχνευτή (μάτι, φωτοκύτταρο, κάμερα CCD) θα "δούμε" την κατανομή της έντασης I(x,y)= $\langle S\rangle_\tau$ (με τ>>Τ=1/ν)**



$$I(x,y)=\left|\Psi(x,y)\right|^2=\Psi(x,y)\Psi^*(x,y)=A^2(x,y)$$

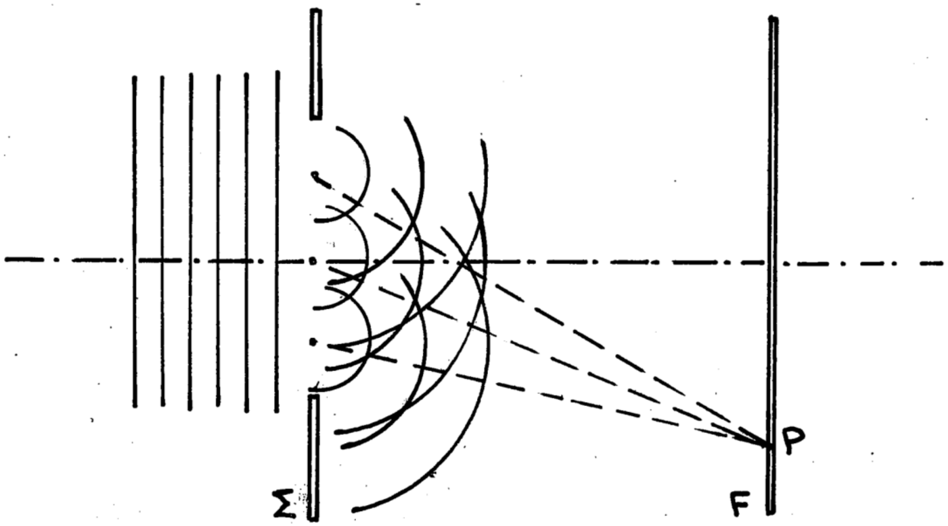
❖ **Η ένταση του φωτός I(x,y) σε W/m^2 είναι ενεργειακό μέγεθος (πλάτος διαταραχής, Ε σε V/m)**

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΕΔΙΩΝ ΑΠΟ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ, HUYGENS-FRESNEL



- 🕮 **<u>ΑΡΧΗ ΤΟΥ HUYGENS</u>: κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος αποτελεί πηγή εκπομπής ενός σφαιρικού κυματίου της ίδιας συχνότητας, η περιβάλλουσα των κυματίων αποτελεί το νέο μέτωπο κύματος**

- 🕮 **<u>ΑΡΧΗ ΤΩΝ HUYGENS-FRESNEL</u>: κάθε μη εμποδιζό-μενο σημείο ενός μετώπου κύματος αποτελεί πηγή ενός δευτερεύοντος σφαιρικού κυματίου, το πλάτος σε οποιοδήποτε σημείο θα είναι η επαλληλία όλων των κυματίων (λαμβάνεται υπόψη το πλάτος και η φάση τους)**



- ❖ **<u>Υπολογισμός πεδίου στο P</u>: προστίθενται οι συνεισφορές όλων των κυματίων**

- ✓ **Τα πλάτη στο Σ είναι ίδια (επίπεδα μέτωπα κύματος)**

- ✓ **Στο P διαφέρουν και τα πλάτη (~1/r) και οι φάσεις (όρος kr)**

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRESNEL ΚΑΙ FRAUNHOFER

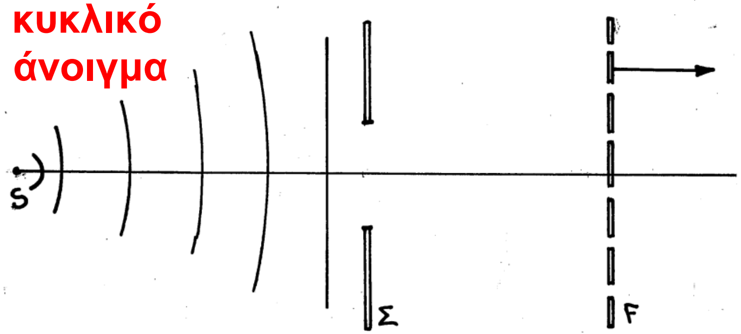
- **ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRESNEL: η φωτεινή πηγή ή/και το σημείο παρατήρησης είναι κοντά στο περιθλόν αντικείμενο, σφαιρικά Μ.Κ. (περίθλαση κοντινού πεδίου, περίπλοκη θεωρητική μελέτη-αριθμητική λύση ολοκλ. Fresnel-Kirchhoff)**

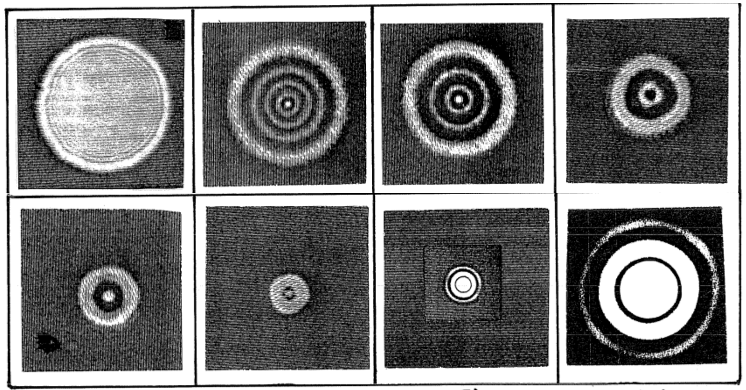
- **ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRAUNHOFER: η φωτεινή πηγή και το σημείο παρατήρησης βρίσκονται πολύ μακριά από το περιθλόν αντικείμενο, επίπεδα Μ.Κ. (περίθλαση μακρινού πεδίου, απλούστερη θεωρητική περιγραφή)**

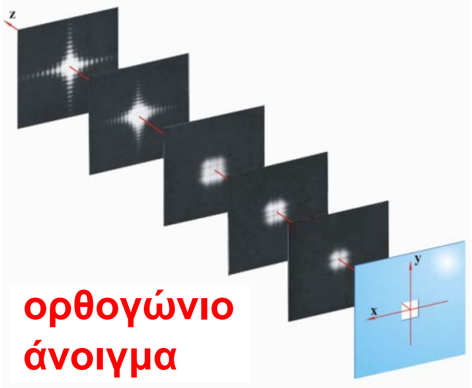
- **Αριθμός Fresnel: καθορίζει τις 2 περιοχές περίθλασης**

$$F = \frac{\alpha^2}{\lambda d} \begin{cases} \geq 1 \ \text{(Fresnel)} \\ << 1 \ \text{(Fraunhofer)} \end{cases}$$

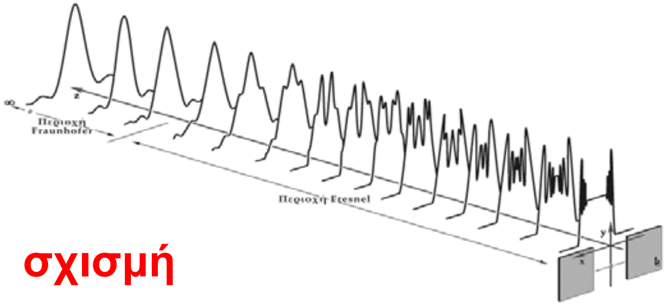
κυκλικό άνοιγμα







ορθογώνιο άνοιγμα

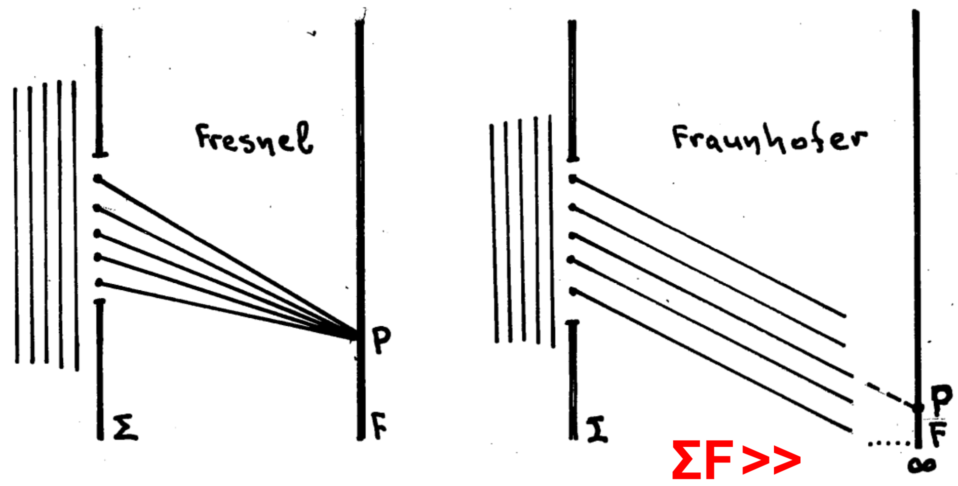


σχισμή

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRAUNHOFER vs. FRESNEL

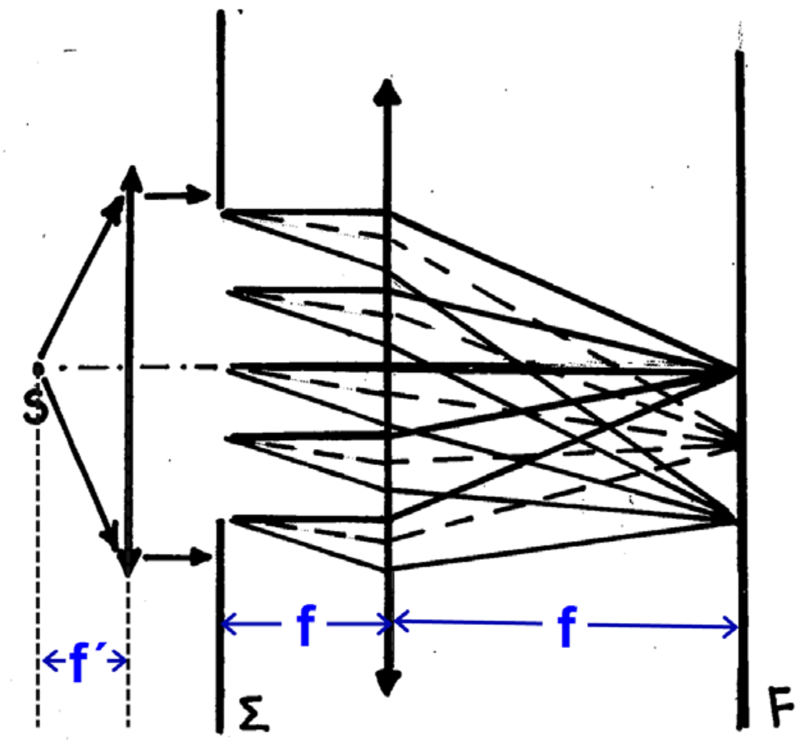
- ➢ Τα πλάτη των κυματίων στο P είναι προσεγγιστικά ίσα μεταξύ τους λόγω μεγάλης απόστασης

- ➢ Οι διαφορές φάσης μεταξύ των πηγών κυματίων ακολουθούν γραμμική σχέση λόγω της ίδιας κλίσης των ακτίνων



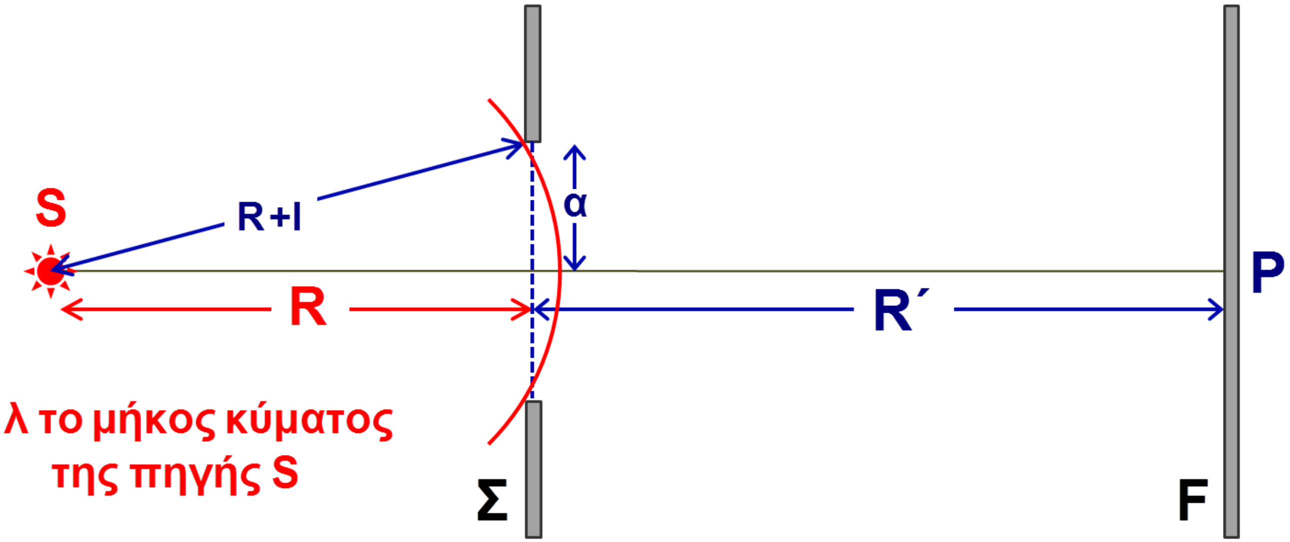
- ❖ Υλοποίηση συνθηκών περίθλασης Fraunhofer στο εργαστήριο:

- ✓ Τοποθέτηση φακών σε απόσταση από την πηγή, το πέτασμα και το περιθλόν αντικείμενο ίση με την αντίστοιχη εστιακή απόσταση



ΣΥΝΘΗΚΗ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ FRAUNHOFER

- Γενικά θεωρούμε ότι βρισκόμαστε στην περιοχή της περίθλασης Fraunhofer όταν ισχύει η σχέση: $\boxed{\min\{R,R'\} >> \frac{\alpha^2}{2\lambda}}$



- Είναι: $(R+l)^2=R^2+\alpha^2 \Rightarrow R^2+l^2+2Rl=R^2+\alpha^2 \Rightarrow \alpha^2-l^2=2Rl$ (1)

- Στην περιοχή Fraunhofer η σφαιρικότητα του Μ.Κ. γίνεται μηδενική, δηλαδή: $(R+l)-R= l << \lambda$ (2)

- Επομένως, η (1) $\Rightarrow \alpha^2-l^2 \approx \alpha^2 = 2Rl \Rightarrow R = \frac{\alpha^2}{2l} \overset{(2)}{\Rightarrow} R >> \frac{\alpha^2}{2\lambda}$

- Η ίδια ακριβώς σχέση ισχύει για το σημείο P σε απόσταση R΄ $\left(R' >> \frac{\alpha^2}{2\lambda}\right)$

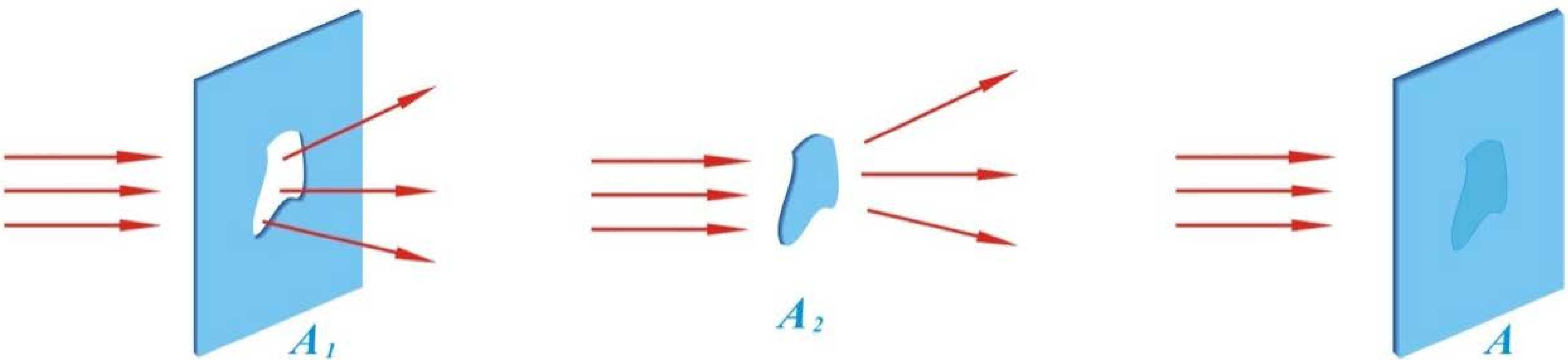
ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ - ΑΡΧΗ ΤΟΥ BABINET

- **<u>ΑΡΧΗ ΤΟΥ BABINET</u>: οι εικόνες περίθλασης από συμπληρωματικά περιθλόντα αντικείμενα είναι ακριβώς ίδιες (απόρροια της γραμμικής επαλληλίας των πεδίων)**

- **Για τα περιθλόντα πεδία θα πρέπει να ισχύει $E_{A1}(x_0,y_0)+E_{A2}(x_0,y_0)=0$**

- **Έχουν ακριβώς το ίδιο πλάτος αλλά αντίθετη φάση (διαφορά 180°): $E_{A1}(x_0,y_0)= -E_{A2}(x_0,y_0)$**

- **Οι κατανομές της έντασής τους ($I \sim E^2$) θα είναι ακριβώς ίδιες ($I_{A1}=I_{A2}$)**



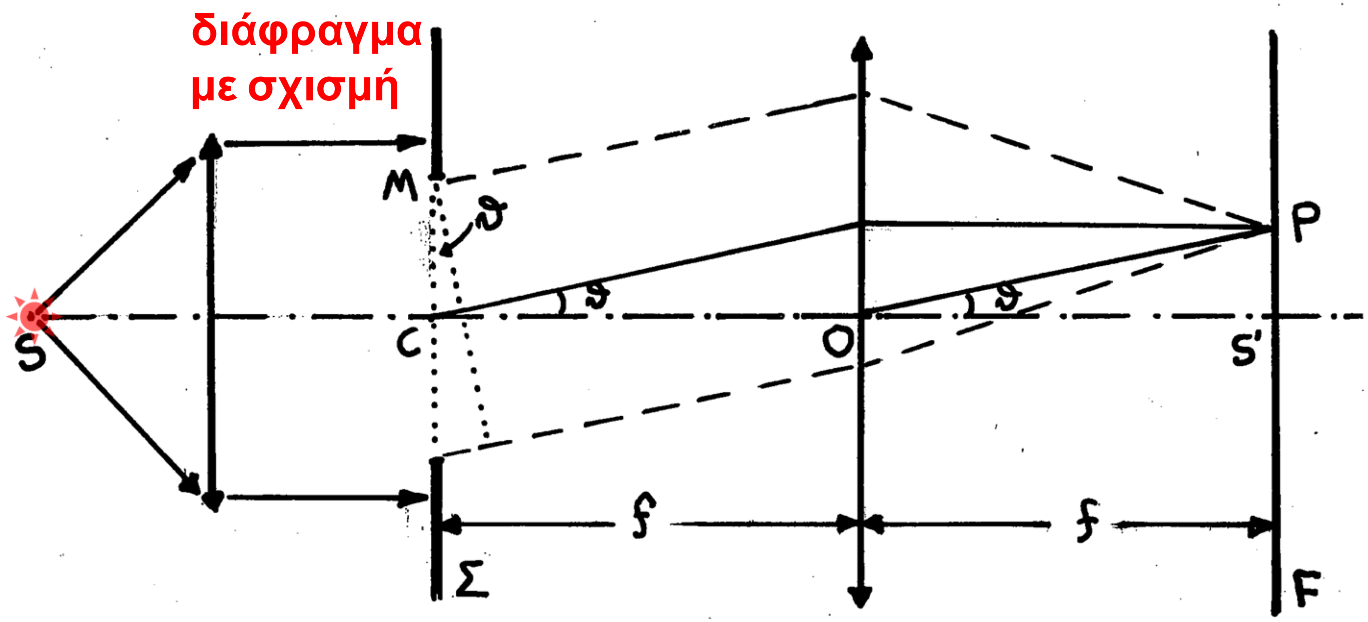
Επιφάνεια A_1:
E_1=περιθλόν πεδίο από το άνοιγμα

Επιφάνεια A_2:
E_2=περιθλόν πεδίο από το άνοιγμα

Επιφάνεια A:
$E_1+E_2=0$ $\quad E_1=-E_2$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΛΑΤΟΥΣ ΠΕΡΙΘΛΩΜΕΝΗΣ Η/Μ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ

- **Για τον υπολογισμό της Η/Μ διαταραχής στο σημείο P με βάση την αρχή Huygens-Fresnel θεωρούμε καταρχήν την συνεισφορά των δευτερευόντων κυματίων από τα σημεία C και M**

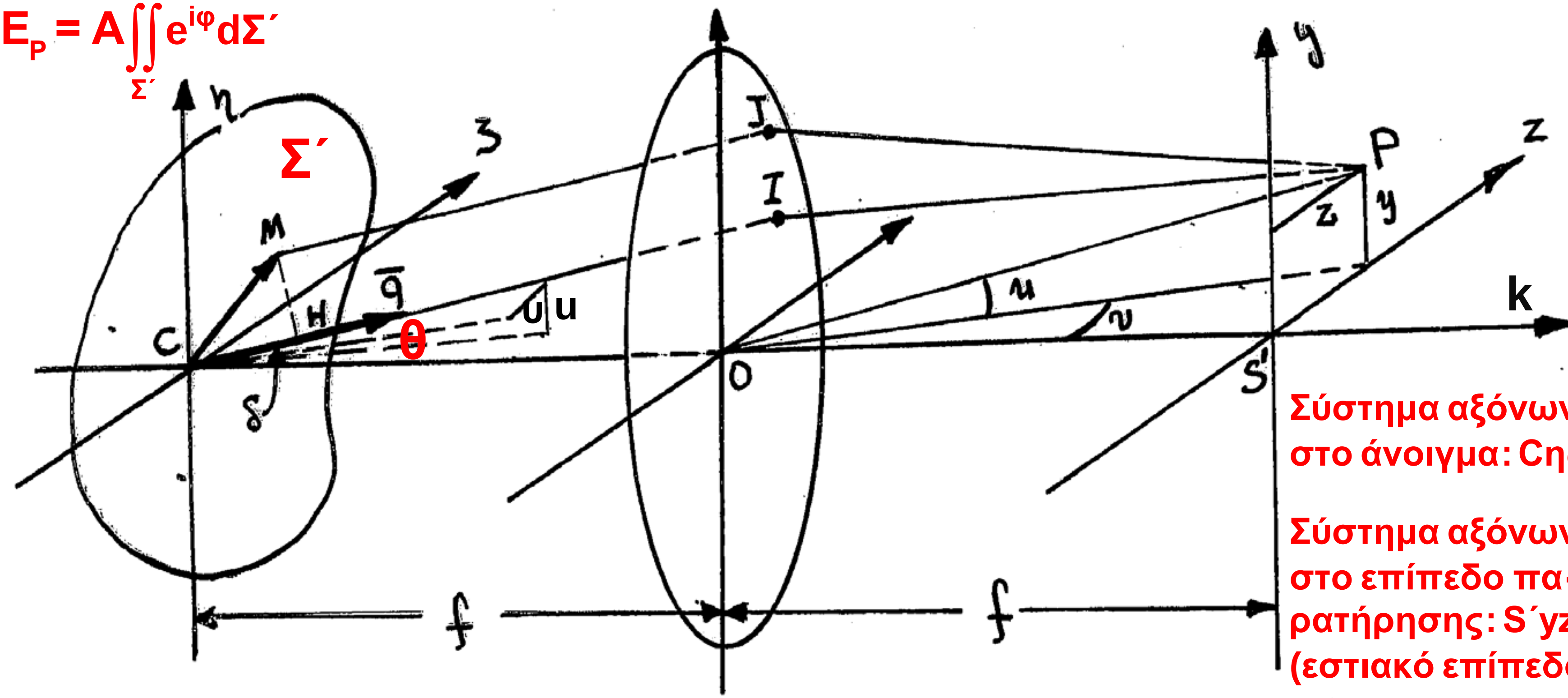


- **Οι 2 διαταραχές διανύουν διαφορετικούς οπτικούς δρόμους και φτάνουν στο P με διαφορά φάσης: $\Delta\varphi = k_0 \Delta L = k(MP - CP)$**
- **Πεδίο ενός κυματίου στο P:** $\Psi = \frac{a}{r} e^{i\varphi}$ $\left\{ \text{όπου } \frac{a}{r} = A = \text{σταθ. (περ. Fraunhofer)} \right\}$
- **Λαμβάνοντας υπόψη ολόκληρο το άνοιγμα Σ′:** $E_P = A \iint_{\Sigma'} e^{i\varphi} d\Sigma'$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΛΑΤΟΥΣ ΠΕΡΙΘΛΩΜΕΝΗΣ Η/Μ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ

- **Ο υπολογισμός του ολοκληρώματος σε κάθε περίπτωση εξαρτάται από τη μορφή του ανοίγματος (εμποδίου) και τη διαφορά φάσης φ**

$$E_P = A\iint_{\Sigma'} e^{i\varphi} d\Sigma'$$



- **Διαφορά φάσης που εισάγει ένα τυχαίο σημείο M ως προς την αρχή των αξόνων C: $\Delta\varphi = k_0\Delta L = k(MJP\text{-}CIP) = kCH = k\delta$**

- **Η διαφορά δρόμου δ=CH είναι η προβολή του διανύσματος CM πάνω στη διεύθυνση της ακτίνας (με μοναδιαίο διάνυσμα q): $\vec{CM}\cdot\vec{q}$**

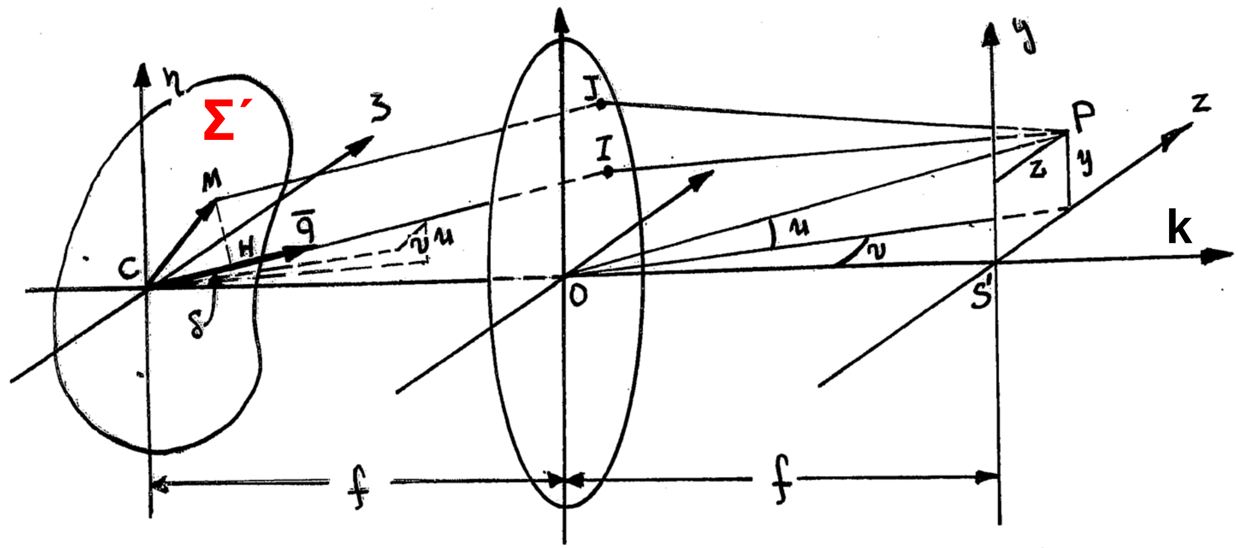
ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ ΤΗΣ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ (FRESNEL-KIRCHHOFF)

$$\Delta\varphi = k\delta = k(\vec{CM}\cdot\vec{q})$$

$$\vec{CM} = \eta\hat{\eta}_0 + \zeta\hat{\zeta}_0$$

$$\vec{q} = \cos(\eta\hat{C}I)\hat{\eta}_0 + \cos(\zeta\hat{C}I)\hat{\zeta}_0 + \cos(O\hat{C}I)\hat{\kappa}_0$$

$$\vec{CM}\cdot\vec{q} = \eta\cos(\eta\hat{C}I) + \zeta\cos(\zeta\hat{C}I)$$



Είναι:

$$\cos(\eta\hat{C}I) = \sin(90^o - \eta\hat{C}I) = \sin u \approx u \ (\approx \frac{y}{f})$$

$$\cos(\zeta\hat{C}I) = \sin(90^o - \zeta\hat{C}I) = \sin \upsilon \approx \upsilon \ (\approx \frac{z}{f})$$

Επομένως:

$$\vec{CM}\cdot\vec{q} = CH = \delta = u\eta + \upsilon\zeta$$

$$\varphi = k\delta = k(u\eta + \upsilon\zeta)$$

⇨ Το ολοκλήρωμα της περίθλασης παίρνει τη μορφή:

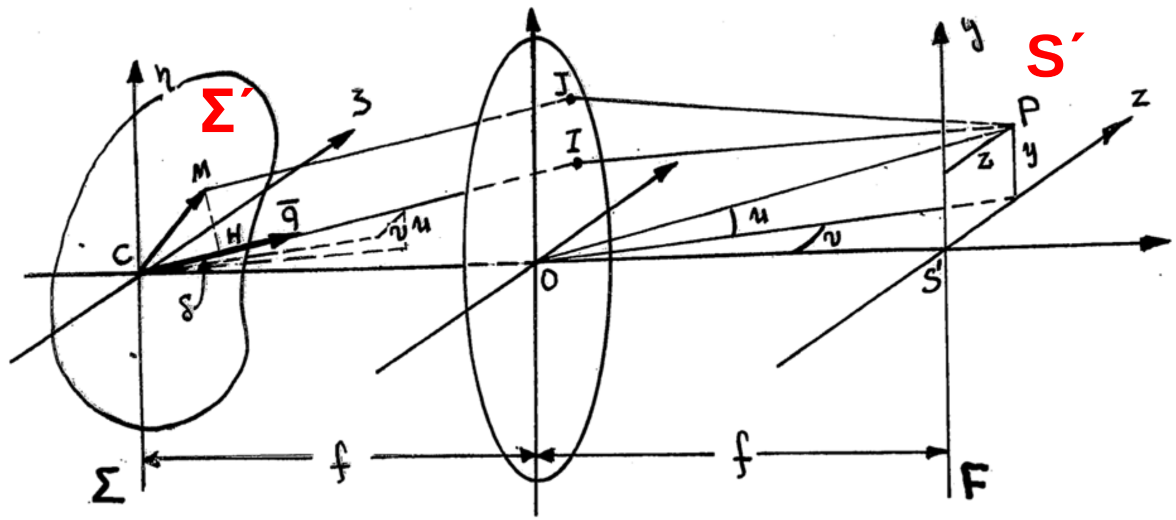
$$E_P = A\iint_{\Sigma'} e^{i\varphi} d\Sigma' \Rightarrow \boxed{E_P = A\iint_{\Sigma'} e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)} d\eta d\zeta}$$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ - ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ FOURIER

Για επίπεδο Μ.Κ. (σταθερό πλάτος στο άνοιγμα):

$$E_P = f(u,\upsilon) = A\iint_{\Sigma'} e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)}d\eta d\zeta$$

(f : πλάτος διαταραχής στο F)



Για Μ.Κ. με μεταβλητό πλάτος και φάση (μη επίπεδο):

$$F(\eta,\zeta) = A(\eta,\zeta)e^{i\Phi(\eta,\zeta)}$$

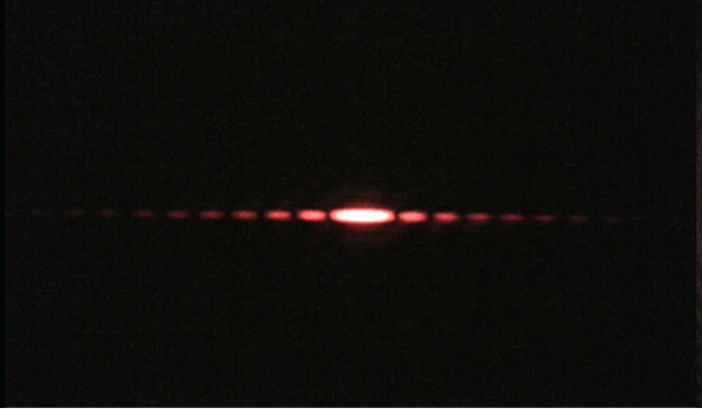
A(η,ζ): κατανομή πλάτους
Φ(η,ζ): κατανομή φάσης

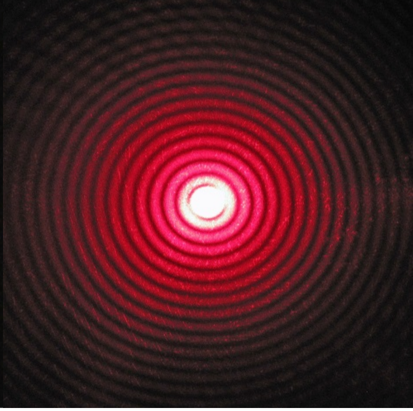
✓ **Για Φ(η,ζ)=0 η συνάρτηση F(η,ζ) (πλάτος Η/Μ διαταραχής στο Σ - συνάρτηση διαφάνειας) είναι πραγματική, το ολοκλήρωμα της περίθλασης γίνεται:**

$$F(\eta,\zeta) = \iint_{S'} f(u,\upsilon)e^{-ik(u\eta+\upsilon\zeta)}du d\upsilon \qquad f(u,\upsilon) = \iint_{\Sigma'} F(\eta,\zeta)e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)}d\eta d\zeta$$

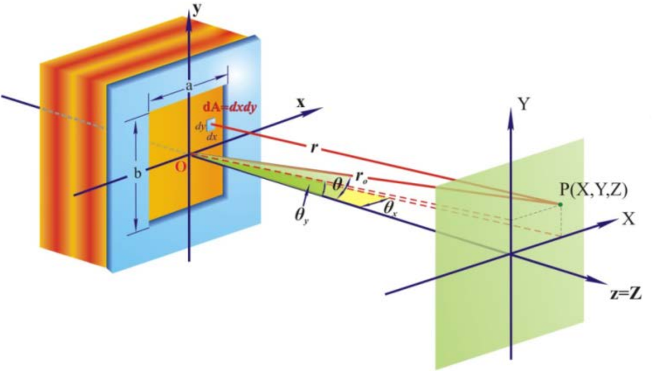
⇨ **Οι $f(u,\upsilon)$ και $F(\eta,\zeta)$ είναι αντίστροφες από την άποψη του μετασχηματισμού Fourier σε 2 διαστάσεις (επίπεδο F: επίπεδο Fourier)**

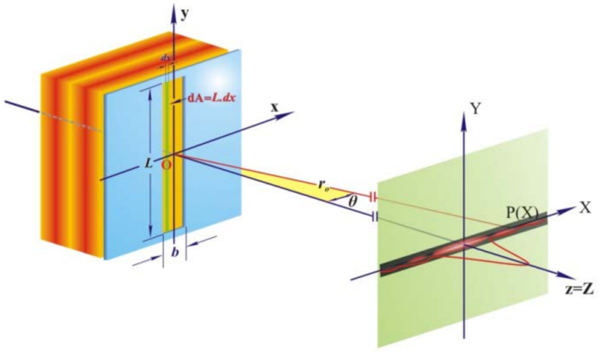
⇨ **Κατανομή της έντασης στο επίπεδο Fourier: I~ $f(u,\upsilon)f^*(u,\upsilon) = |f(u,\upsilon)|^2$**

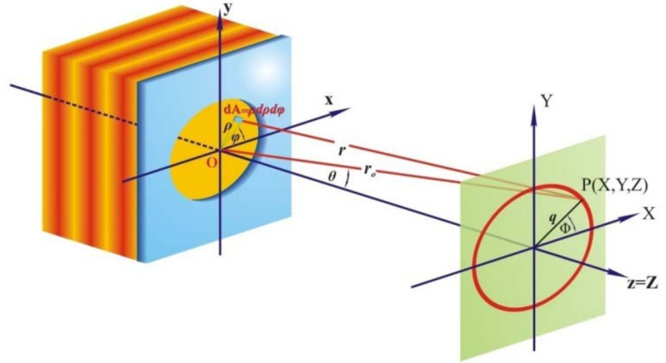




ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΑΠΛΑ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ

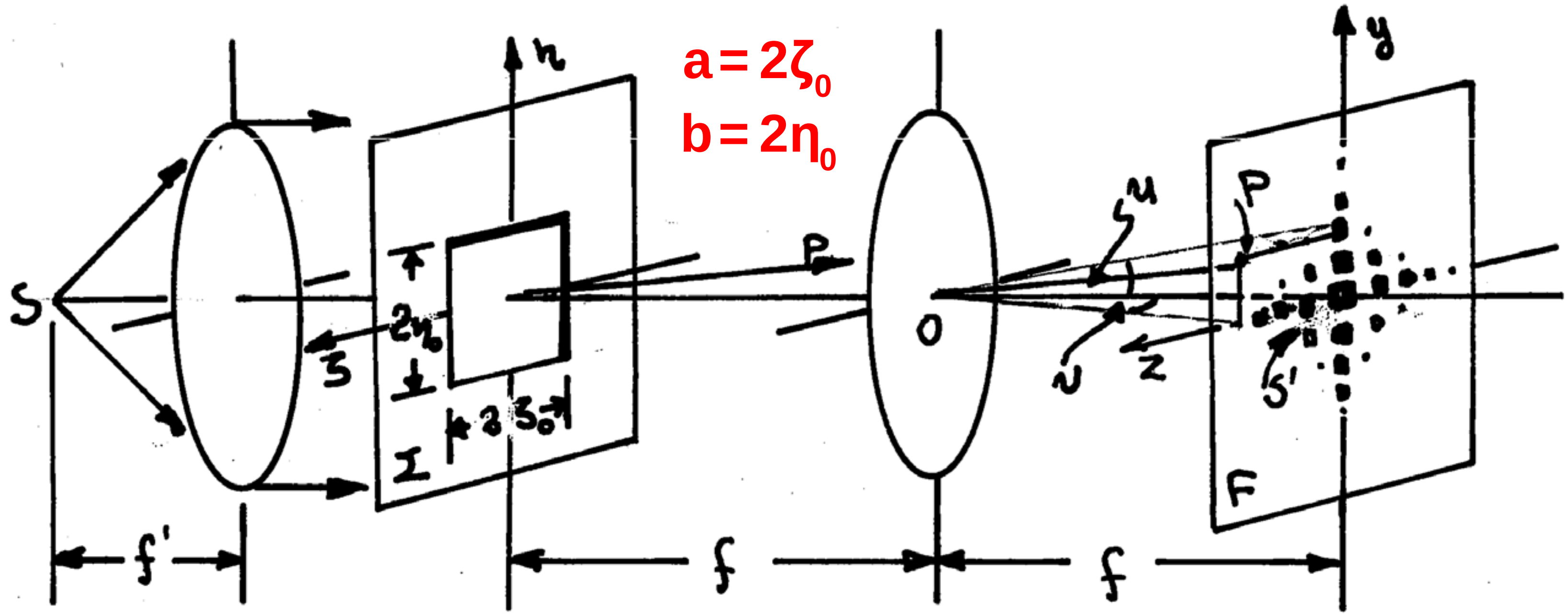






ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ

- **<u>Περιθλόν αντικείμενο</u>: ένα ορθογώνιο άνοιγμα διαστάσεων $2\zeta_0 \times 2\eta_0$**



- **Ολοκλήρωμα της περίθλασης (για A=1):** $E_P(u,\upsilon) = \iint_{\Sigma'} e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)} d\eta d\zeta$
- **Είναι διαχωρίσιμο:** $E_P = \int_{-\zeta_0}^{+\zeta_0}\int_{-\eta_0}^{+\eta_0} e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)} d\eta d\zeta = \int_{-\zeta_0}^{+\zeta_0} e^{ik\upsilon\zeta} d\zeta \int_{-\eta_0}^{+\eta_0} e^{iku\eta} d\eta$

$$\int_{-\zeta_0}^{+\zeta_0} e^{ik\upsilon\zeta} d\zeta = \frac{1}{ik\upsilon}\int_{-\zeta_0}^{+\zeta_0} e^{ik\upsilon\zeta} d(ik\upsilon\zeta) = \frac{1}{ik\upsilon} e^{ik\upsilon\zeta}\Big|_{-\zeta_0}^{+\zeta_0} = \frac{1}{ik\upsilon}\left(e^{ik\upsilon\zeta_0} - e^{-ik\upsilon\zeta_0}\right) = \frac{2i\sin k\upsilon\zeta_0}{ik\upsilon} = 2\zeta_0 \frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}$$

$$\left\{e^{ix} - e^{-ix} = \cos x + i\sin x - \cos x + i\sin x = 2i\sin x\right\}$$

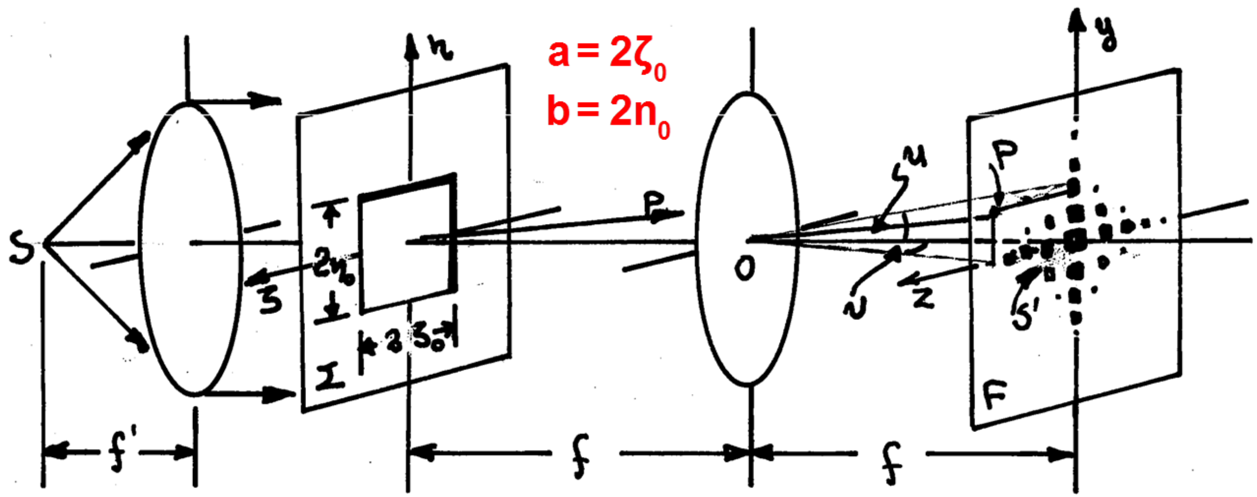
ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ

$$\int_{-\zeta_0}^{+\zeta_0} e^{ik\upsilon\zeta} d\zeta = 2\zeta_0 \frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}$$

$$\int_{-\eta_0}^{+\eta_0} e^{iku\eta} d\eta = 2\eta_0 \frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0}$$

$$E_P = \int_{-\zeta_0}^{+\zeta_0} e^{ik\upsilon\zeta} d\zeta \int_{-\eta_0}^{+\eta_0} e^{iku\eta} d\eta$$

$$E_P = 4\zeta_0\eta_0 \frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0} \frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0}$$



- Για επίπεδα Μ.Κ.: $I_P = \frac{\varepsilon_0 c}{2} E_P{}^2 = I_0 \left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right)^2 \left(\frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0}\right)^2 = I_0 \left(\mathrm{sinc}q\,\mathrm{sinc}q'\right)^2$

- Για $(u,\upsilon)=(0,0) \rightarrow I_P = I_0$ $\quad \lim_{u\to 0}\left(\frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0}\right) = \lim_{u\to 0}\left(\frac{k\eta_0 \cos ku\eta_0}{k\eta_0}\right) = \lim_{u\to 0}\left(\cos ku\eta_0\right) = 1$

$$\lim_{\upsilon\to 0}\left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right) = \lim_{\upsilon\to 0}\left(\frac{k\zeta_0 \cos k\upsilon\zeta_0}{k\zeta_0}\right) = \lim_{\upsilon\to 0}\left(\cos k\upsilon\zeta_0\right) = 1$$

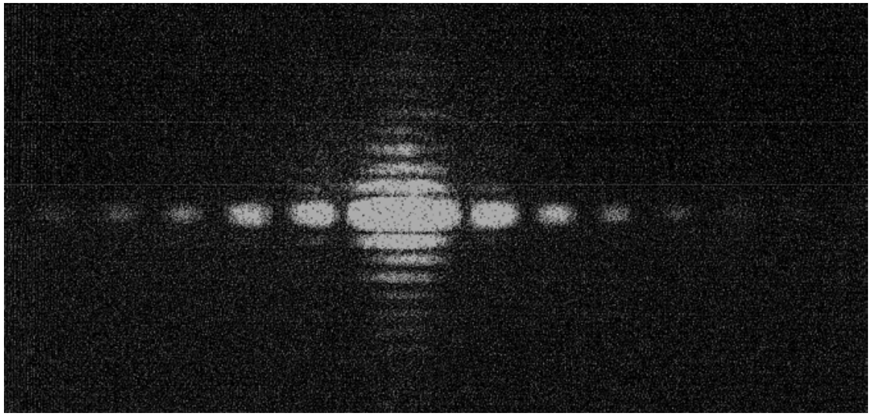
- Επειδή υ<<, u<< $\rightarrow$ $\upsilon \approx \sin\upsilon \approx \tan\upsilon = z/f$, $u \approx \sin u \approx \tan u = y/f$

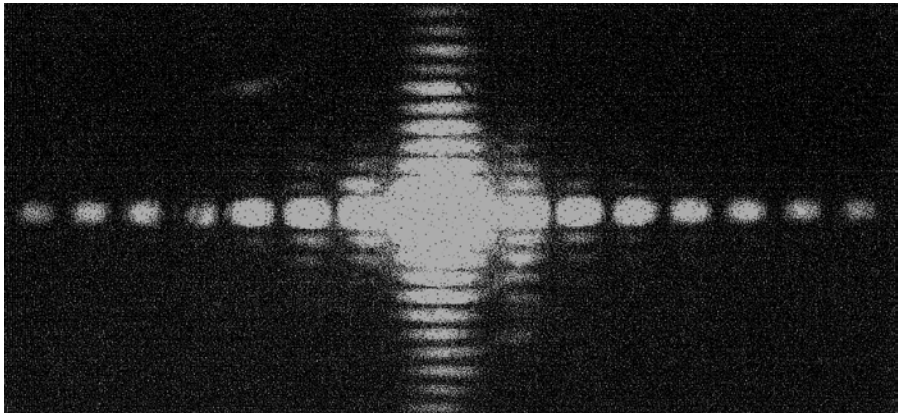
- Θέσεις ελαχίστων ($I_P=0$): $\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0} = 0 \Rightarrow k\upsilon\zeta_0 = m\pi \Rightarrow z = \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a}$ $\left(y = \frac{m\lambda f}{b}\right)$

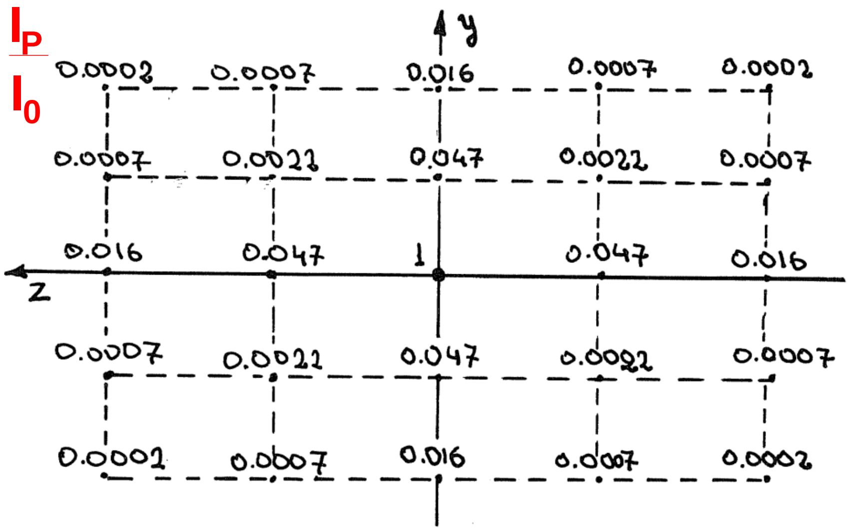
  $m = \pm 1, \pm 2, \ldots$

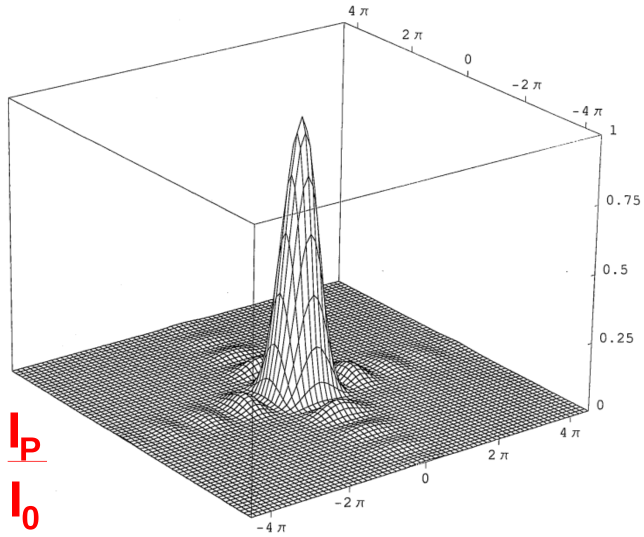
ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΑΠΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ

- **Το πρότυπο εκτείνεται σε 2 διαστάσεις:** $I_P = I_0 \left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0} \right)^2 \left(\frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0} \right)^2$
- **Για (u,υ)=(0,0)→$I_P=I_0$, θέσεις ελαχίστων ($I_P=0$):** $z = \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a},\ y = \frac{m\lambda f}{2n_0} = \frac{m\lambda f}{b}$







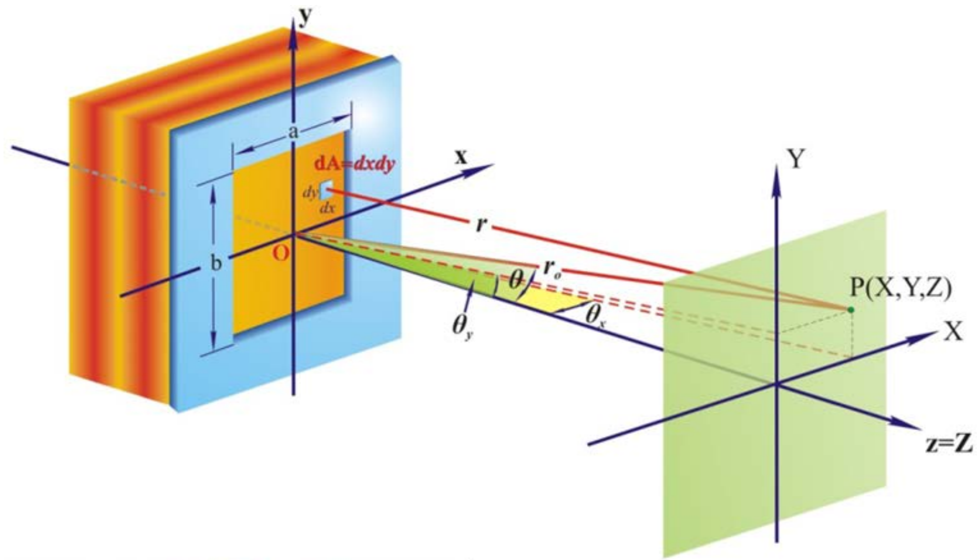


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ

🕮 **Κατακόρυφο ορθογώνιο άνοιγμα 0.25 mm×0.75 mm φωτίζεται από λ=488 nm και η εικόνα περίθλασης σχηματίζεται από φακό f=2.5 m**

⇨ **Να περιγραφεί η εικόνα του κεντρικού μεγίστου (οι διαστάσεις του)**

$$I_P = I_0\left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right)^2\left(\frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0}\right)^2$$

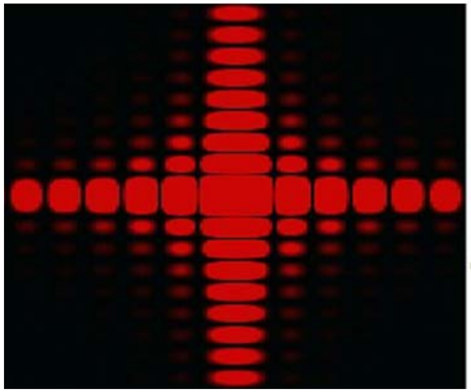


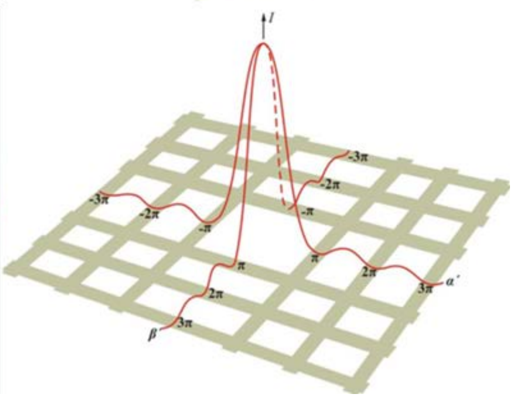
$$k\upsilon\zeta_0 = m\pi \Rightarrow z = \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a}\ (\upsilon = z/f)$$

$$ku\eta_0 = m\pi \Rightarrow y = \frac{m\lambda f}{2\eta_0} = \frac{m\lambda f}{b}\ (u = y/f)$$

✓ **Το κεντρικό μέγιστο περιβάλλεται από 4 σκοτεινούς κροσσούς:**

$$z = \pm\frac{\lambda f}{a} = \pm 4.88\,\text{mm},\ y = \pm\frac{\lambda f}{b} = \pm 1.63\,\text{mm}$$



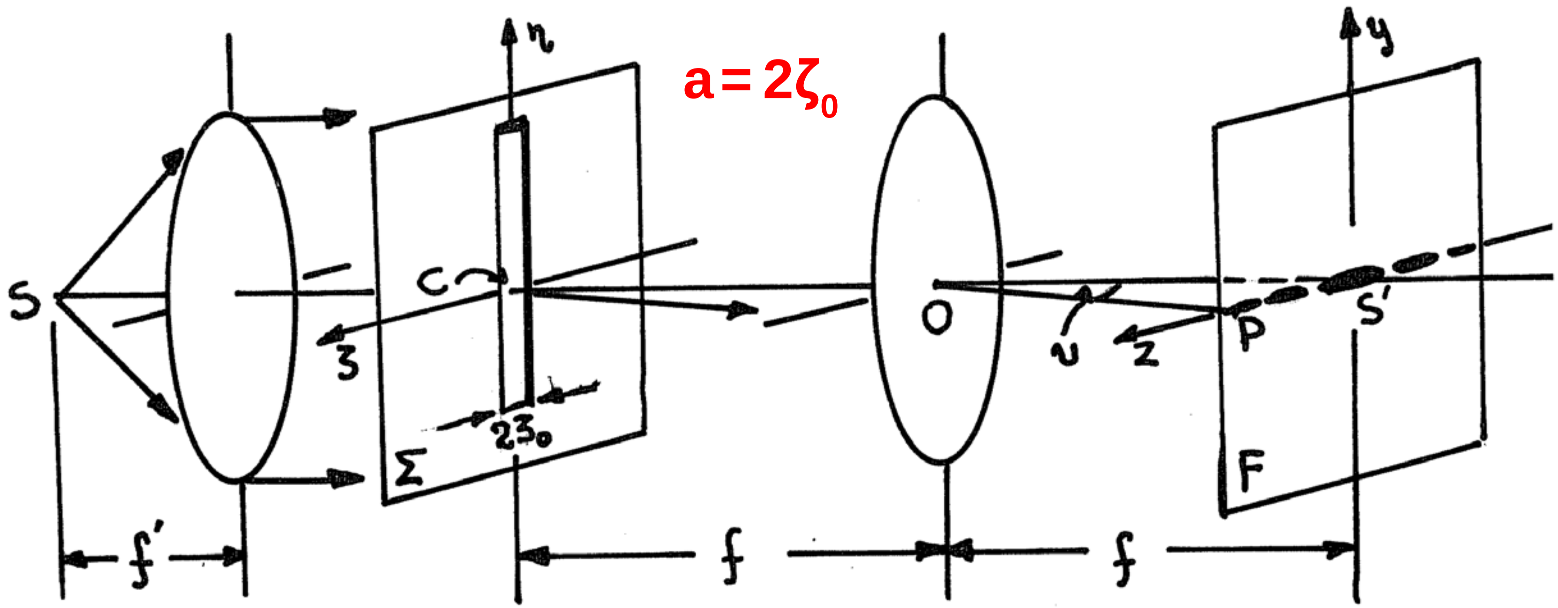


✓ **Επομένως θα έχει διαστάσεις:**

9.76×3.26 mm

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΛΕΠΤΗ ΣΧΙΣΜΗ

- **<u>Περιθλόν αντικείμενο</u>: απείρου μήκους σχισμή ($2\eta_0$>>), πλάτους $a=2\zeta_0$**



- **Ένταση περιθλώμενης διαταραχής:** $I_P = I_0\left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right)^2\left(\frac{\sin ku\eta_0}{ku\eta_0}\right)^2$ **(1)**

- **$\eta_0 >> \zeta_0 \rightarrow \lambda/2\eta_0 << \lambda/2\zeta_0 \rightarrow u << \upsilon$ (γιατί: $ku\eta_0 = m\pi \rightarrow u=\lambda/2\eta_0$ και $\upsilon=\lambda/2\zeta_0$), άρα ο 2ος όρος στην (1) είναι σημαντικός (ίσος με τη μονάδα) για $u \approx 0$**

✓ **Επομένως:**

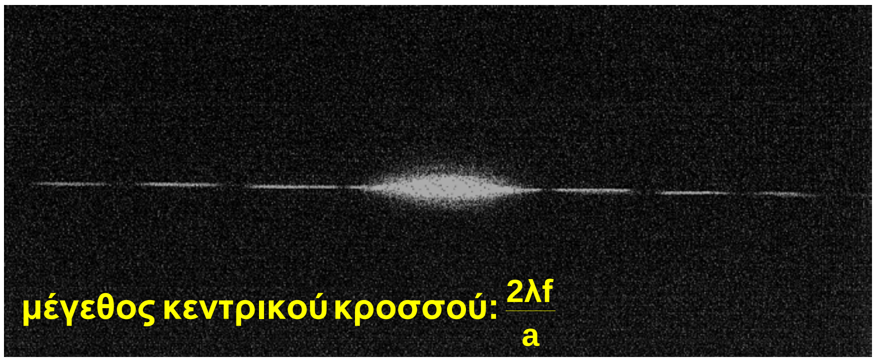
$$I_P = I_0\left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right)^2 = I_0\frac{\sin^2 q}{q^2}$$

✓ **Θέσεις ελαχίστων ($I_P=0$):**

$$\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0} = 0 \Rightarrow k\upsilon\zeta_0 = m\pi \Rightarrow z = \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a} \quad (m=\pm1,\pm2,\ldots)$$

ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΑΠΟ ΛΕΠΤΗ ΣΧΙΣΜΗ

- Το πρότυπο εκτείνεται σε 1 διάσταση (άξονας z, υ=0): $I_P = I_0 \left(\dfrac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0} \right)^2$
- Για υ=0 → $I_P = I_0$, θέσεις ελαχίστων ($I_P=0$): $z = \dfrac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \dfrac{m\lambda f}{a}$ $\quad \left(z = \dfrac{m\lambda D}{a} \right)$

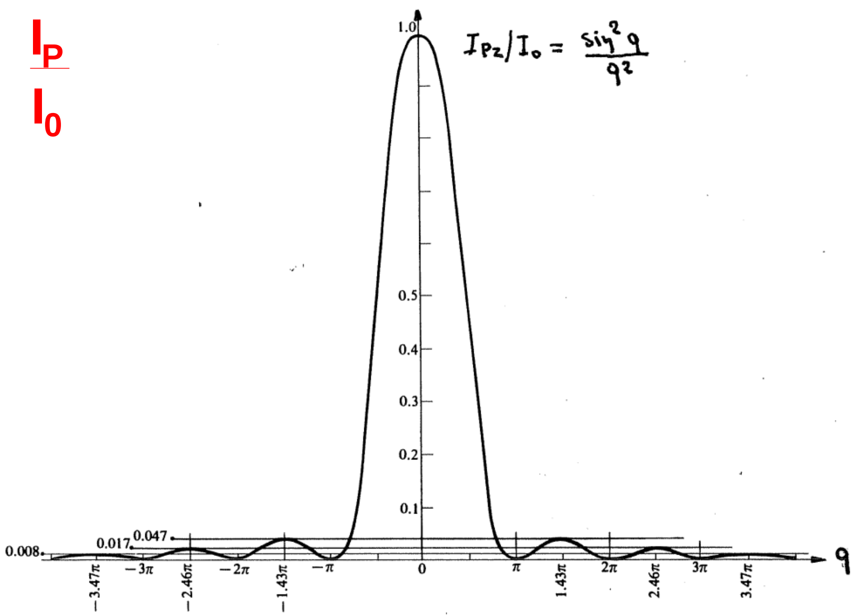


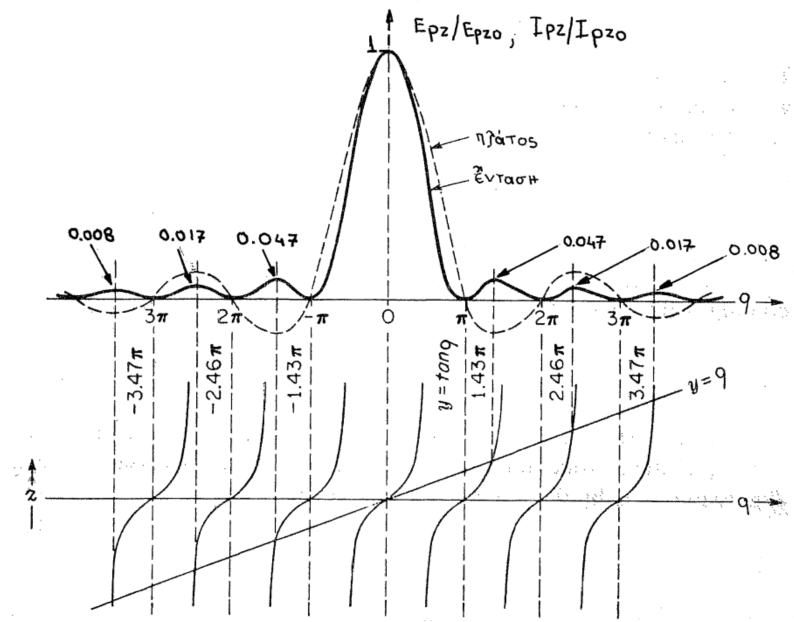
$$I_P = I_0 \frac{\sin^2 q}{q^2} \rightarrow \frac{dI_P}{dq} = 0 \Rightarrow I_0 \frac{2\sin q \cos q\, q^2 - 2q\sin^2 q}{q^4} = 0$$

$$\Rightarrow \sin q (q\cos q - \sin q) = 0 \quad (\text{ακρότατα})$$

$$I_{min}: q = m\pi \ (m = \pm 1, \pm 2, \ldots),\ I_{max}: \tan q = q \ (\sin q \approx 1)$$

$\dfrac{I_P}{I_0}$

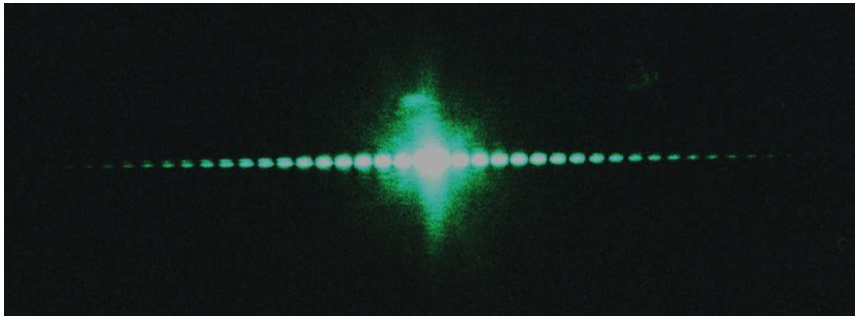




ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΛΕΠΤΗ ΣΧΙΣΜΗ

📖 **Λεπτή σχισμή πλάτους 0.1 mm φωτίζεται από λ=500 nm και σχηματίζει εικόνα περίθλασης σε πέτασμα που βρίσκεται σε απόσταση 10 m**

⇨ **Να βρεθεί η απόσταση 2 διαδοχικών ελαχίστων**



✓ **Θέσεις ελαχίστων (I_P=0):** $z \approx \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a} \quad \left(z \approx \frac{m\lambda D}{a} \right)$

✓ **Απόσταση διαδοχικών ελαχίστων:** $\Delta z = \frac{\lambda D}{a}$

$$\Delta z = \frac{\left(500\times10^{-9}\ \mathrm{m}\right)\left(10\ \mathrm{m}\right)}{0.1\times10^{-3}\ \mathrm{m}} = 0.05\ \mathrm{m} \quad (\Delta z = 5\ \mathrm{cm})$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΛΕΠΤΗ ΣΧΙΣΜΗ

Πρότυπο περίθλασης από μια λεπτή σχισμή

⇨ **Να βρεθούν οι εντάσεις των 3 πρώτων δευτερευόντων μεγίστων**

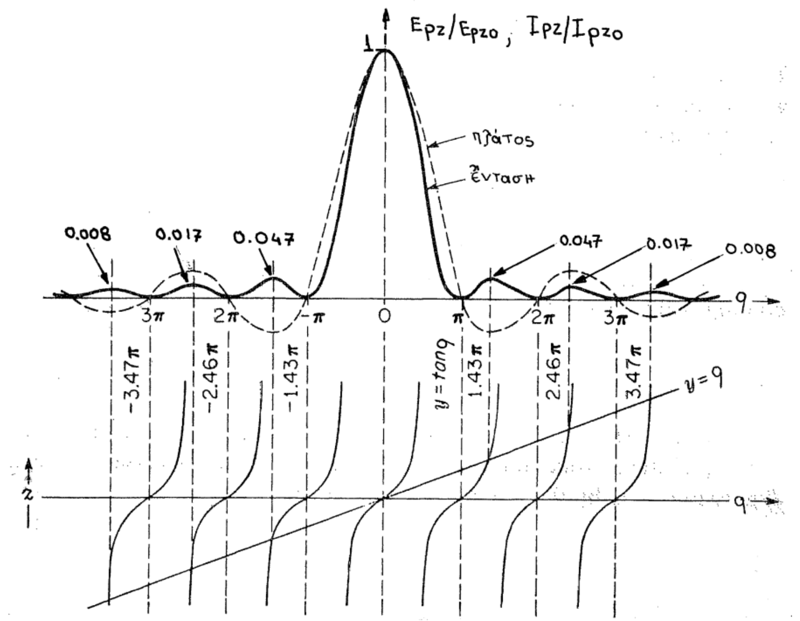
⇨ **Να γραφεί μια προσεγγιστική έκφραση για την ένταση των μεγίστων**

$$I_P = I_0\left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right)^2 = I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2$$

$$I_{min}: k\upsilon\zeta_0 = m\pi \Rightarrow z = \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a}$$

$$I_{max}: \tan q = q \rightarrow q = \pm 1.43\pi,\ \pm 2.46\pi,\ \pm 3.47\pi,\ \ldots$$

προσεγγιστικά $q = (m+1/2)\pi$ **(ανάμεσα στα** I_{min}**)**



✓ **Εντάσεις μεγίστων:**

$$I_P = I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2 \rightarrow I_1 = 0.047 I_0,$$

$$I_2 = 0.017 I_0,\ I_3 = 0.008 I_0$$

$$I_{max} = I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2 \approx I_0\left(\frac{1}{q}\right)^2 \Rightarrow \boxed{I_{max} \approx I_0\left(\frac{1}{(m+1/2)\pi}\right)^2}$$

π.χ. για $m = 2 \rightarrow I_2 = 0.016 I_0$

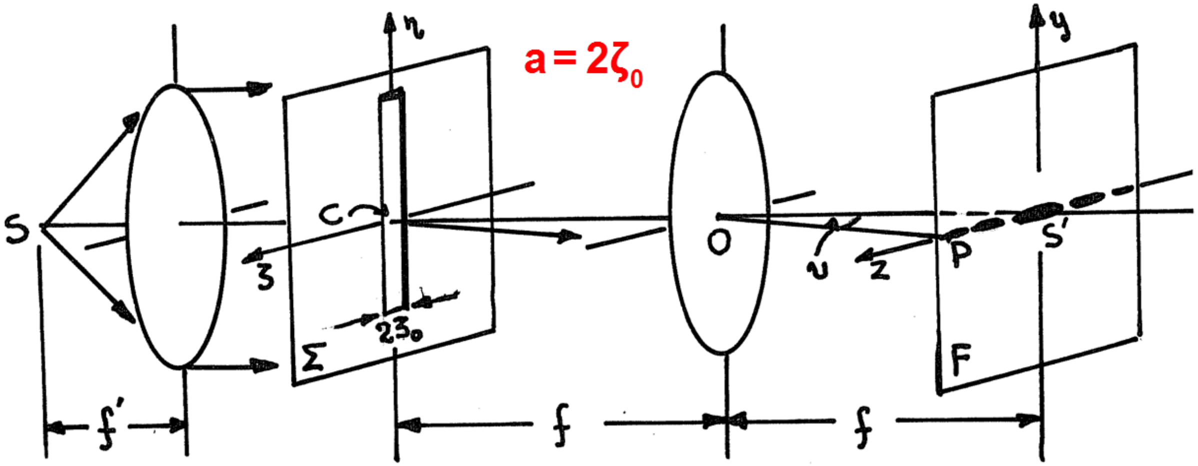
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΛΕΠΤΗ ΣΧΙΣΜΗ

📖 **Η σχισμή έχει πλάτος 0.5 mm και μήκος 3 cm, οι εστιακές αποστάσεις των φακών είναι f=f΄=50 cm και το σύστημα φωτίζεται με λ=650 nm**

⇨ **Να βρεθούν οι θέσεις του 1ου ελαχίστου και του 1ου δευτερεύοντος μεγίστου (m=±1)**

$$I_P = I_0\left(\frac{\sin k\upsilon\zeta_0}{k\upsilon\zeta_0}\right)^2 = I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2$$

$$k\upsilon\zeta_0 = m\pi \Rightarrow z = \frac{m\lambda f}{2\zeta_0} = \frac{m\lambda f}{a}$$



✓ **Θέση 1ου ελαχίστου:**

$$z = \pm\frac{\lambda f}{a} = \pm\frac{(650\times10^{-9})(50\times10^{-2})\,\mathrm{m}}{0.5\times10^{-3}}$$

$$\Rightarrow z = \pm 0.65\,\mathrm{mm}$$

✓ **Θέση 1ου δευτερεύοντος μεγίστου:**

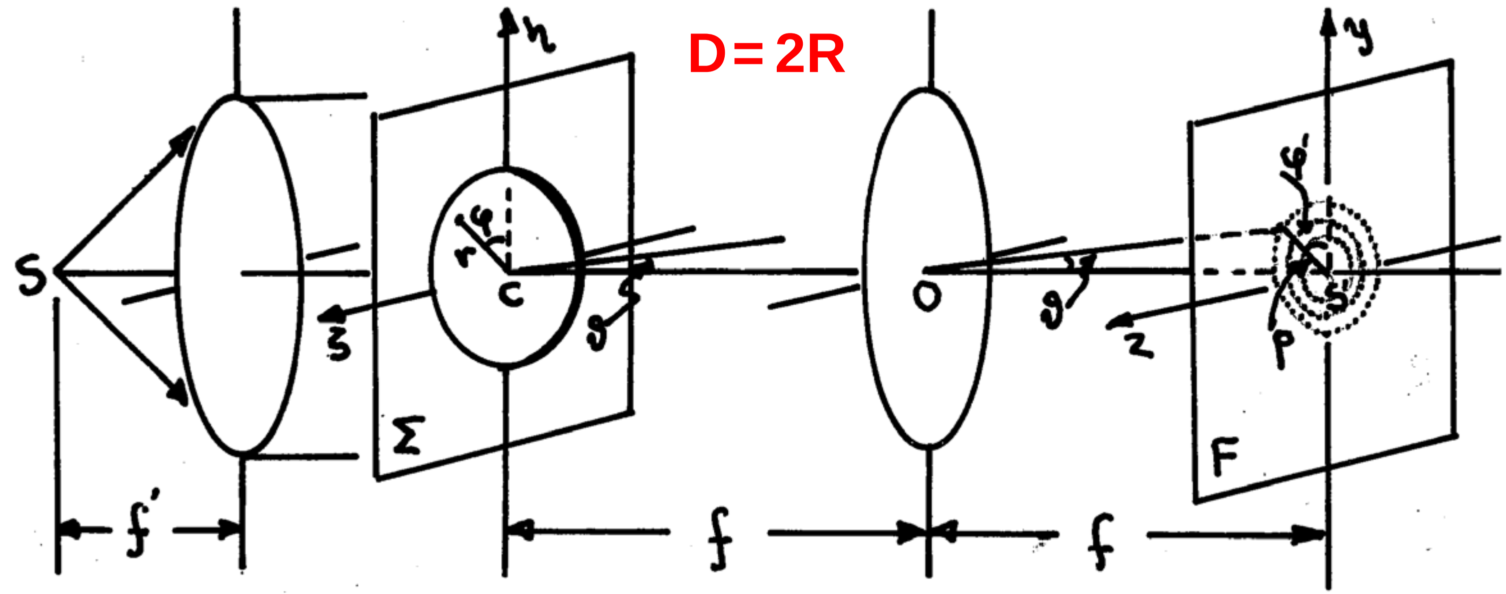
$$\tan q = q \rightarrow q = \pm1.43\pi\ (\pm2.46\pi, \pm3.47\pi, \ldots)$$

$$q = k\upsilon\zeta_0 = \pm1.43\pi \Rightarrow \upsilon = \pm\frac{1.43\lambda}{2\zeta_0} = \pm\frac{1.43\lambda}{a}$$

$$\upsilon \approx \frac{z}{f} \Rightarrow z = \upsilon f = \pm\frac{1.43\lambda f}{a} \Rightarrow z = \pm0.93\,\mathrm{mm}$$

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΚΥΚΛΙΚΟ ΑΝΟΙΓΜΑ

- **<u>Περιθλόν αντικείμενο</u>: κυκλικό άνοιγμα διαμέτρου D= 2R**



- **Ολοκλήρωμα της περίθλασης (για A=1):** $E_P(u,\upsilon)=\iint_{\Sigma'} e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)}d\eta d\zeta$

- **Λόγω της γεωμετρίας του προβλήματος χρησιμοποιούμε πολικές συντεταγμένες:** $\eta=r\cos\varphi,\ \zeta=r\sin\varphi\ \left\{r^2=\eta^2+\zeta^2,\ \tan\varphi=\zeta/\eta,\ d\Sigma'=d\eta d\zeta\rightarrow r dr d\varphi\right\}$

$$u\approx\frac{y}{f}=\frac{\rho\cos\varphi'}{f}\approx\theta\cos\varphi' \qquad u\eta+\upsilon\zeta=r\theta\cos\varphi'\cos\varphi+r\theta\sin\varphi'\sin\varphi=r\theta\cos(\varphi-\varphi')$$

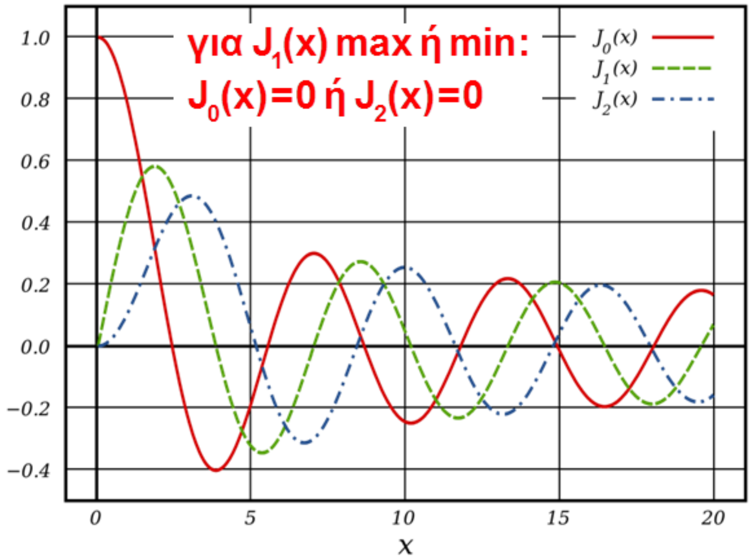
$$\upsilon\approx\frac{z}{f}=\frac{\rho\sin\varphi'}{f}\approx\theta\sin\varphi'\ \left(\theta\approx\frac{\rho}{f}\right)\quad\rightarrow u\eta+\upsilon\zeta=r\theta\cos\varphi \qquad E_P(\theta)=\int_0^R\int_0^{2\pi}e^{ikr\theta\cos\varphi}r dr d\varphi$$

ΠΛΑΤΟΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ - ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ BESSEL

$$E_P(\theta) = \int_0^R \int_0^{2\pi} e^{ikr\theta\cos\varphi} r\,dr\,d\varphi \rightarrow E_P(\theta) \approx \pi R^2 \frac{2J_1(kR\theta)}{kR\theta} \rightarrow I_P(\theta) = I_0 \left\{\frac{2J_1(q)}{q}\right\}^2$$

- Οι συναρτήσεις Bessel $J_n(x)$ αποτελούν λύσεις της διαφορικής εξίσωσης:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0$$



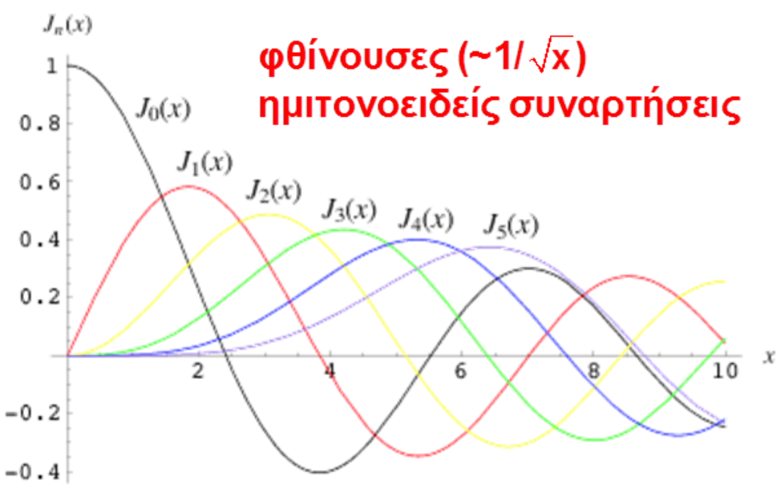
- Ολοκληρωτική μορφή:

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} e^{i(x\sin\varphi - n\varphi)}d\varphi$$

- Αναδρομικές σχέσεις:

$$\int x^{n+1}J_n(x)dx = x^{n+1}J_{n+1}(x) \rightarrow x^{n+1}J_n(x) = \frac{d}{dx}\left\{x^{n+1}J_{n+1}(x)\right\}$$

ή $$\frac{d}{dx}\left\{x^{-n}J_n(x)\right\} = -x^{-n}J_{n+1}(x)$$



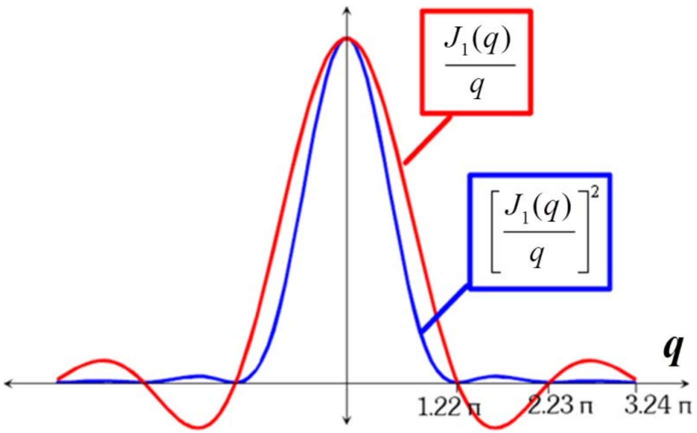
- Για τις συναρτήσεις Bessel μηδενικής, πρώτης και δεύτερης τάξης ισχύουν:

$$xJ_0(x) = \frac{d}{dx}\left\{xJ_1(x)\right\}, \quad \frac{d}{dx}\left\{\frac{J_1(x)}{x}\right\} = -\frac{J_2(x)}{x}$$

ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΑΠΟ ΚΥΚΛΙΚΟ ΑΝΟΙΓΜΑ

- **Το πρότυπο είναι κυκλικής συμμετρίας, κεντρικός φωτεινός κροσσός:**
  <u>δίσκος του Airy</u>

$$I_P(\theta)=I_0\left\{\frac{2J_1(q)}{q}\right\}^2$$

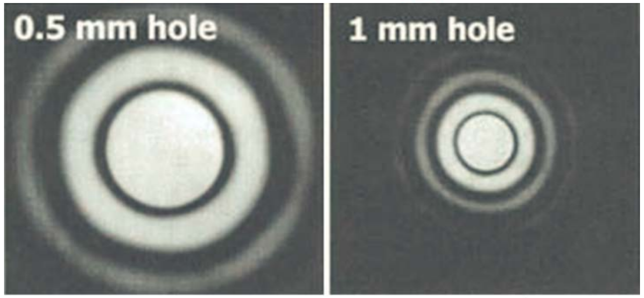


- **Θέσεις ελαχίστων (I_P=0): $J_1(q)=0 \rightarrow$**

q=±1.22π, ±2.23π, ±3.24π, …

- **Δίσκος του Airy: q(=kRsinθ≈kRθ)=1.22π**

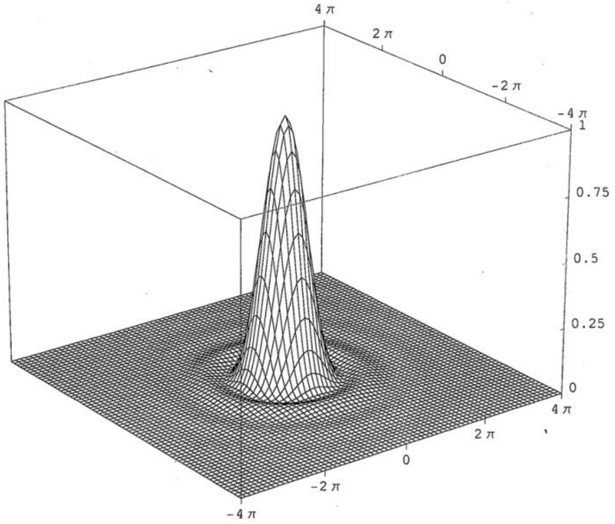
$$\theta=\frac{1.22\lambda}{2R}\quad\left(\theta\approx\frac{\rho}{f}\right)\rightarrow\boxed{\rho_{Airy}=\frac{1.22\lambda f}{2R}}$$



- **Θέσεις δευτερευόντων μεγίστων:**

$$\frac{d}{dq}\left\{\frac{J_1(q)}{q}\right\}=0\Rightarrow J_2(q)=0$$

q=±1.64π, ±2.68π, ±3.69π, …



- **Η απεικόνιση μίας σημειακής πηγής από οπτικό σύστημα είναι μια τέτοια εικόνα …**

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΦΑΚΟΥ

📖 **Η περίθλαση καθορίζει τη διακριτική ικανότητα των οπτικών οργάνων παρατήρησης (μάτι, τηλεσκόπιο, μικροσκόπιο)**

⇨ **<u>Παράδειγμα</u>: απεικόνιση δύο αστέρων μέσω ενός φακού διαμέτρου 2R**

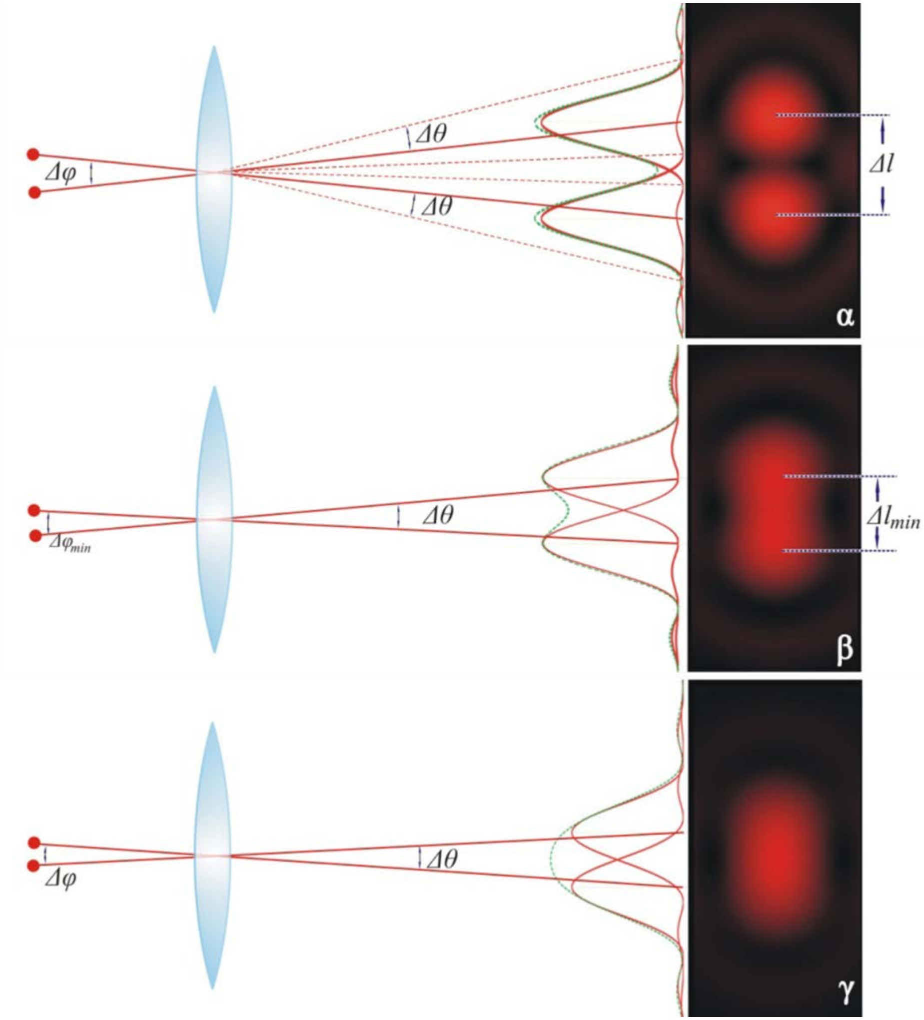
✓ **Τα επίπεδα Μ.Κ. από κάθε αστέρα υφίστανται περίθλαση λόγω των ορίων του φακού και τα είδωλά τους δεν είναι σημειακά**

✓ **Ακτίνα δίσκου του Airy:**

$$\rho_{Airy} = \frac{1.22\bar{\lambda} f}{2R} \rightarrow \Delta\theta \approx \frac{\rho_{Airy}}{f} = \frac{1.22\bar{\lambda}}{2R}$$

(Γωνιακό άνοιγμα με το οποίο φαίνεται η απόσταση ρ από κάθε αστέρι)

✓ **Για να διακρίνει ο φακός τα αστέρια σαν ξεχωριστά αντικείμενα θα πρέπει η απόστασή τους να είναι αρκούντως μεγάλη (Δφ≥Δθ)**

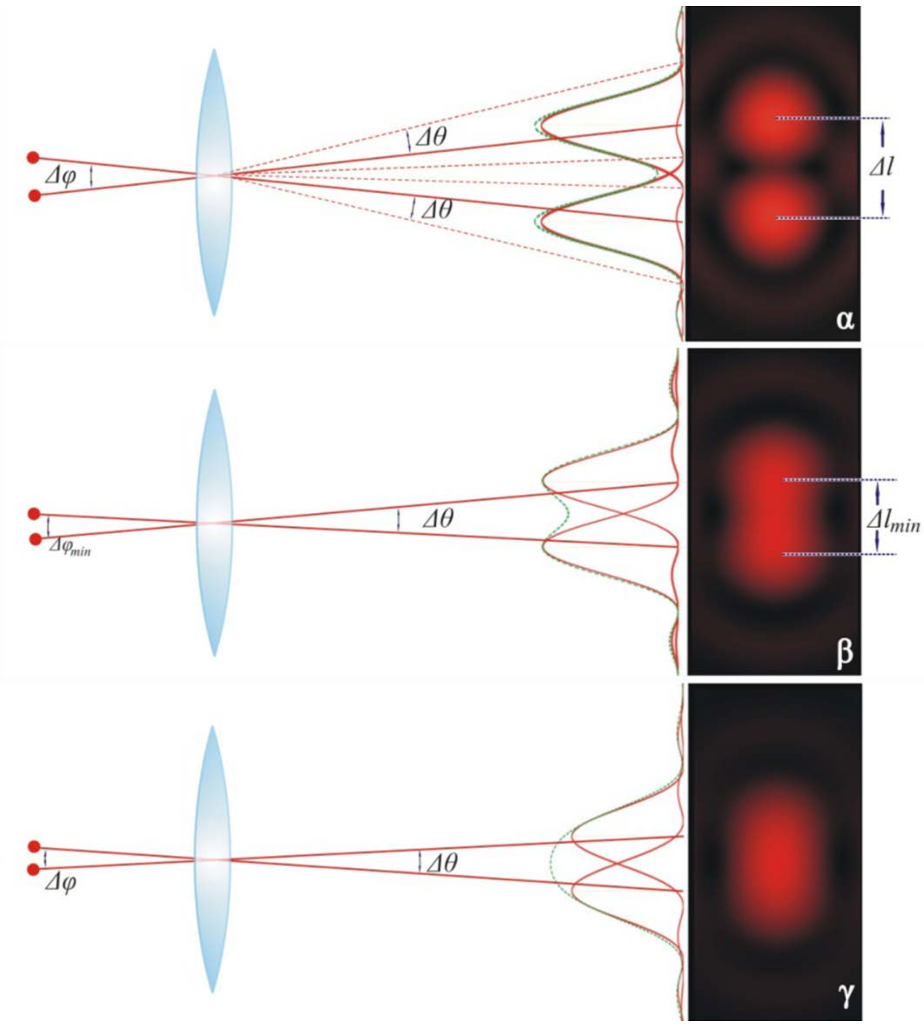


ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΦΑΚΟΥ

📖 **<u>ΚΡΙΤΗΡΙΟ RAYLEIGH</u>: όταν το μέγιστο της κατανομής περίθλασης του ενός ειδώλου συμπέσει με το πρώτο ελάχιστο της κατανομής του άλλου ειδώλου, τότε τα δύο είδωλα μόλις διακρίνονται (Δφ=Δθ)**

- ✓ **Το άθροισμα των εντάσεων (ασύμφωνες πηγές) εμφανίζει ένα μικρό ελάχιστο ανάμεσα στα μέγιστα που μας επιτρέπει να τα διακρίνουμε σαν ξεχωριστά αντικείμενα στο επίπεδο παρατήρησης**

$$(\Delta\varphi)_{min} = \Delta\theta = \frac{1.22\bar{\lambda}}{2R}$$



- ✓ **Διακριτική ικανότητα φακού**

$$(\Delta l)_{min} = \frac{1.22\bar{\lambda}f}{2R} \quad \left\{\Delta\theta = \frac{(\Delta l)_{min}}{f}\right\}$$

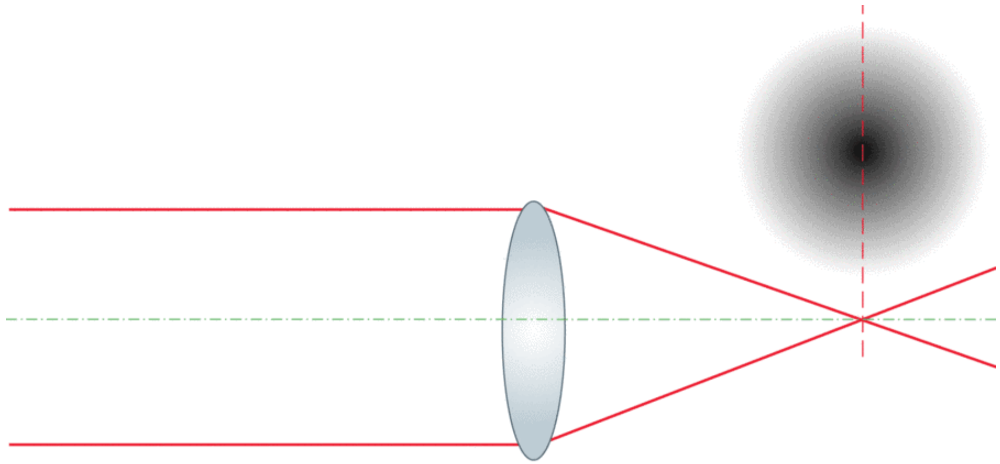
- ✓ **Διακριτική ισχύς:**

$$\frac{1}{(\Delta\varphi)_{min}}, \frac{\bar{\lambda}}{(\Delta l)_{min}} \text{ ή } \frac{1}{(\Delta l)_{min}} = \frac{2R}{1.22\bar{\lambda}f} \quad (\lambda\downarrow \text{ ή } R\uparrow)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΕΙΚΟΝΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΑΠΟ ΦΑΚΟ

📖 **Παράλληλη δέσμη (λ=600 nm) προσπίπτει κάθετα σε φακό διαμέτρου D=2R=1.2 cm και εστιακής απόστασης f=50 cm**

⇨ **Να υπολογιστεί η γραμμική ($2\rho_{Airy}$) και η γωνιακή (2θ) έκταση του κεντρικού δίσκου της εικόνας περίθλασης που σχηματίζεται στο εστιακό επίπεδο**



✓ **Ακτίνα δίσκου του Airy:**

$$\rho_{Airy}=\frac{1.22\lambda f}{2R}\Rightarrow 2\rho_{Airy}=\frac{1.22\lambda f}{R}=\frac{1.22\cdot(600\times10^{-9}\ \mathrm{m})(50\times10^{-2}\ \mathrm{m})}{0.6\times10^{-2}\ \mathrm{m}}\Rightarrow 2\rho_{Airy}=0.06\,\mathrm{mm}$$

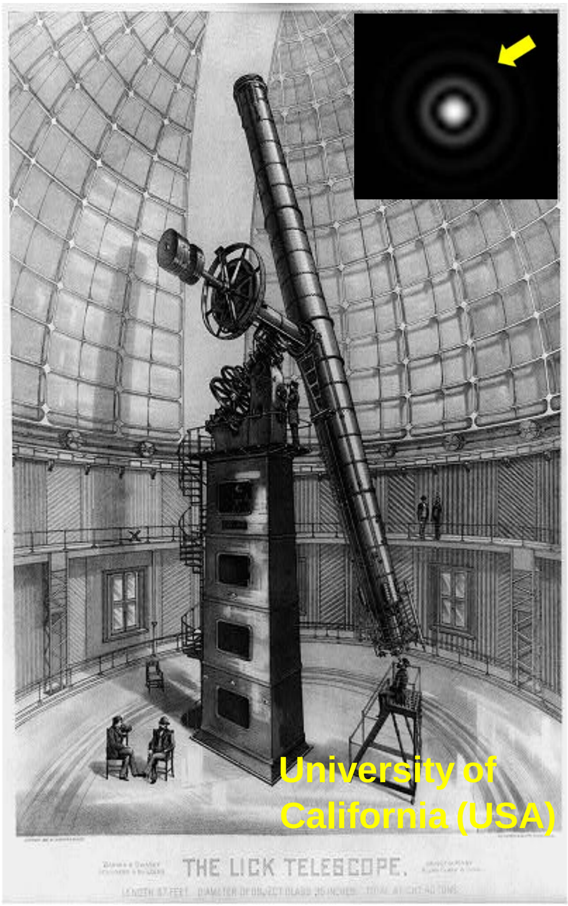
✓ **Γωνιακή έκταση του δίσκου του Airy:**

$$\theta\approx\frac{\rho}{f}\Rightarrow 2\theta\approx\frac{2\rho_{Airy}}{f}=\frac{0.06\times10^{-3}\ \mathrm{m}}{50\times10^{-2}\ \mathrm{m}}\Rightarrow 2\theta=0.00012\,\mathrm{rad}=0.0069^{o}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΕΙΚΟΝΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΑΠΟ ΤΗΛΕΣΚΟΠΙΟ

🕮 **Το τηλεσκόπιο του αστεροσκοπείου του Lick (USA) είναι 36 ιντσών (D=2R=91.4 cm) και εστιακής απόστασης 56 ποδών (f=17.07 m)**

⇨ **Να υπολογιστεί η ακτίνα του 2ου φωτεινού δακτυλίου στην εικόνα περίθλασης ενός αστέρα του οποίου το είδωλο σχηματίζεται στο εστιακό επίπεδο του αντικειμενικού φακού**



✓ **Για το λευκό φως: $\lambda_{av} \approx 550$ nm**

✓ **Θέσεις δευτερευόντων μεγίστων $\{J_2(q)=0\}$:**

$$q \approx kR\theta = \pm 1.64\pi,\ \pm \underline{2.68\pi},\ \pm 3.69\pi,\ \ldots \qquad \left(\theta \approx \frac{r}{f}\right)$$

✓ **Επομένως:**

$$q \approx kR\theta = 2.68\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} R \frac{r_{max2}}{f} = 2.68\pi$$

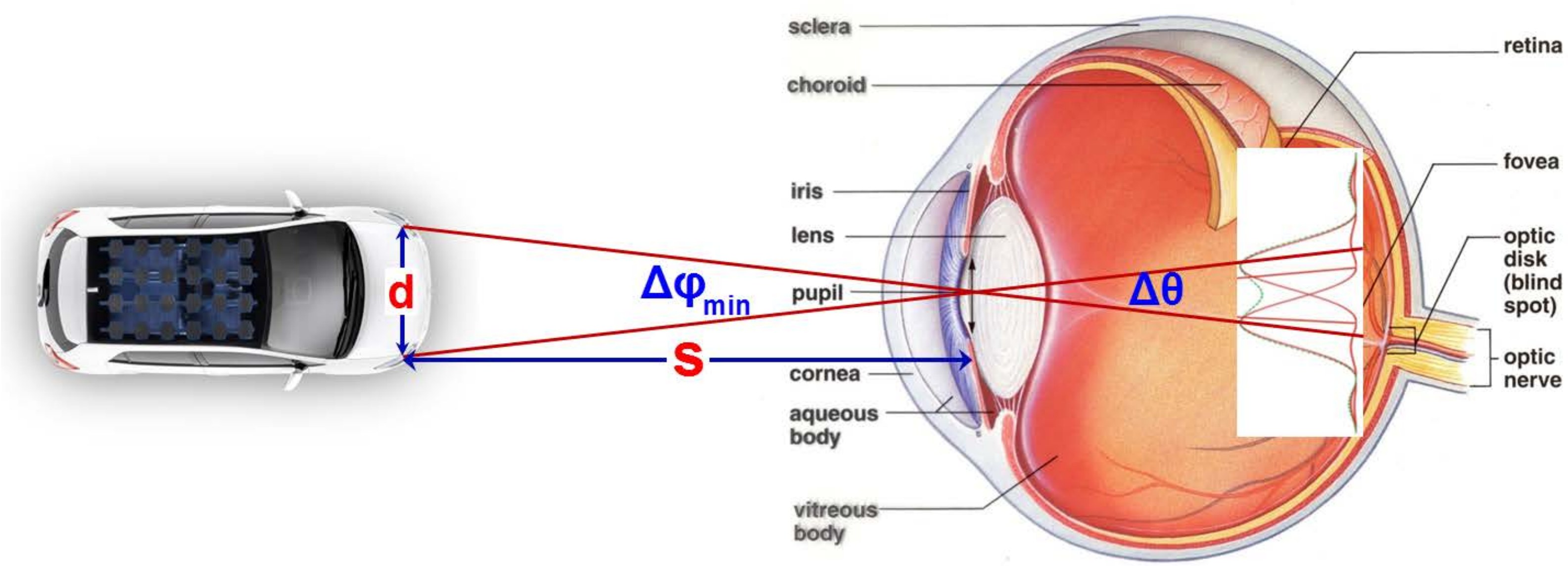
$$r_{max2} = \frac{2.68\lambda f}{2R} = \frac{2.68 \cdot (550 \times 10^{-9}\ \mathrm{m})(17.07\ \mathrm{m})}{0.914\ \mathrm{m}}$$

$$\Rightarrow r_{max2} = 0.0275\ \mathrm{mm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΚΡΙΤΗΡΙΟ RAYLEIGH

🕮 **Με το μάτι μας, η ίριδα του οποίου έχει διάμετρο 5 mm, παρατηρούμε ένα αυτοκίνητο που τα μπροστινά του φώτα (λ=0.6 μm) απέχουν 2 m**

⇨ **Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση ώστε το μάτι να διακρίνει τα 2 φώτα;**



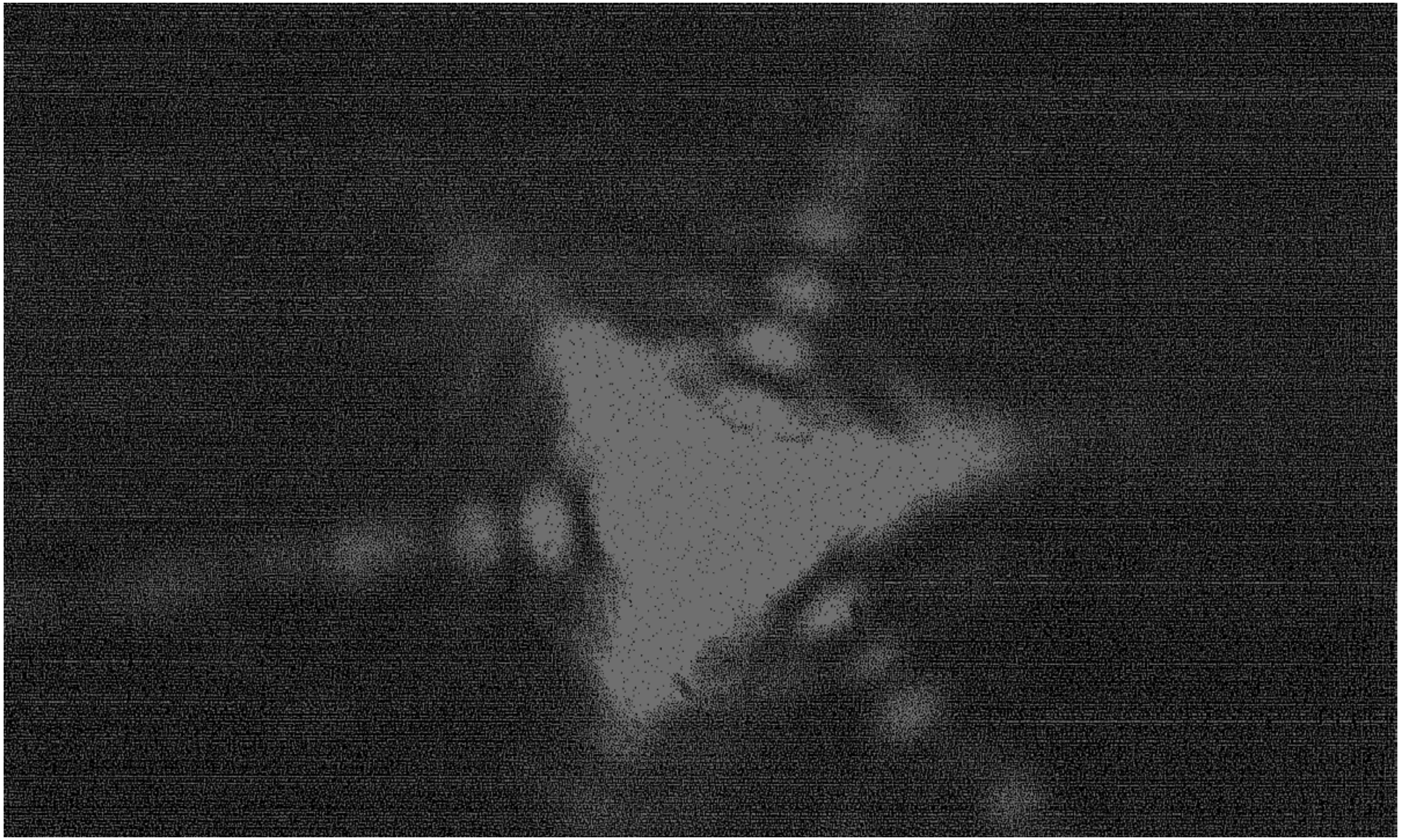
✓ **Με βάση το κριτήριο Rayleigh: όταν το μέγιστο της κατανομής περίθλασης του ενός ειδώλου συμπέσει με το πρώτο ελάχιστο της κατανομής του άλλου ειδώλου, τότε τα δύο είδωλα μόλις διακρίνονται**

$$(\Delta\varphi)_{min} = \Delta\theta\left(\approx\frac{\rho_{Airy}}{f}\right) = \frac{1.22\bar{\lambda}}{2R}\,(1) \quad (\Delta\varphi)_{min} \approx \frac{d}{S}\,(2) \quad \text{Οι } (1),(2) \Rightarrow s = \frac{d\cdot 2R}{1.22\bar{\lambda}} = 13.7\text{ km}$$

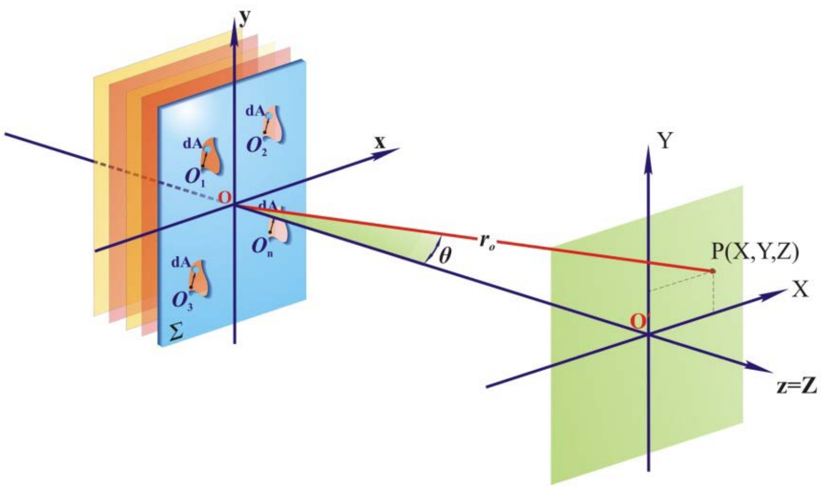
ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΤΥΧΑΙΟ ΑΝΟΙΓΜΑ 2 ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ

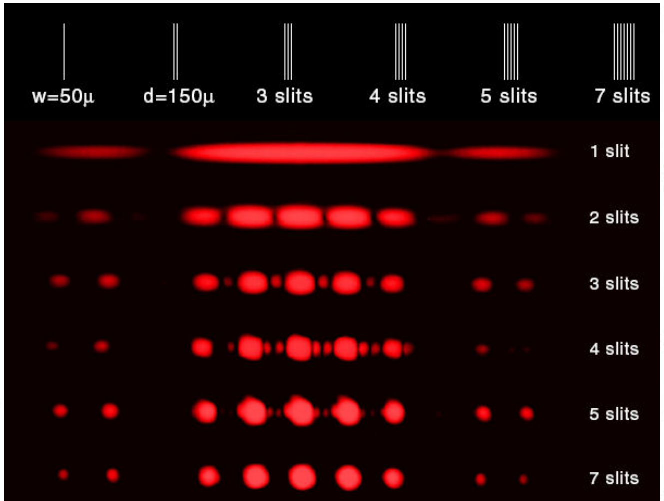
- **Το πρότυπο περίθλασης διατηρεί τη συμμετρία του ανοίγματος (πληροφορία για τη δομή και τα χαρακτηριστικά του ανοίγματος)**

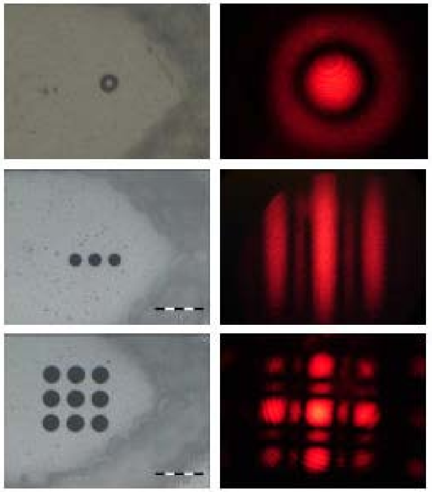
✓ **Π.χ. τριγωνικό άνοιγμα**



ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΥΟ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ

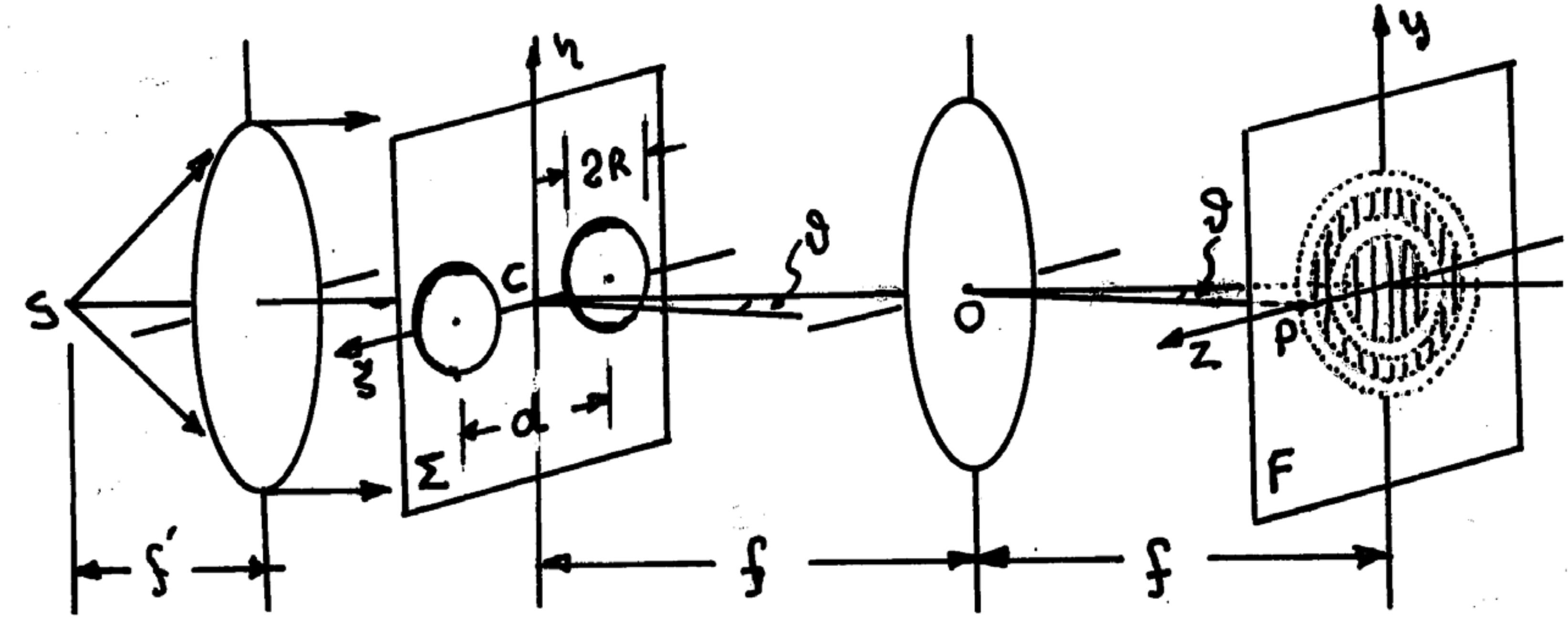






ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΥΟ ΚΥΚΛΙΚΑ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ (ΣΧΙΣΜΕΣ…)

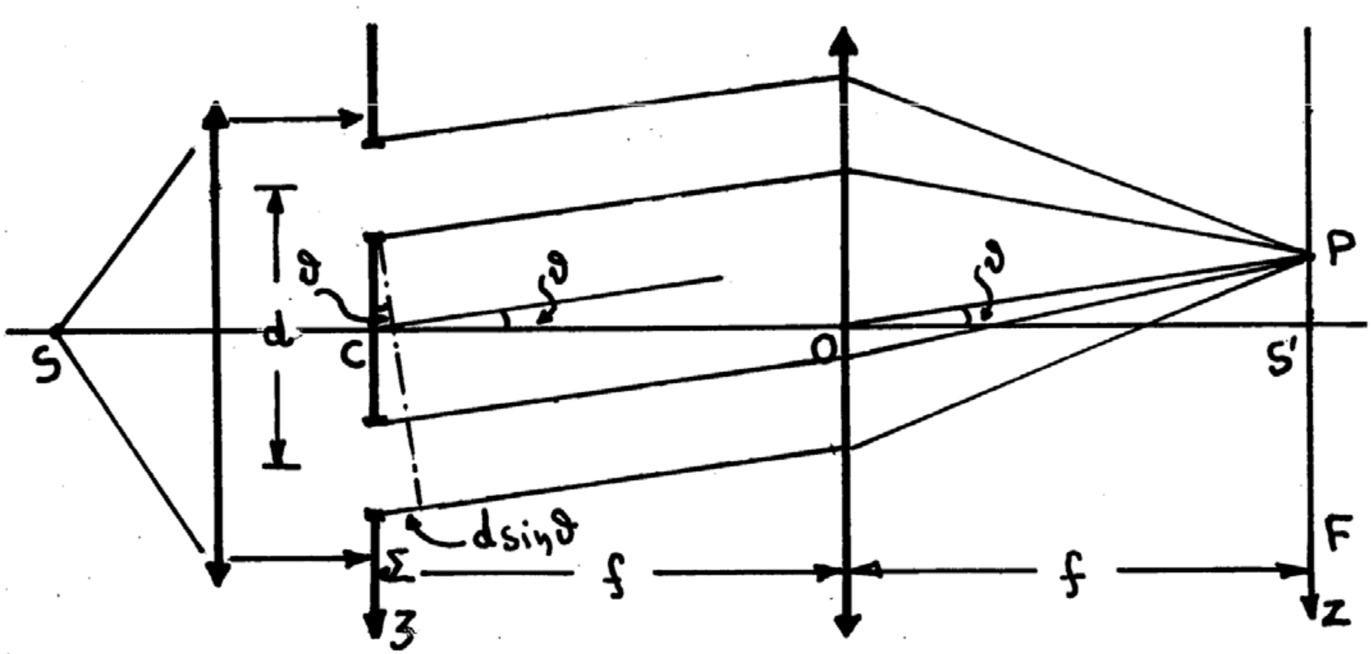
Περιθλόν αντικείμενο: 2 κυκλικά άνοιγματα (D= 2R) σε απόσταση d



- **Ολοκλήρωμα της περίθλασης (περίπλοκος καθορισμός ορίων)** $E_P(u,\upsilon)=\iint_{\Sigma'} e^{ik(u\eta+\upsilon\zeta)}d\eta d\zeta$
- **Εφαρμογή της μεθόδου της πρόσθεσης των μιγαδικών πλατών**
- **Εφαρμόζεται για οποιασδήποτε μορφής πολλαπλά ανοίγματα αρκεί να είναι όμοια μεταξύ τους**

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΥΟ ΚΥΚΛΙΚΑ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ

- **Για τον υπολογισμό του συνολικού πλάτους του Η/Μ πεδίου στο P αρκεί να προσθέσουμε τα πλάτη των διαταραχών από τα 2 ανοίγματα λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά φάσης (διαφορά οπτικών δρόμων)**



Πλάτος κάθε διαταραχής:

$$E_P(q) \sim \frac{2J_1(q)}{q}$$

$$\{q = kR\sin\theta \approx kR\theta\}$$

- **Διαφορά οπτικού δρόμου και φάσης: ΔL=dsinθ και γ=kΔL=kdsinθ**

- **Συνολικό πλάτος στο P:** $E_P^{all} = E_P(q) + E_P(q)e^{i\gamma} = E_P(q)\{1+e^{i\gamma}\}$

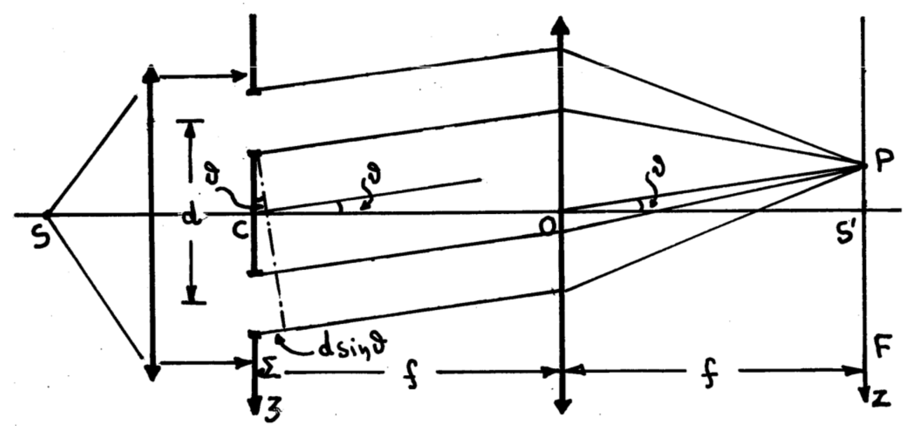
- **Κατανομή έντασης:** $I_P \sim \left(E_P^{all}\right)^2 = E_P^{all} \cdot E_P^{all*} = E_P^2(q)\{1+e^{i\gamma}\}\{1+e^{-i\gamma}\} = 4E_P^2(q)\cos^2(\gamma/2)$

$$\left\{\left(1+e^{i\gamma}\right)\left(1+e^{-i\gamma}\right) = 2+2\cos\gamma,\ 1+\cos 2x = 2\cos^2 x\right\}$$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΔΥΟ ΚΥΚΛΙΚΑ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ

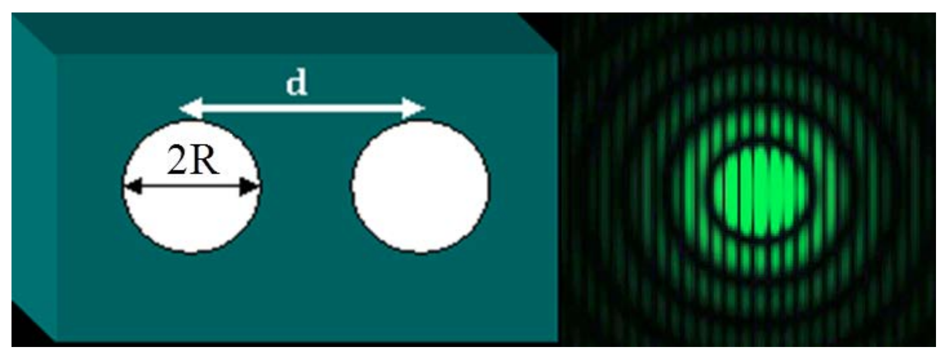
$$I_P \sim 4E_P^2(q)\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)=4\left\{\frac{2J_1(q)}{q}\right\}^2\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad \{q=kR\sin\theta\approx kR\theta,\ \gamma=kd\sin\theta\approx kd\theta,\ \theta\approx z/f\}$$

- ✓ **Περίθλαση από κυκλικό άνοιγμα** $I_P=I_0\left\{\frac{2J_1(q)}{q}\right\}^2$
- ✓ **Συμβολή 2 διαταραχών με παράλληλα και ίσα πλάτη** $I_P=4I_0\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)$



- ➢ **Το πρότυπο περίθλασης ενός κυκλικού ανοίγματος διαμορφώνεται από κροσσούς συμβολής**
- ➢ **Οι κροσσοί συμβολής που περιλαμβάνονται στο δίσκο του Airy εξαρτώνται από τα R και d**
- ➢ **Μέγιστα συμβολής: $\gamma/2\approx kd\theta/2=m\pi$**

$$\Rightarrow \theta\approx\frac{z}{f}=m\frac{\lambda}{d}\Rightarrow z=m\frac{\lambda f}{d}\ (m=0,\pm1,\ldots)$$



- ➢ **Ελάχιστα περίθλασης: $J_1(q)=0$**

$$\Rightarrow q=\pm1.22\pi,\ \pm2.23\pi,\ \pm3.24\pi,\ \ldots$$

- ➢ **Δίσκος του Airy** $q(\approx kR\theta=kR\rho/f)=1.22\pi$

$$\rho_{Airy}=\frac{1.22\lambda f}{2R}$$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΔΥΟ ΚΥΚΛΙΚΑ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ

$$I_P = I_0 \left\{ \frac{2J_1(q)}{q} \right\}^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad \left\{ q = kR\sin\theta \approx kR\theta,\ \gamma = kd\sin\theta \approx kd\theta,\ \theta \approx z/f \right\}$$

- **Μέγιστα συμβολής:** $\gamma/2 = m\pi \Rightarrow \gamma = 2m\pi$
- **Ελάχιστα συμβολής:** $\gamma = (2m+1)\pi,\ m = 0, \pm 1, \ldots$
- **Ελάχιστα περίθλασης:** $q = \pm 1.22\pi,\ \pm 2.23\pi,\ \ldots$

$q = kR\sin\theta$ (1)

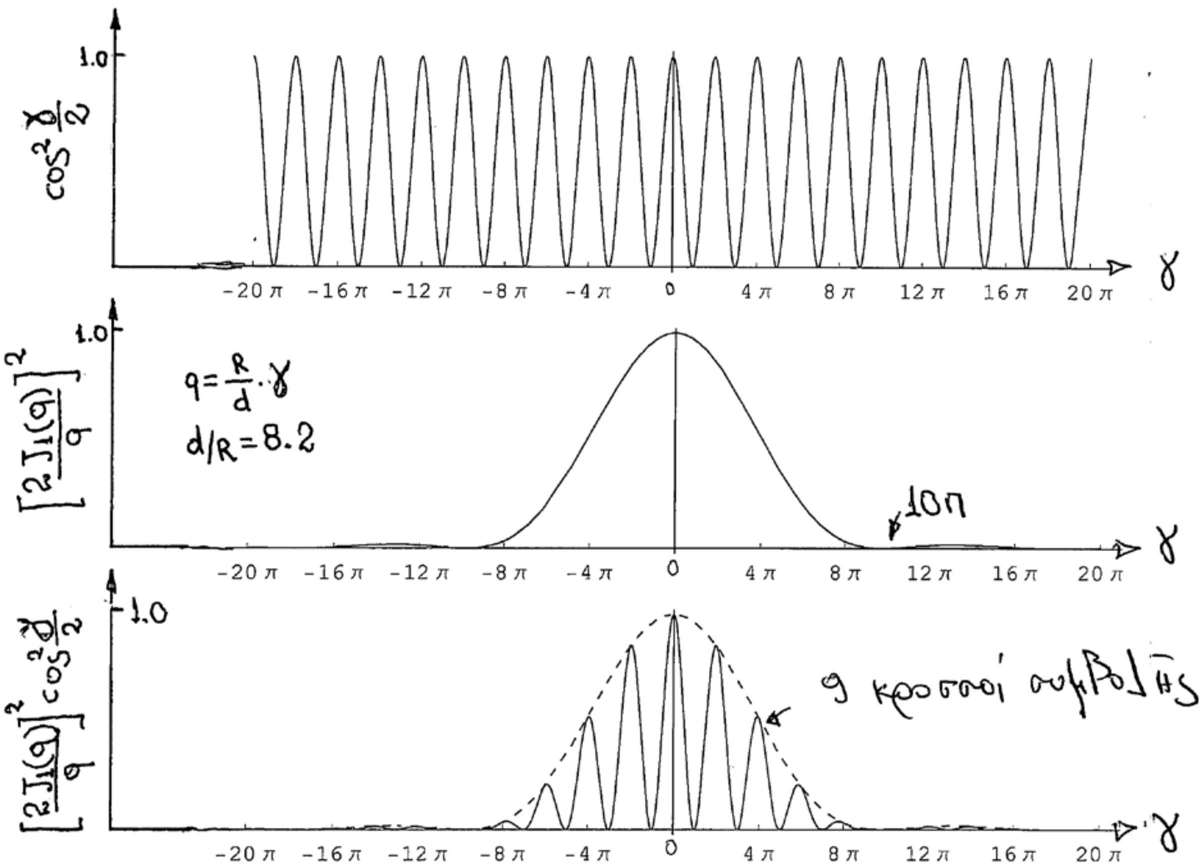
$\gamma = kd\sin\theta \Rightarrow k\sin\theta = \gamma/d$ (2)

(1),(2) $\Rightarrow q = R\gamma/d$

1ο ελάχιστο περίθλασης:

$q = R\gamma/d = 1.22\pi \Rightarrow \gamma = 10\pi$

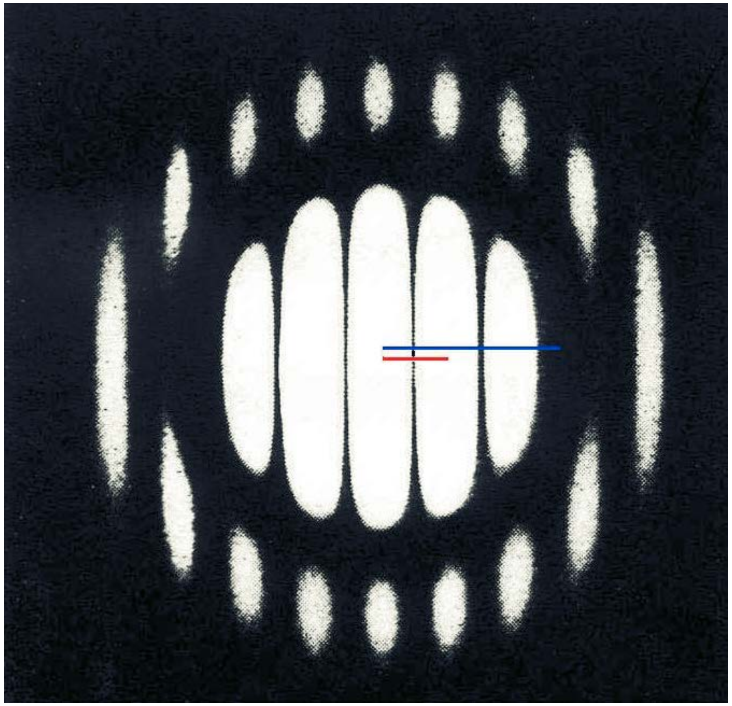
- **Π.χ. εικόνα περίθλασης για d/R=8.2**



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ 2 ΚΥΚΛΙΚΑ ΑΝΟΙΓΜΑΤΑ

- **Η εικόνα περίθλασης δημιουργήθηκε στο εστιακό επίπεδο φακού f= 200 mm από 2 όμοιες κυκλικές οπές με φως λ=632.8 nm**

- **Εάν οι αποστάσεις που σημειώνονται πάνω στο σχήμα είναι 2.5 mm η μεγάλη και 0.8 mm η μικρή να βρεθεί η ακτίνα των οπών R και η μεταξύ τους απόσταση d**



- **Κατανομή περιθλώμενης έντασης:**

$$I_P = I_0 \left\{\frac{2J_1(q)}{q}\right\}^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad \left\{q \approx kR\theta,\ \gamma \approx kd\theta,\ \theta \approx z/f\right\}$$

- **Μέγιστα συμβολής: γ/2≈kdθ/2=mπ**

$$\Rightarrow \theta \approx \frac{z}{f} = m\frac{\lambda}{d} \Rightarrow z = m\frac{\lambda f}{d} \quad (m = 0, \pm 1, \ldots)$$

- ✓ **Απόσταση γειτονικών κροσσών:**

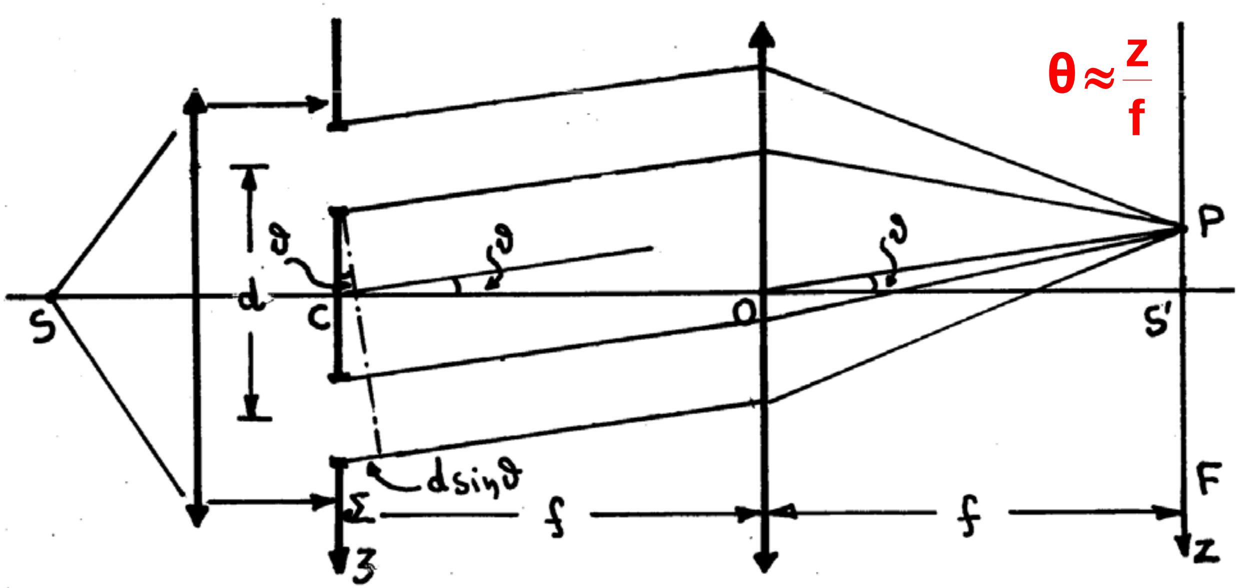
$$\Delta z = \frac{\lambda f}{d} = 0.8\ \mathrm{mm} \Rightarrow d = 0.158\ \mathrm{mm}$$

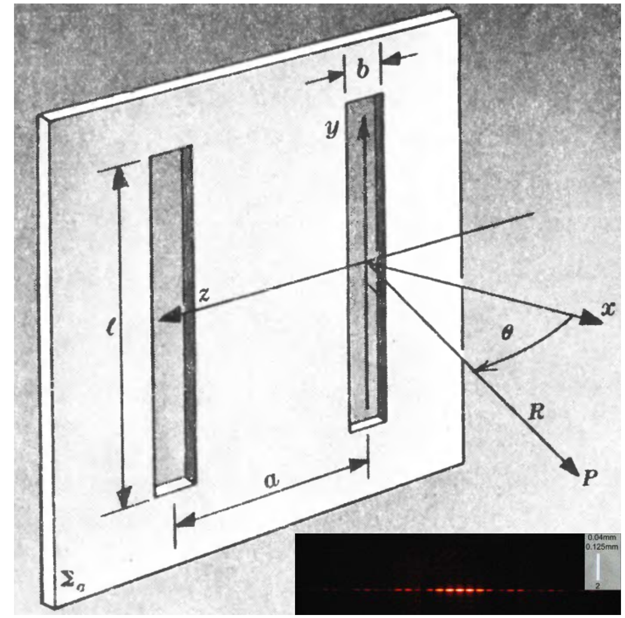
- ✓ **Ακτίνα δίσκου του Airy (q≈kRθ=1.22π):**

$$\rho_{Airy} = \frac{1.22\lambda f}{2R} \Rightarrow R = \frac{1.22\lambda f}{2\rho_{Airy}} = \frac{1.22 \cdot (632.8\times 10^{-9}\ \mathrm{m})(200\times 10^{-3}\ \mathrm{m})}{2(2.5\times 10^{-3}\ \mathrm{m})} \Rightarrow R = 0.031\,\mathrm{mm}$$

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΥΟ ΣΧΙΣΜΕΣ

- **Εφαρμόζουμε πάλι τη μέθοδο της πρόσθεσης των μιγαδικών πλατών λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά φάσης (διαφορά οπτικών δρόμων)**

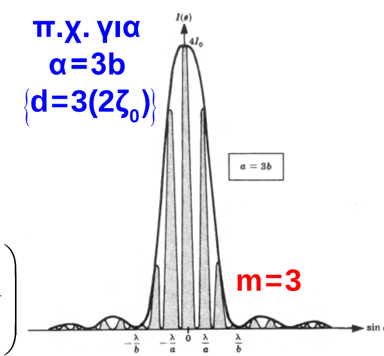




$$I_P \sim 4E_P^2(q)\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \rightarrow I_P = I_0\left\{\frac{\sin q}{q}\right\}^2\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad \left\{E_P(q)\sim\frac{\sin q}{q},\ q\approx k\upsilon\zeta_0=\frac{k\theta b}{2},\ \gamma=kd\sin\theta\approx kd\theta=k\alpha\theta\right\}$$

- **Μέγιστα συμβολής: $\delta=\gamma/2=m\pi \Rightarrow \alpha\theta\approx m\lambda$ ($m=0,\pm1,\pm2,\ldots$)**
- **Ελάχιστα περίθλασης: $\sin q=0 \Rightarrow b\theta\approx m'\lambda$ ($m'=\pm1,\pm2,\ldots$)**
- **Οι κροσσοί τάξης m δεν θα εμφανίζονται: $m=m'\frac{\alpha}{b}$ $\left(\frac{m}{m'}=\frac{\alpha}{b}\right)$**

π.χ. για $\alpha=3b$ $\{d=3(2\zeta_0)\}$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΥΟ ΣΧΙΣΜΕΣ

📖 Η εικόνα Fraunhofer με φωτισμό λ=650 nm μιας διπλής σχισμής εμφανίζεται στο εστιακό επίπεδο φακού f=80 cm, η απόσταση μεταξύ των φωτεινών κροσσών είναι 1.04 mm, ενώ ο 5^{ος} κροσσός λείπει

⇨ Να βρεθεί το πλάτος των σχισμών και η απόσταση μεταξύ τους

✓ Μέγιστα συμβολής: $\gamma/2 \approx kd\theta/2 = m\pi \Rightarrow d\theta \approx m\lambda$ ($m=0,\pm1,\pm2,\ldots$, $\theta \approx z/f$)

✓ Ελάχιστα περίθλασης: $\sin q = 0 \Rightarrow q \approx k\theta b/2 = m'\pi \Rightarrow b\theta \approx m'\lambda$ ($m'=\pm1,\pm2,\ldots$)

✓ Οι κροσσοί συμβολής τάξης m δεν θα εμφανίζονται όταν: $m = m'\frac{d}{b}$

✓ Μέγιστα συμβολής: $\gamma/2 \approx kd\theta/2 = m\pi$

$$\Rightarrow \theta \approx \frac{z}{f} = m\frac{\lambda}{d} \Rightarrow z = m\frac{\lambda f}{d} \; (m=0,\pm1,\ldots)$$

✓ Απόσταση γειτονικών κροσσών:

$$\Delta z = \frac{\lambda f}{d} = 1.04\,\text{mm} \Rightarrow d = 0.5\,\text{mm}$$

✓ Έλλειψη του 5^{ου} κροσσού

$$m = m'\frac{d}{b} \Rightarrow \frac{m}{m'} = \frac{d}{b} = 5$$

$$\Rightarrow b = \frac{d}{5} \Rightarrow b = 0.1\text{mm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΥΟ ΣΧΙΣΜΕΣ

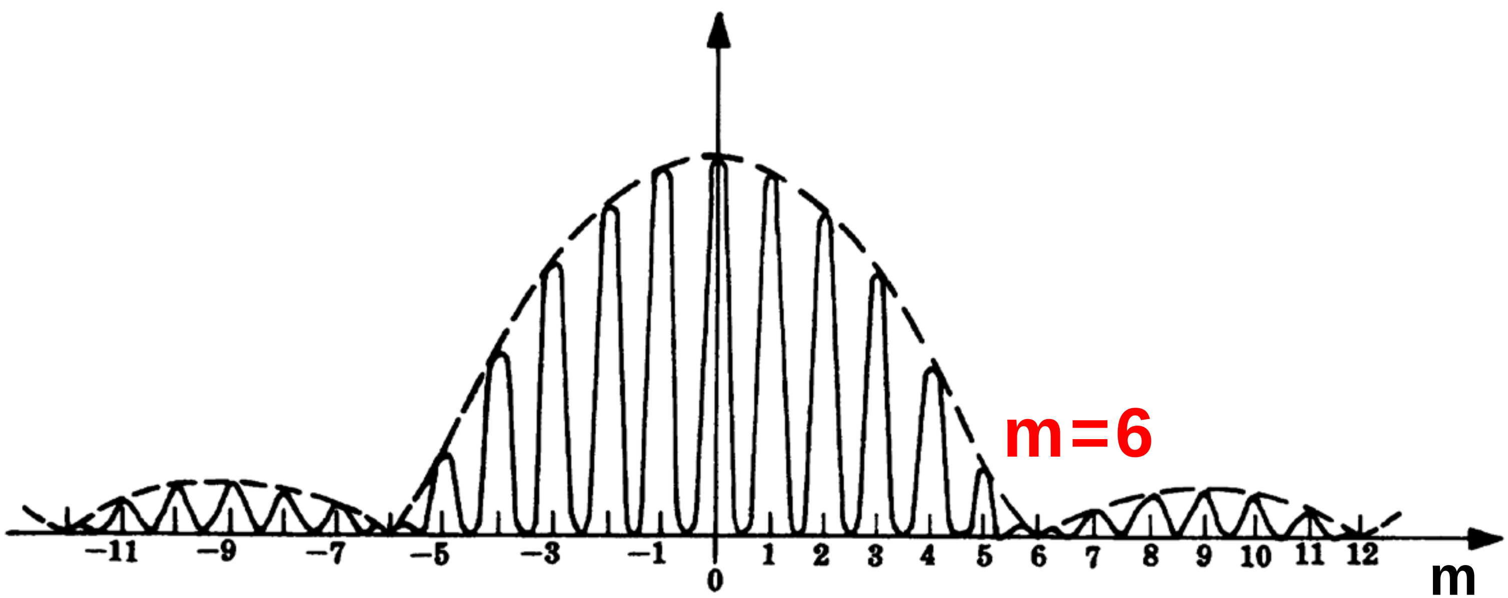
🕮 **Δύο σχισμές πλάτους b=0.1 mm που απέχουν μεταξύ τους d=0.6 mm**

⇨ **Να σχεδιαστεί η κατανομή έντασης ακτινοβολίας για περίθλαση μακρινού πεδίο (Fraunhofer)**

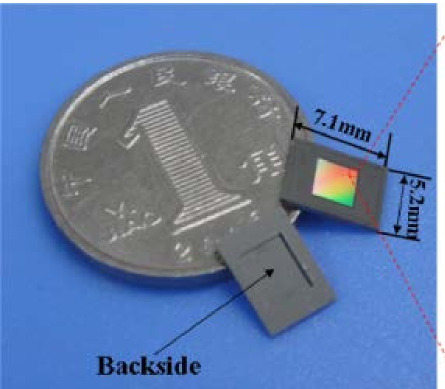
✓ **Μέγιστα συμβολής: $\gamma/2 \approx kd\theta/2 = m\pi \Rightarrow d\theta \approx m\lambda$ ($m=0,\pm1,\pm2,\ldots$)**

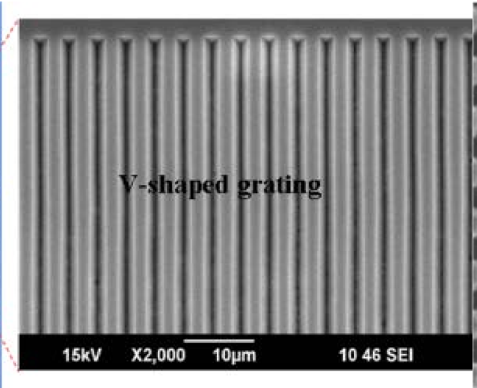
✓ **Ελάχιστα περίθλασης: sinq=0 $\Rightarrow b\theta \approx m'\lambda$ ($m'=\pm1,\pm2,\ldots$)**

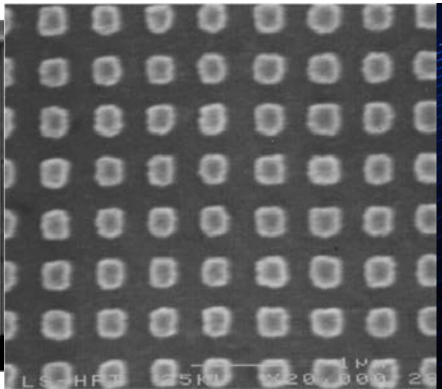
✓ **Οι κροσσσοί συμβολής τάξης m δεν θα εμφανίζονται: $m = m'\frac{d}{b} = 6m'$**

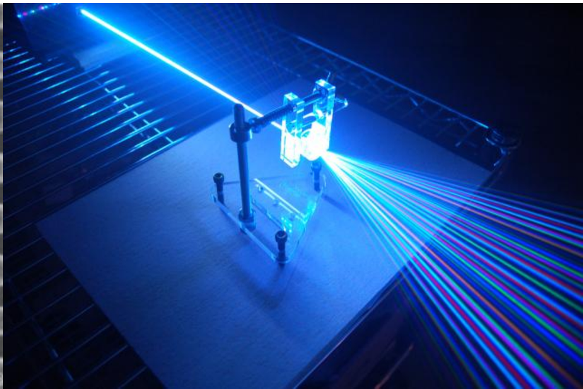


ΦΡΑΓΜΑΤΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ







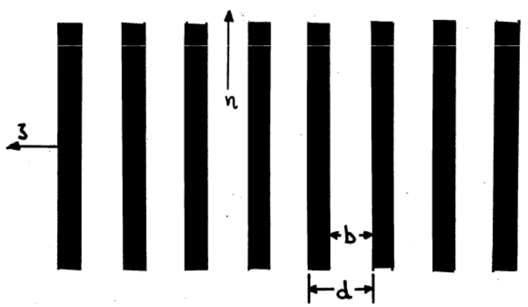


ΦΡΑΓΜΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ - ΣΤΑΘΕΡΑ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

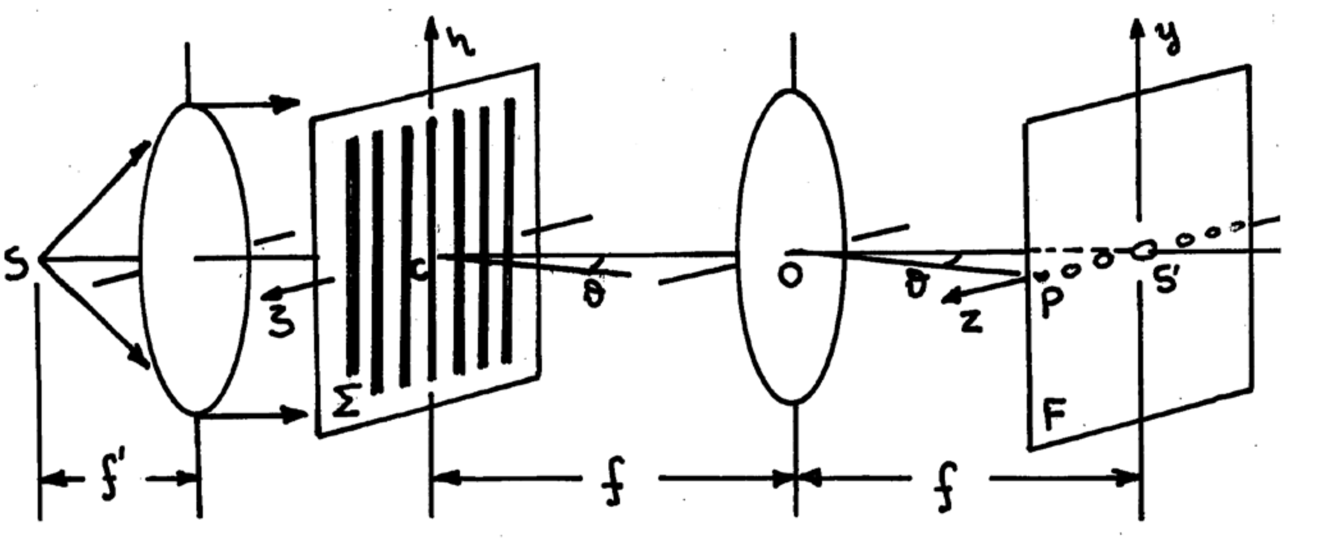
🕮 <u>**ΦΡΑΓΜΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ**</u>**: περιοδική διάταξη περιθλώντων ανοιγμάτων που προκαλεί περιοδική μεταβολή του πλάτους (φράγμα πλάτους) ή/και της φάσης της διερχόμενης ή της ανακλώμενης ακτινοβολίας**

🕮 <u>**ΣΤΑΘΕΡΑ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ d**</u>**: η περίοδος επανάληψης του φράγματος**

❖ **Τα φράγματα μπορούν να αναλύσουν το φως (φασματοσκοπία)**



Διαφανείς ζώνες (b) και αδιαφανείς (d-b)

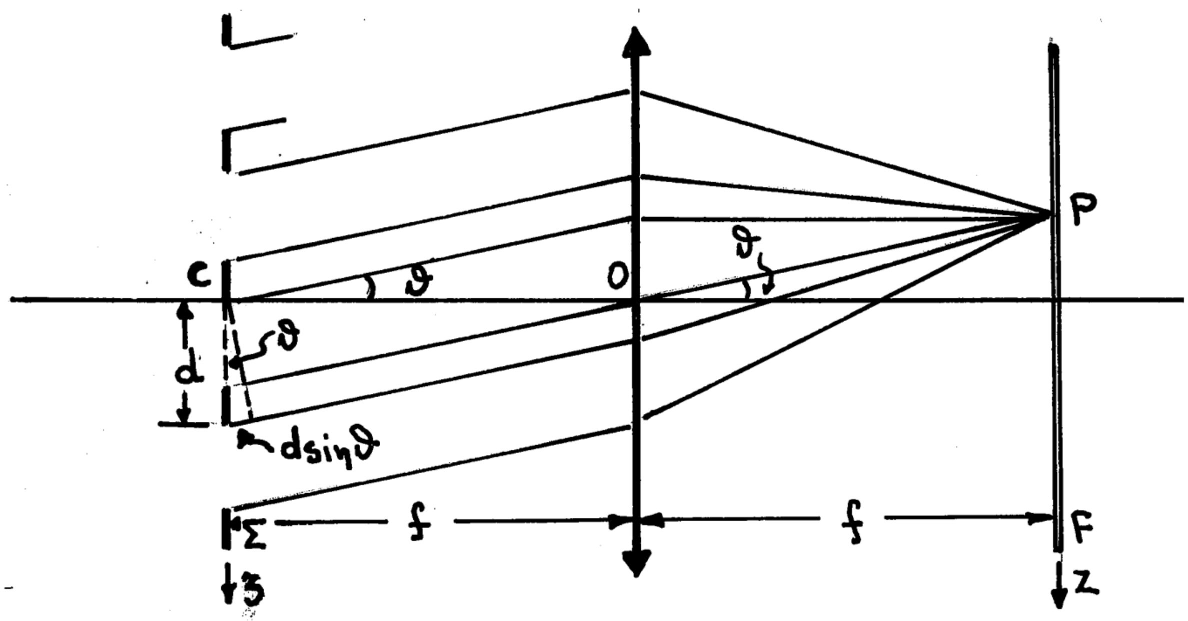


✓ **Ένα φράγμα αποτελείται από N περιόδους (διαφανείς+αδιαφανείς ζώνες, γραμμές) N>20**

✓ **Π.χ. 500 γραμμές/mm $\rightarrow$ d= 1/500 mm**

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΦΡΑΓΜΑ Ν ΣΧΙΣΜΩΝ

- **Εφαρμόζουμε πάλι τη μέθοδο της πρόσθεσης των μιγαδικών πλατών**



Πλάτος κάθε διαταραχής:

$$E_{Pz}(q) \sim \frac{\sin q}{q}$$

$$\left\{ q = k\frac{b}{2}\sin\theta \ (\approx k\upsilon\zeta_0) \right\}$$

Οι συνεισφορές προστί-θενται στο P λαμβάνοντας υπόψη τις διαφορές φάσης των N σχισμών

$$E_P = E_{Pz} + E_{Pz}e^{i\gamma} + E_{Pz}e^{i2\gamma} + \ldots + E_{Pz}e^{i(N-1)\gamma} = E_{Pz}\left\{1 + e^{i\gamma} + e^{i2\gamma} + \ldots + e^{i(N-1)\gamma}\right\}, \ \gamma = kd\sin\theta$$

$$E_P = A\left(\frac{\sin q}{q}\right)\left\{\frac{1-e^{iN\gamma}}{1-e^{i\gamma}}\right\} \rightarrow I = I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2 \quad \left\{ q = k\frac{b}{2}\sin\theta = \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}, \ \delta = \frac{\gamma}{2} = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} \right\}$$

$$I_P \sim E_P \cdot E_P^* = A^2\left\{\frac{\sin q}{q}\right\}^2\left\{\frac{1-e^{iN\gamma}}{1-e^{i\gamma}}\right\}\left\{\frac{1-e^{-iN\gamma}}{1-e^{-i\gamma}}\right\} = A^2\left\{\frac{\sin q}{q}\right\}^2\frac{1-e^{-iN\gamma}-e^{iN\gamma}+1}{1-e^{-i\gamma}-e^{i\gamma}+1} = A^2\left\{\frac{\sin q}{q}\right\}^2\frac{1-\cos N\gamma}{1-\cos\gamma}$$

$$\left\{1-\cos 2x = 2\sin^2 x, \ \delta = \gamma/2\right\}$$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΦΡΑΓΜΑ Ν ΣΧΙΣΜΩΝ

$$I=I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2 \quad \left\{q=k\frac{b}{2}\sin\theta=\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda},\ \delta=\frac{\gamma}{2}=\frac{kd\sin\theta}{2}=\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right\}$$

✓ Περίθλαση από σχισμή πλάτους b $I_P\sim\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2$

✓ Συμβολή από Ν αντικείμενα (σχισμές, ανοίγματα) $I_P\sim\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2$

- **Κύρια μέγιστα συμβολής: δ=mπ (m=0,±1,±2,…)**

$$\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}=m\pi \Rightarrow \sin\theta\approx\theta\approx\frac{z}{f}=m\frac{\lambda}{d}$$

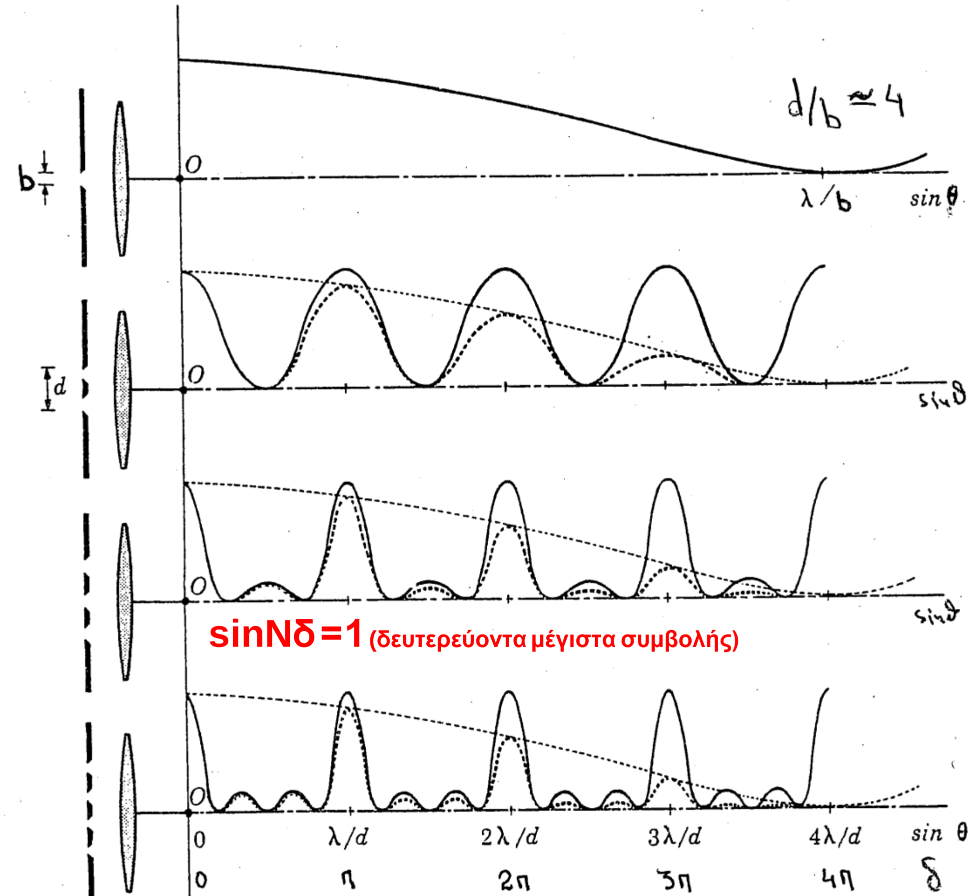
$$\Rightarrow z=m\frac{\lambda f}{d},\ \ \Delta z=\frac{\lambda f}{d}$$

- **Ελάχιστα συμβολής: Νδ=mπ → δ=mπ/N (m=±1,±2,…)**

- **Περίθλαση από σχισμή**

$$I_{min}: q\approx k\frac{b}{2}\theta=m'\pi\Rightarrow z=\frac{m'\lambda f}{b}\quad\left\{\theta\approx\frac{z}{f}\right\}$$

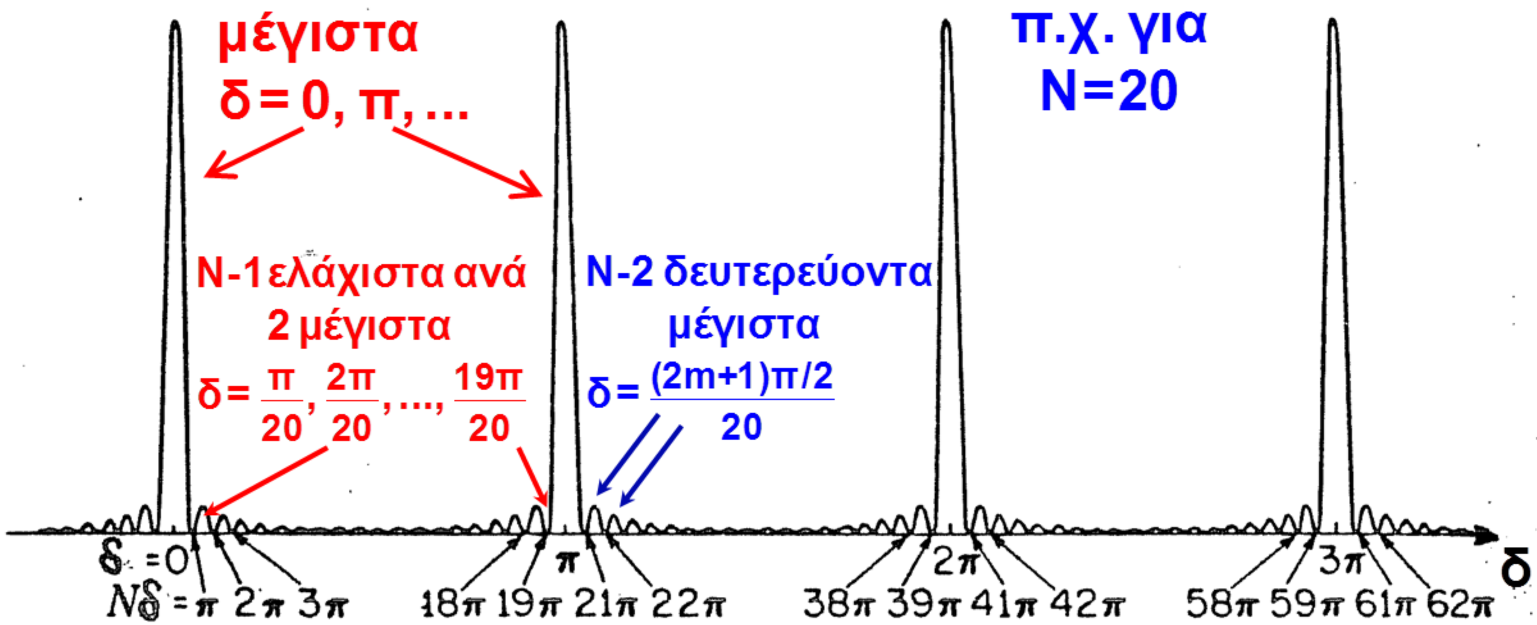
$$I_{max}: \tan q=q\rightarrow q=\pm1.43\pi,\ \pm2.46\pi,...$$



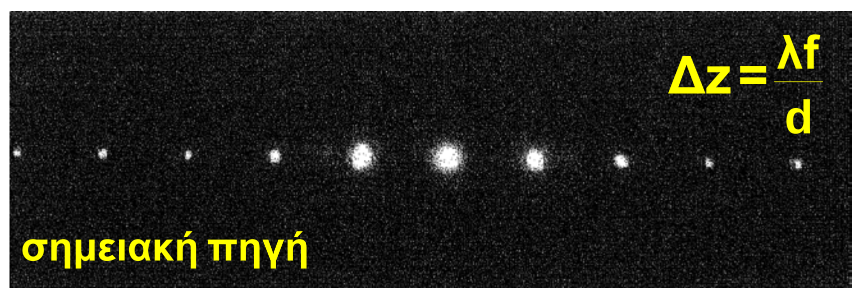
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΦΡΑΓΜΑ Ν ΣΧΙΣΜΩΝ

$$I=I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2,$$ κύρια μέγιστα συμβολής: $\delta=m\pi$, ελάχιστα: $\delta=\frac{m\pi}{N}$

- Η αύξηση των γραμμών οδηγεί στην εξαφάνιση των δευτερευόντων μεγίστων και την αύξηση της έντασης του κεντρικού $\{I(0)=N^2I_0\}$



Για N>> το πρότυπο περίθλασης αποτελείται από ισαπέχοντες φωτεινούς κροσσούς συμβολής



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ N=6 ΣΧΙΣΜΕΣ

📖 6 παράλληλες σχισμές πλάτους b που απέχουν μεταξύ τους d=4b

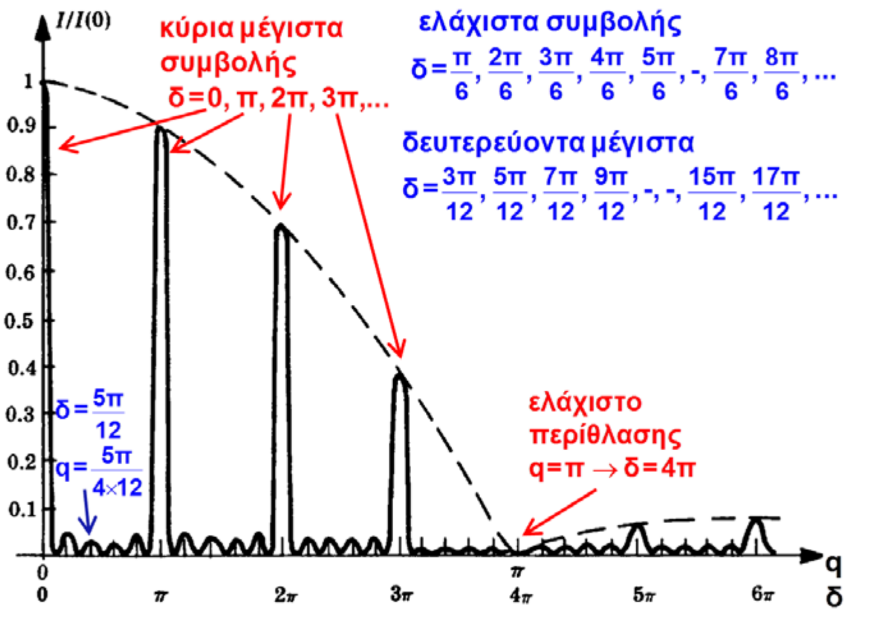
⇨ Να σχεδιαστεί η εικόνα περίθλασης και να βρεθεί η ένταση του 2ου δευτερεύοντος μεγίστου

$$I=I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2, I(0)=N^2 I_0 \Rightarrow I_0=\frac{I(0)}{N^2}$$

- ✓ Μέγιστα συμβολής: $\delta=\gamma/2=kd\sin\theta/2=m\pi$ $(m=0,\pm1,\pm2,\ldots)$
- ✓ Ελάχιστα περίθλασης: $q=kb\sin\theta/2=m'\pi$ $(m'=\pm1,\pm2,\ldots)$, $q\leftrightarrow(b/d)\delta=\delta/4$
- ✓ Οι κροσσοί συμβολής τάξης m δεν θα εμφανίζονται όταν: $m=m'\dfrac{d}{b}=4m'$
- ✓ N-1=5 ελάχιστα συμβολής: $N\delta=m\pi \Rightarrow \delta=m\pi/N=m\pi/6$ $(m=\pm1,\pm2,\ldots)$
- ✓ N-2=4 δευτερεύοντα μέγιστα:

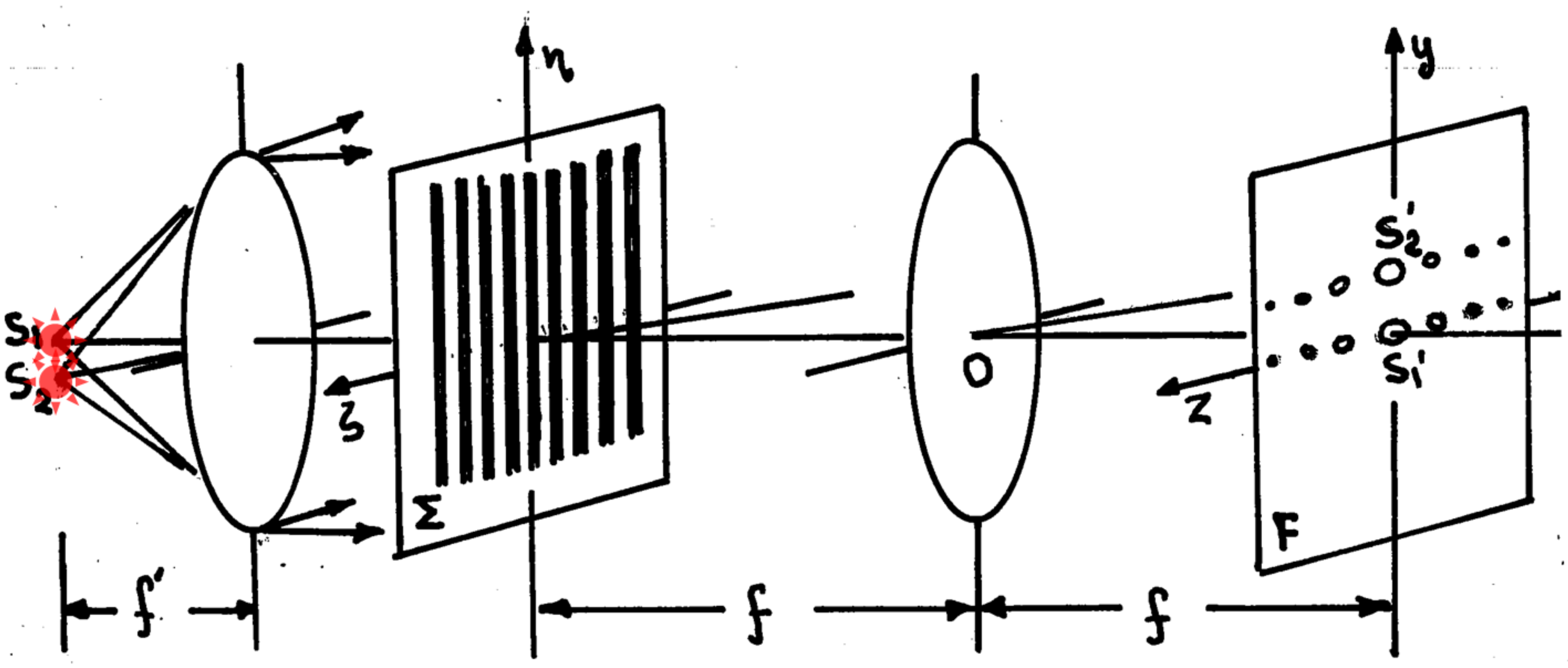
$$N\delta=(2m+1)\frac{\pi}{2}\rightarrow\delta=\frac{(2m+1)\pi}{12}$$

$$I=\frac{I(0)}{6^2}\left(\frac{\sin(5\pi/48)}{5\pi/48}\right)^2\left(\frac{\sin(6\times5\pi/12)}{\sin(5\pi/12)}\right)^2=0.03\cdot I(0)$$

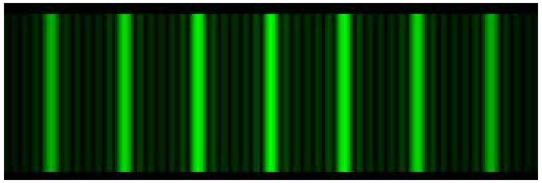


ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ ΚΑΙ ΦΡΑΓΜΑΤΑ - ΦΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ

- **Φωτισμός φράγματος Ν γραμμών από 2 (ασύμφωνες) σημειακές πηγές κατά μήκος ευθείας παράλληλης με τις σχισμές**



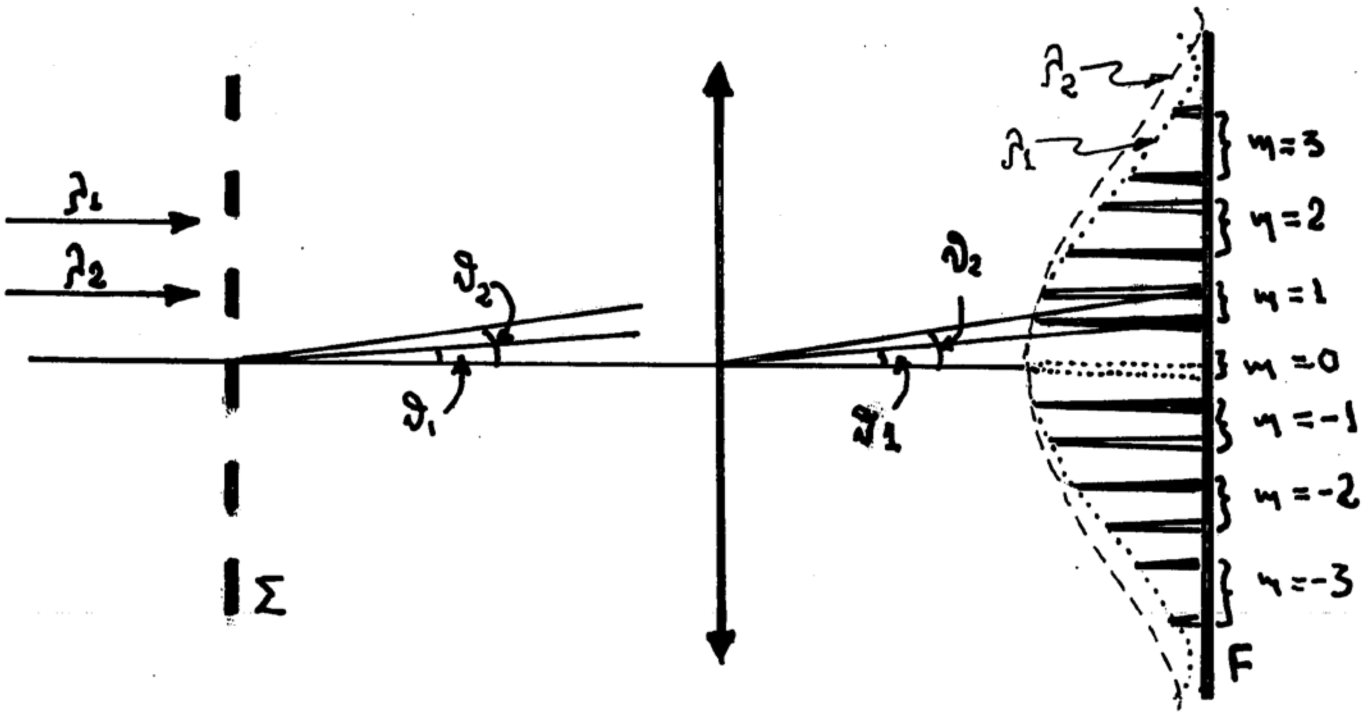
- **Το πρότυπο περίθλασης από την S_2 θα είναι ίδιο με της S_1 και μετατοπισμένο κατά μήκος του y**



- **Το πρότυπο περίθλασης από γραμμική πηγή // με τις σχισμές θα αποτελείται από γραμμές (φασματικές)**

ΦΩΤΙΣΜΟΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΠΟΛΥΧΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

Φωτισμός φράγματος N γραμμών από διχρωματική γραμμική πηγή

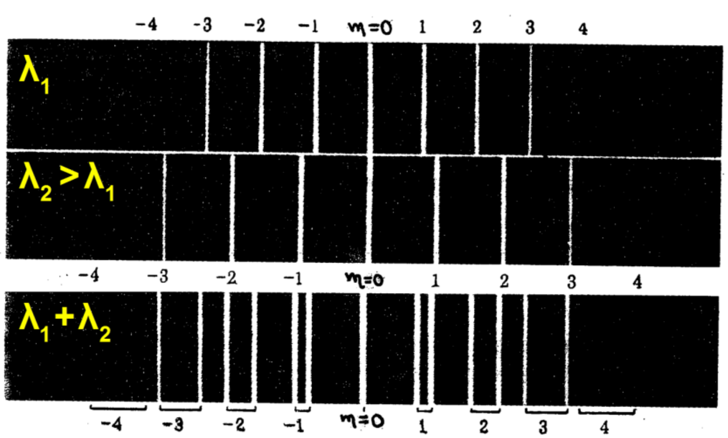


Μέγιστα συμβολής:
$\delta=\gamma/2\approx kd\theta/2=m\pi$

$$\theta\approx\frac{z}{f}=m\frac{\lambda}{d}\Rightarrow z=m\frac{\lambda f}{d}$$

2 ανεξάρτητα πρό-τυπα περίθλασης

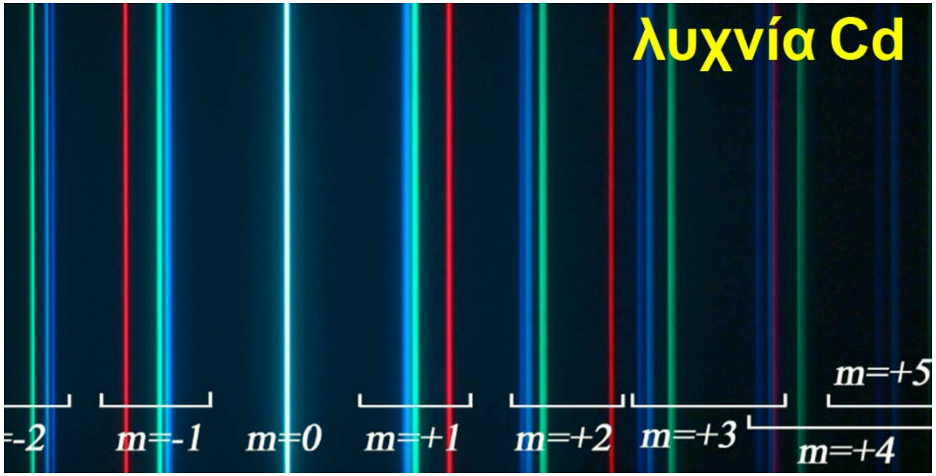
$$\lambda_2>\lambda_1\Rightarrow\theta_2>\theta_1$$

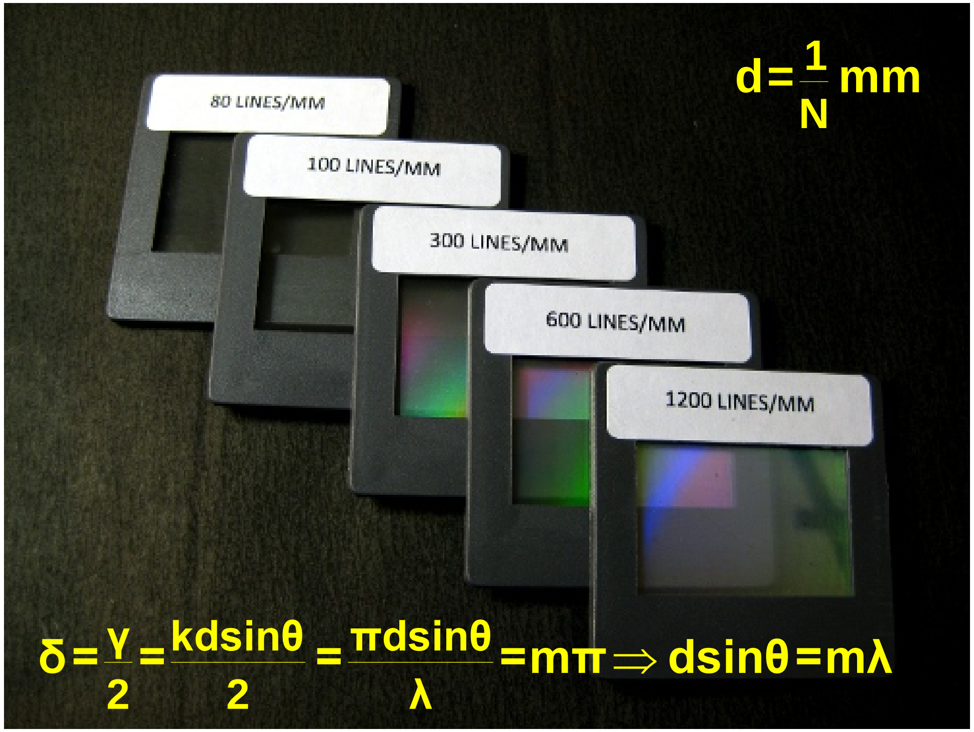


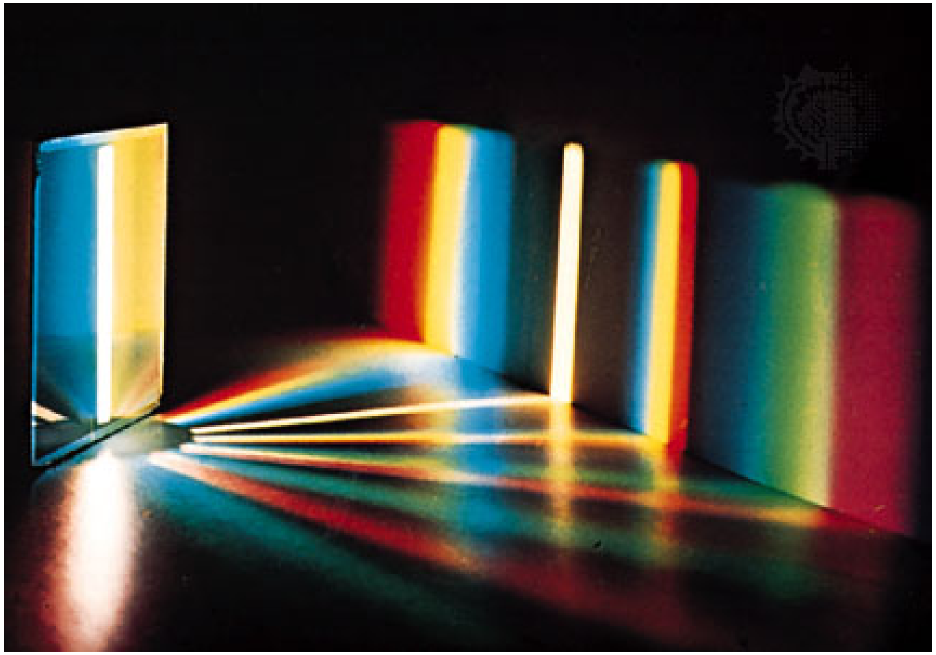
- **Το φράγμα μπορεί να αναλύσει μια σύνθετη ακτινοβολία**
- **Στις μεγαλύτερες τάξεις περίθλασης είναι δυνατόν να συγχέονται οι φασματικές γραμμές διαφορετικών λ**

ΦΩΤΙΣΜΟΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΠΟΛΥΧΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

- **Φωτισμός φράγματος N γραμμών από φασματική λυχνία (γραμμικό φάσμα) ή λάμπα λευκού φωτός (συνεχές φάσμα)**





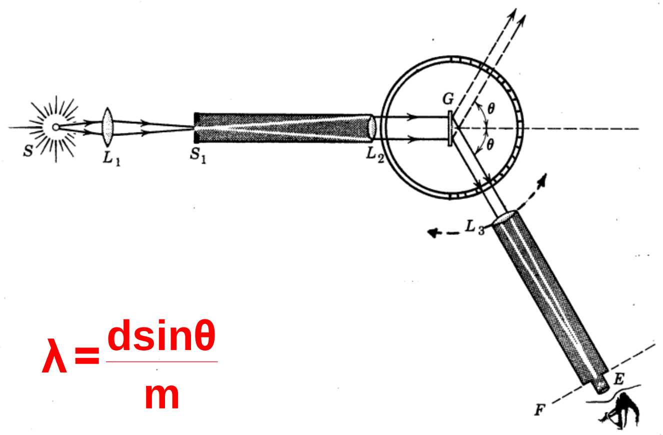


Μονοχρωμάτορας

G: φράγμα περίθλασης

ΦΑΣΜΑΤΟΣΚΟΠΙΟ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

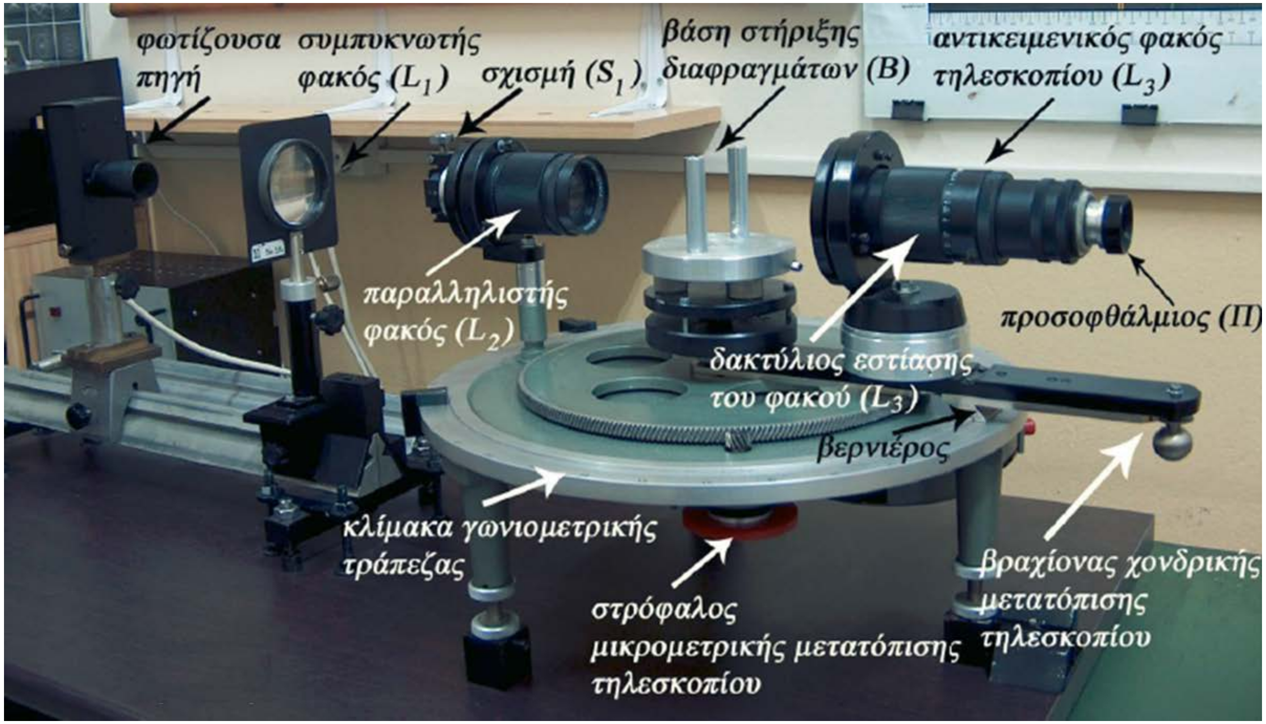
- **Οπτική διάταξη υπολογισμού μηκών κύματος μέσω μετρήσεων των γωνιών των φασματικών γραμμών**



✓ **Μέγιστα συμβολής – εξίσωση φράγματος:**

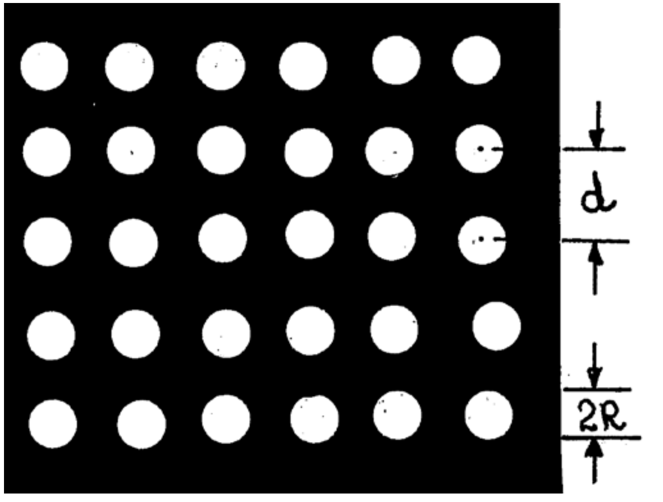
$d\sin\theta = m\lambda$ (d=1/N)

$$\lambda = \frac{d\sin\theta}{m}$$



ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΦΡΑΓΜΑ

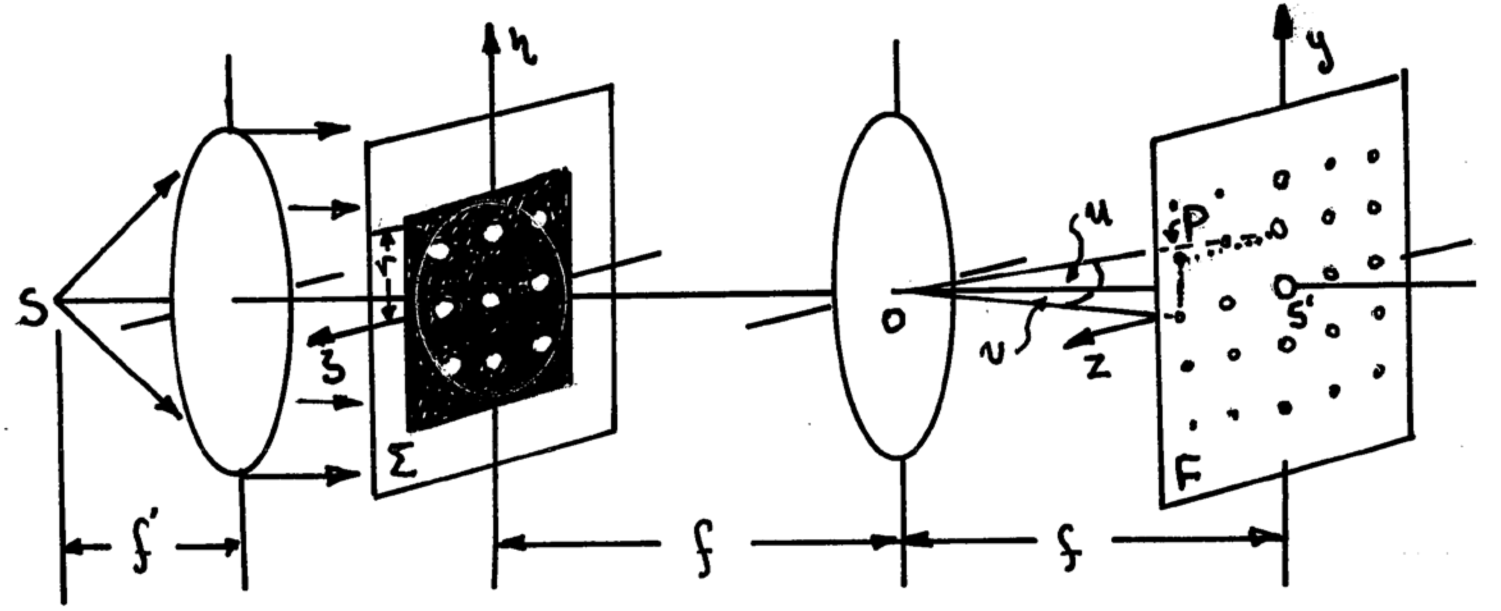
- **Περιοδικά σε 2 διαστάσεις περιθλόντα αντικείμενα που προκαλούν μεταβολές στο πλάτος ή/και στη φάση ενός προσπίπτοντος Μ.Κ.**



✓ **Μέγιστα συμβολής - εξίσωση φράγματος:**

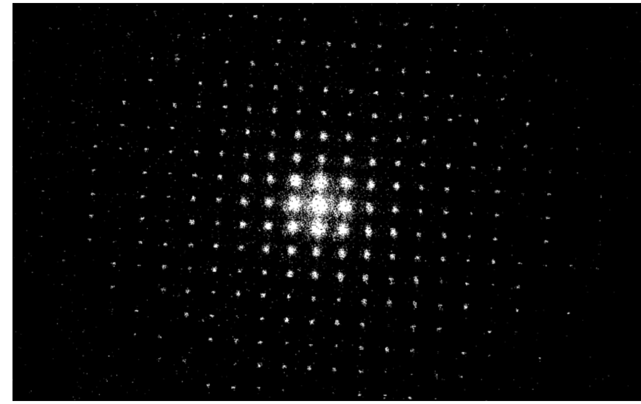
$$d\sin\theta = m\lambda \quad (\theta:\ \upsilon,\ u)$$

$$\upsilon \approx \frac{z}{f} = m\frac{\lambda}{d_1} \Rightarrow z = m\frac{\lambda f}{d_1} \qquad u \approx \frac{y}{f} = m'\frac{\lambda}{d_2} \Rightarrow y = m'\frac{\lambda f}{d_2}$$



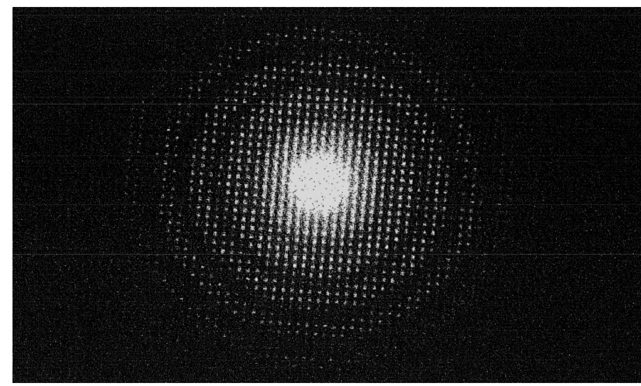
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΦΡΑΓΜΑ

Η κατανομή της περιθλώμενης έντασης εξαρτάται από 3 παράγοντες:



- ✓ **Συμβολή από τις διαφορετικές πηγές (ανοίγματα)**

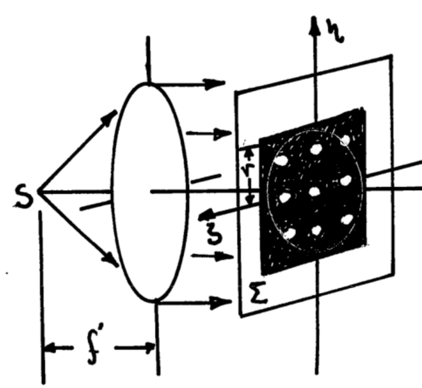
$$\Delta z = \frac{\lambda f}{d}$$

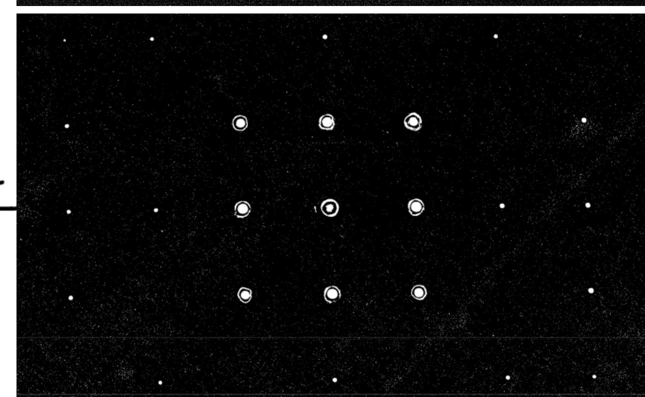


- ✓ **Το πρότυπο συμβολής των κηλίδων διαμορφώνεται από το πρότυπο περίθλασης κυκλικού ανοίγματος (D=2R)**

$$\rho_{Airy} = \frac{1.22\lambda f}{2R}$$

- ✓ **Το πρότυπο περίθλασης επηρεάζεται και από τις χωρικές διαστάσεις του παραλλήλου Μ.Κ. φωτι-σμού (ακτίνας r)**

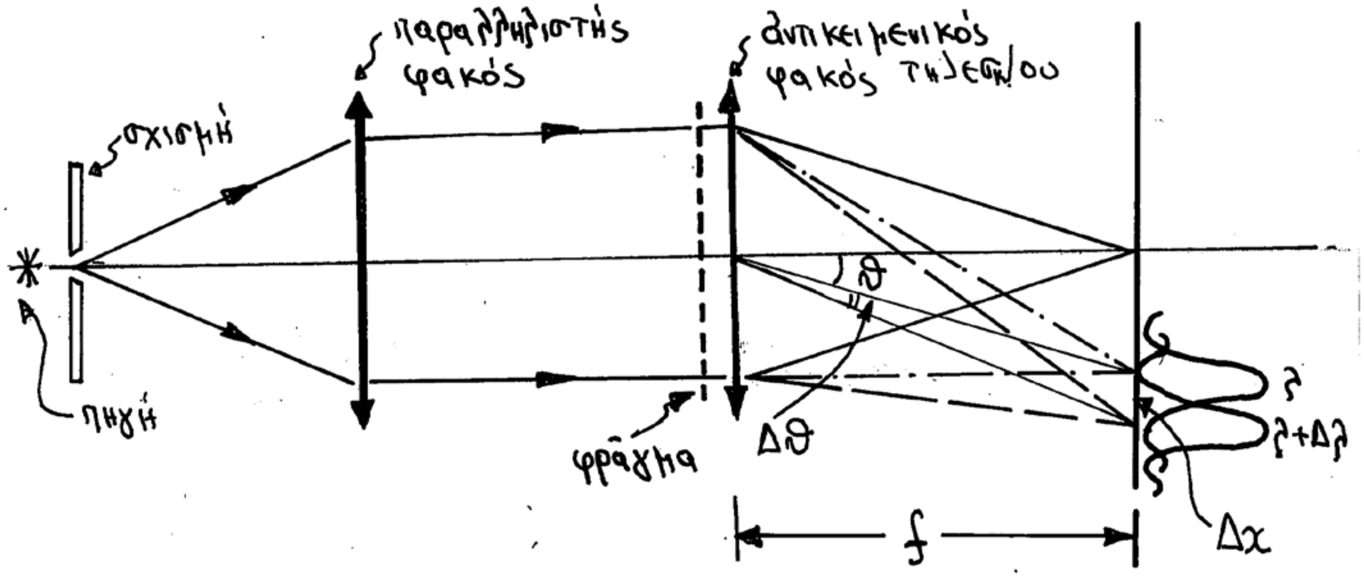




ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ - ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

📖 **<u>ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΟ ΟΡΙΟ ΟΡΓΑΝΟΥ</u> (φασματοσκόπιο φράγματος): δυνατότητα να ξεχωρίσει 2 είδωλα της ίδιας σχισμής (φασματικές γραμμές) τα οποία σχηματίζονται από ακτινοβολία λ και λ+Δλ**

⇨ **Το όριο καθορίζεται από την περίθλαση (<u>κριτήριο Rayleigh</u>: το μέγιστο με μ.κ. λ να συμπίπτει με το ελάχιστο για μ.κ. λ+Δλ)**



Φράγμα N σχισμών και περιόδου d (πλάτους Nd)

2 πρότυπα περίθλασης για λ και λ+Δλ

κύρια μέγιστα: dsinθ=mλ

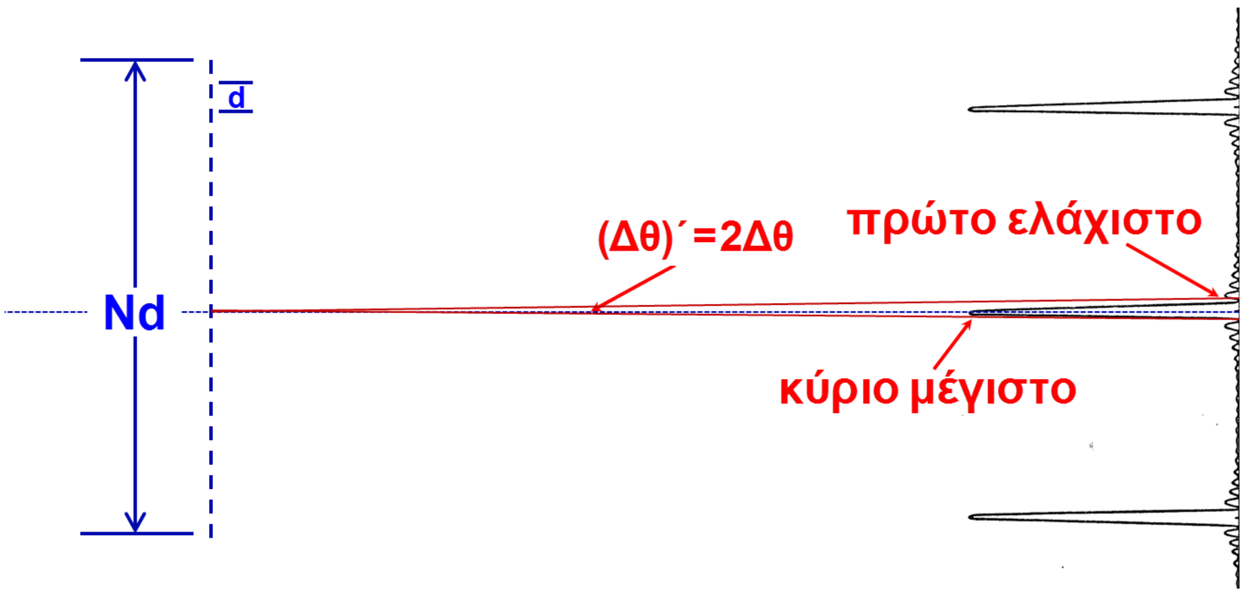
✓ **Δθ: γωνιακό άνοιγμα για κάθε τάξη συμβολής m ανάμεσα στο κύριο μέγιστο και το 1ο ελάχιστο (γωνιακό πλάτος φασματικών γραμμών)**

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΤΟΥ ΓΩΝΙΑΚΟΥ ΑΝΟΙΓΜΑΤΟΣ

❖ **Κατανομή περιθλώμενης έντασης από φράγμα N σχισμών**

$$I=I_0\left(\frac{\sin q}{q}\right)^2\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2$$, μέγιστα συμβολής: $\delta=m\pi$, ελάχιστα: $N\delta=m\pi$ $(m=\pm1,\pm2,\ldots)$



Παράγοντας συμβολής

$$I\sim\left(\frac{\sin N\delta}{\sin\delta}\right)^2$$

Για τα ελάχιστα: $N\delta=m\pi \Rightarrow \delta=\dfrac{m\pi}{N}$ $(m=\pm1,\pm2,\ldots)$, για $m=\pm1 \rightarrow \Delta\delta=\dfrac{2\pi}{N}$ (1)

Αλλά: $\delta=\dfrac{\gamma}{2}=\dfrac{kd\sin\theta}{2} \Rightarrow \delta=\dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda} \Rightarrow d\delta=\dfrac{\pi d\cos\theta d\theta}{\lambda} \Rightarrow \Delta\delta=\dfrac{\pi d\cos\theta(\Delta\theta)'}{\lambda}$ (2)

Οι (1),(2) $\Rightarrow \dfrac{\pi d\cos\theta\Delta\theta'}{\lambda}=\dfrac{2\pi}{N} \Rightarrow (\Delta\theta)'=\dfrac{2\lambda}{Nd\cos\theta} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta=\dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta}}$

ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

📖 **<u>Γωνιακός διασκεδασμός</u> φράγματος διερχομένου φωτός:** $\frac{d\theta}{d\lambda}$

⇨ **Γωνιακός διαχωρισμός που επιτυγχάνεται για 2 γραμμές, λ και λ+Δλ**

$$d\sin\theta = m\lambda \Rightarrow \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} \Rightarrow \cos\theta d\theta = \frac{md\lambda}{d} \Rightarrow \boxed{\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}}$$

📖 **<u>Γραμμικός διασκεδασμός</u> φράγματος διερχομένου φωτός:** $\frac{d\lambda}{dx}$

⇨ **Λόγος διαχωριζόμενου εύρους μηκών κύματος dλ ανά μονάδα μήκους**

$$\theta \approx \frac{x}{f} \Rightarrow d\theta = \frac{dx}{f}, \text{ επομένως η } \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta} \Rightarrow \boxed{\frac{d\lambda}{dx} = \frac{d\cos\theta}{mf}}$$

📖 **<u>Διακριτική ικανότητα (ισχύς)</u> φράγματος διερχομένου φωτός:** $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

⇨ **Ικανότητα φράγματος να διαχωρίζει 2 διπλανές φασματικές γραμμές που το κεντρικό μήκος κύματος είναι λ και διαφέρουν κατά Δλ**

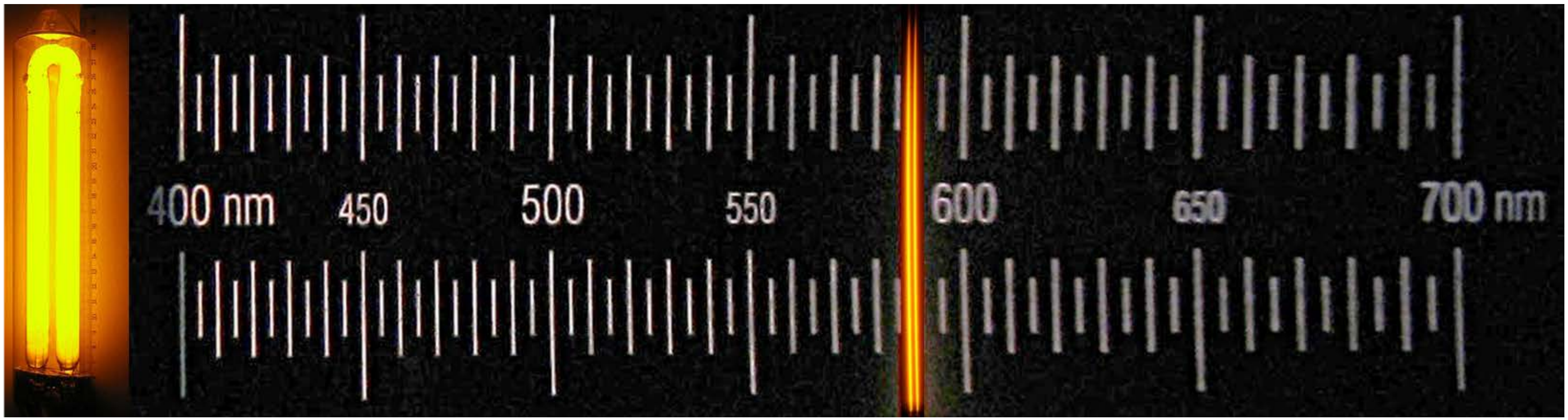
Το γωνιακό άνοιγμα είναι: $\Delta\theta = \frac{\lambda}{N d\cos\theta}$, επομένως η $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta} \rightarrow \Delta\lambda = \frac{d\cos\theta}{m}\Delta\theta$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{d\cos\theta}{m}\frac{\lambda}{N d\cos\theta} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} \Rightarrow \boxed{R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΙΑΚΡΙΤΙΚΗ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

- **Η κίτρινη γραμμή του Na αποτελείται από 2 πολύ κοντινές γραμμές (λ_{D1}=589.594 nm, λ_{D2}=588.997 nm)**

⇨ **Να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός γραμμών ενός φράγματος ώστε να διακρίνονται οι 2 φασματικές γραμμές για κάθε τάξη περίθλασης**



✓ **Η διακριτική ικανότητα ενός φράγματος είναι:**

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \Rightarrow N = \frac{\lambda}{m\Delta\lambda}, \text{ για } m=1 \rightarrow N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

✓ **Αλλά: $\lambda=(\lambda_{D1}+\lambda_{D2})/2$=589.296 nm και $\Delta\lambda=|\lambda_{D1}-\lambda_{D2}|$=0.597 nm, επομένως:**

$$N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{589.296\ \text{nm}}{0.597\ \text{nm}} = 987 \text{ γραμμές}$$

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ (1)

1. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ

Νόμος του Snell

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

Γωνία εκτροπής

$$\delta = \varphi_1 + \varphi_2 - \alpha$$

Λεπτά πρίσματα

$$\delta_{min} = (n'-1)\alpha$$

Λεπτοί φακοί

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

Πλευρική μεγένθυση

$$M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o}$$

2. ΠΟΛΩΣΗ

Αζιμουθιακή γωνία (ΕΠ)

$$\tan(2\psi) = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos\varphi$$

Αζιμουθιακή γωνία (ΓΠ)

$$\tan(\psi) = \frac{A_y}{A_x}$$

Διαφορά φάσης συνιστωσών

$$\Delta\varphi = k_0 \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda_0} d\left|n_2 - n_1\right|$$

Νόμος του Malus: $I(\theta) = I(0)\cos^2(\theta)$

3. ΣΥΜΒΟΛΗ (1)

Συμβολή σφαιρικών κυμάτων ίσου πλάτους

$$I = 4I_0 \cos^2\frac{\delta}{2}, \quad \delta = k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Διάταξη του Young

$$r_2 - r_1 = d\sin\theta \approx \frac{dy}{s}$$

Μήκος συμφωνίας

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ (2)

4. ΣΥΜΒΟΛΗ (2)

Διαφορά φάσης σε ισοπαχές πλακίδιο

$$\delta = k_0 \Delta L (\pm \pi),\ \Delta L = 2 n_f d \cos\theta_t$$

Περίοδος κροσσών σε σφήνα

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda_0}{2 \alpha n_f}$$

Ακτίνα σκοτεινών κροσσών στη διάταξη του Newton: $x_m = \sqrt{\dfrac{m \lambda_0 R}{n_f}}$

5. ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ

Περίθλαση από σχισμή

$$I_P = I_0 \left(\frac{\sin q}{q} \right)^2,\ q = \frac{kb \sin\theta}{2} \approx \frac{kb\theta}{2}$$

Ορθογώνιο άνοιγμα

$$I_P = I_0 \left(\frac{\sin q}{q} \right)^2 \left(\frac{\sin q'}{q'} \right)^2$$

Κυκλικό άνοιγμα

$$I_P = I_0 \left(\frac{2 J_1(q)}{q} \right)^2,\ q = kR \sin\theta \approx kR\theta$$

Περίθλαση από δύο κυκλικά ανοίγματα

$$I_P = I_0 \left\{ \frac{2 J_1(q)}{q} \right\}^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2} \right)$$

$$\left\{ q = kR \sin\theta \approx kR\theta,\ \delta = \gamma/2 = kd \sin\theta/2 \approx kd\theta/2 \right\}$$

Περίθλαση από δύο σχισμές

$$I_P = I_0 \left\{ \frac{\sin q}{q} \right\}^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2} \right)$$

$$\left\{ q = kb \sin\theta/2 \approx kb\theta/2,\ \delta = \gamma/2 = kd \sin\theta/2 \approx kd\theta/2 \right\}$$

Εξίσωση φράγματος

$$d \sin\theta = m\lambda$$

Γωνιακός διασκεδασμός

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

Διακριτική ικανότητα

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$